This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

A 415345

ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

QB
42
.C26

TRATTATO
D' ASTRONOMIA.

TRATTATO
D' ASTRONOMIA
DI
VITO CARAVELLI.

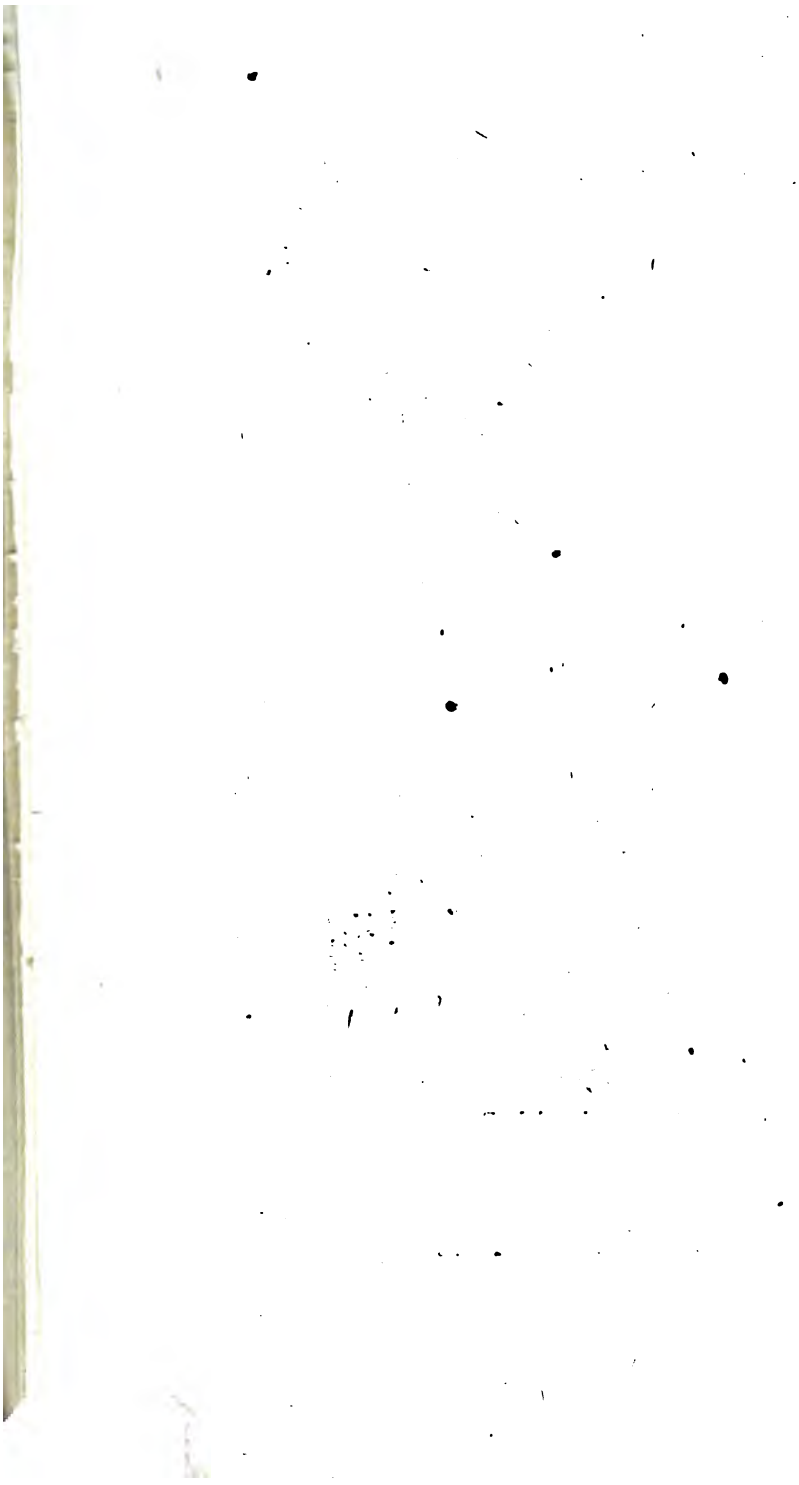
TOMO III.

IN NAPOLI

Nella Stamperia de' RAIMONDI

Con licenza de' Superiori

MDCCLXXXIV.



Hist. of Sci.
Perrella
10-14-27
15746

INDICE

De' Capi contenuti in queſto Tomo.

LIBRO III.

De' principali ſiſtemi del Mondo, e di quanto ha ad eſſi immediato rapporto.

Definizioni Preliminari. pag. 1
Oſſervazioni preliminari. 9
Altre definizioni preliminari. 16
CAP. I. *S' eſpongono i tre ſiſtemi di Tolomeo di Copernico, e di Ticone.*
Siſtema di Tolomeo. 18
Siſtema di Copernico. 24
Siſtema di Ticone. 30
CAP. II. *Della teorica del moto annuo del Sole ſecondo Tolomeo.* 34
CAP. III. *S' inſegna il modo praticato da Tolomeo in determinare i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita ſolare, e l' eccentricità dell' iſteſſa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico; e s' inſegnano altresì i modi d' eſe-*

eſeguire ſecondo Tolomeo tutte le altre determinazioni ſpettanti il moto annuo del Sole. 48
CAP. IV. *Si ſpiegano nel ſiſtema copernicano l' apparente moto diurno di tutt' i corpi celeſti, l' apparente moto annuo del Sole, e le vicende delle ſtagioni, de' giorni, e delle notti.*
Spiega dell' apparente moto diurno di tutt' i corpi celeſti. 67
Spiega dell' apparente moto annuo del Sole. 70
Spiega delle vicende delle ſtagioni. 72
CAP. V. *Si ſpiegano nel ſiſtema copernicano le direzioni, le ſtazioni, e le tetrogradazioni de' pianeti primarj, e ſe ne deducono le conſeguenze, che immediatamente dedurre ſe ne poſſono da tali ſpiegbe.*
Spiega per gli pianeti ſuperiori. 79
Spiega per gli pianeti inferiori. 87
CAP. VI. *Si ſtabiliſcono le forze, per le quali i pianeti ſi muovono nelle proprie orbite.* 96
CAP. VII. *Della legge, che oſſerva ogni pianeta in girare per la propria orbita relativamente alla velocità; e della ragione, che hanno le velocità di due pianeti in due punti qualunque delle proprie orbite, qualora queſte vengono deſcritte intorno all' iſteſſo centro delle forze.* 108
CAP. VIII. *Della legge, ſecondo la quale la forza centripeta fa azione alle diverſe diſtanze dal centro delle forze.* 117
CAP. IX. *S' eſpongono altri importanti teoremi, che alla teorica delle forze centripete de' pianeti appartengono.* 129

LIBRO IV.

Delle principali determinazioni da fare relativamente alli pianeti primarj.

Definizioni, e nozioni preliminari. 143

CAP. I. *Delle fondamentali determinazioni relativamente all' orbita terreſtre.* 171

CAP. II. *S' inſegna a determinare la longitudine dell' apogeo del Sole, e quanto da ſi fatta determinazione immediatamente deriva.* 186

CAP. III. *Della determinazione di qualunque equinozio medio in conſeguenza delle determinazioni già inſegnate, qualora è determinato l' equinozio vero corriſpondente.* 213

CAP. IV. *Si definiſcono, e determinano tutte le ſpezie di anni ſolari.* 220

CAP. V. *Dell' Epoche, o ſieno Radici delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell' apogeo ſolare; de' modi di determinarle, e degli uſi delle medeſime.* 243

CAP. VI. *Del modo di ricavare per riguardo della terra dalle anomalie medie le anomalie vere corriſpondenti, e le corriſpondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo il luogo vero del Sole.* 263

CAP. VII. *S' inſegnano i principali metodi di determinare le parallaſſi orizzontali de' corpi celeſti, ſoggetti alla parallaſſe, e quanto vi ha immediato rapporto.* 284

CAP. VIII. *S' inſegna a determinare coll' ajuto d' oſſervazioni le oppoſizioni, e le congiunzio-*

zioni col Sole de' pianeti primarj. 314
CAP. IX. *Delle determinazioni de' tempi periodici, e de' moti medii de' pianeti primarj.* 332
CAP. X. *Si determinano in conseguenza d' osservazioni relativamente a Saturno, e a Giove l' equazione massima del centro, e 'l luogo dell' afelio, o del perielio dell' orbita.* 362
CAP. XI. *Si determinano in conseguenza d' osservazioni l' eccentricità delle orbite di Saturno, e di Giove; e si stabilisce circa tali orbite quanto da sì fatta determinazione immediatamente deriva.* 376
CAP. XII. *S' espone un metodo generale per determinare riguardo a ogni pianeta l' afelio dell' orbita, l' eccentricità, e quanto da tali determinazioni immediatamente ne risulta.* 402
CAP. XIII. *De' modi di determinare delle orbite de' pianeti primarj i nodi, e le inclinazioni.* 443
CAP. XIV. *De' modi di determinare le longitudini, e latitudini eliocentriche de' pianeti primarj in conseguenza delle geocentriche, e le geocentriche in conseguenza dell' eliocentriche, le riduzioni all' eclittica, e le distanze de' medesimi pianeti sì dalla terra, che dal Sole.* 456
CAP. XV. *Del modo di ricavare per riguardo di qualunque pianeta primario dalle anomalie medie le anomalie vere corrispondenti, e le corrispondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo le longitudini, e latitudini eliocentriche, e geocentriche di qualsisia pianeta primario, e le distanze, che ha e dal Sole, e dalla terra.* 461
CAP XVI. *Delle misure de' diametri, de' volumi, delle masse, e delle forze attraenti de' pianeti nelle proprie superficie.* 49

TRATTATO D'ASTRONOMIA.

LIBRO III.

De' principali ſiſtemi del Mondo, e di quanto ha ad eſſi immediato rapporto.

DEFINIZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

1. Si dice *orbita* d' un pianeta, o d' una cometa la curva intera, per cui il centro del pianeta, o della cometa va ſcorrendo in ogni rivoluzione periodica.

AVVERTIMENTO.

2. Delle orbite in luoghi opportuni ſe ne dirà la vera forma, e ſe ne determineranno le ſituazioni. Sta bene qui avvertire che l'orbita del Sole, o per meglio dire della terra è nel piano dell' eclittica; eſſendo l' eclittica quel cerchio appunto, per la cui periferia appariſce ſcorrere il centro del Sole in ogni anno; e che tutte le altre orbite interſecano l' eclittica, ſebbene con angoli alquanto diverſi, e in ſiti diverſi, ſecondo ſi determinerà ne' luoghi convenienti.

DEFINIZIONE II.

3. Di qualunque orbita, che interſeca l' eclittica, ſi dicono *nodi* i due punti, ne' quali incontra il piano dell' eclittica; *limiti* i due punti, ognuno ugualmente diſtante dagli nodi; *linea de' nodi* la comune ſezione del piano dell' orbita col piano dell' eclittica, o ſia la retta, che congiugne i due nodi; e finalmente *luoghi de' nodi* i due punti della periferia dell' eclittica, che incontra la linea de' nodi prolungata.

DEFINIZIONE III.

4. De' nodi d' un' orbita ſi chiama *nodo aſcendente* quello, da cui incomincia il corpo

po celeſte nella ſua rivoluzione periodica a ſcorrere la parte della ſua orbita eſiſtente nell' emisfero ſettentrionale per riſpetto dell' eclittica ; e *nodo diſcendente* l' altro, da cui incomincia l' iſteſſo corpo a ſcorrere l' altra parte dell' orbita eſiſtente per riſpetto pure dell' eclittica nell' emisfero auſtrale . Similmente de' limiti d' un' orbita ſi dice *limite ſettentrionale* quello , ch' è nella parte dell' orbita eſiſtente per riſpetto dell' eclittica nell' emisfero ſettentrionale ; e *limite auſtrale* l' altro , ch' è nella parte dell'orbita eſiſtente pure per riſpetto dell' eclittica nell' emisfero auſtrale .

AVVERTIMENTO.

5. Gli Aſtronomi contraſſegnano il nodo aſcendente col ſegno ☊, e'l nodo diſcendente coll'altro ſegno ☋ .

DEFINIZIONE IV.

6. Se un corpo celeſte in progredire col ſuo moto proprio per la ſua orbita appariſce ora avanzarſi ſecondo l' ordine de' ſegni , ora ritrocedere , e ora ſtarſi per qualche tempo come immobile , ſenz' apparire nè procedere innanzi , nè ritrocedere ; ſi dice tale corpo celeſte eſſere *diretto* nel primo caſo , *retrogrado* nel ſecondo , e *ſtazionario* nel terzo .

AVVERTIMENTO.

7. Qui appreſſo ſi dirà che il Sole, e la Luna appariſcono ſempre diretti, e che gli altri pianeti ſi veggono ora diretti, ora ſtazionarj, e ora retrogradi. Si dirà altresì dove accadono sì fatte apparenze ne' detti corpi; ed in ſeguito ſi dirà come accadono.

DEFINIZIONE V.

8. Due corpi celeſti ſi dicono eſſere in *congiunzione*, ſe appariſcono corriſpondere all' iſteſſo punto di cielo, o a punti dell' iſteſſa longitùdine, e di latitudini di poca differenza.

COROLLARIO.

9. Quindi due corpi celeſti nel giorno, in cui ſono in congiunzione, debbono inſieme naſcere, e inſieme tramontare, o naſcere, e tramontare con picciola differenza.

DEFINIZIONE VI.

10. Qui appreſſo ſi dirà che tutt' i pianeti s' oſſervano da tempo in tempo in congiunzione col Sole. Di sì fatte congiunzioni chiamiamo *congiunzione inferiore* quella, che accade, trovandoſi il pianeta tra 'l Sole, e la

e la terra ; e *congiunzione ſuperiore* quella, che ſuccede, trovandoſi il pianeta per riſpetto della terra al di là dal Sole.

COROLLARIO I.

11. Venendo ogni pianeta dal Sole illuminato, ed avendo conſeguentemente ſempre illuminata la parte rivolta al Sole, e la parte rimanente oſcura: è facile a intendere che un pianeta ha alla terra rivolta tutta la parte illuminata nella congiunzione ſuperiore col Sole, e tutta la parte oſcura nella congiunzione inferiore.

AVVERTIMENTO I.

12. Si noti che ogni pianeta per certo intervallo di tempo prima, e dopo la ſua congiunzione col Sole ſi rende inviſibile, naſcendo allora, e tramontando col Sole, o con picciola differenza; vale a dire quando il lume forte del giorno non permette poter diſcernere la ſua luce debile. Si noti altresì che ſe un pianeta prima della congiunzione col Sole ſi vede di mattina all' oriente prima di ſpuntare il Sole, dopo la congiunzione ſi vede ricomparire di ſera all' occidente dopo tramontato il Sole, e all' oppoſto. E finalmente ſi noti che il tempo, che ſcorre dallo ſparire d' un pianeta prima della congiunzione fino al ricom-

parire dopo, è diverſo, ſecondo i diverſi pianeti.

COROLLARIO II.

13. Eſſendo rivolta alla terra tutta la parte oſcura d'un pianeta, qualora è nella congiunzione inferiore col Sole, e tutta la parte illuminata, qualora è nella congiunzione ſuperiore: è facile pure a intendere che quando un pianeta incomincia a ricomparire dopo la congiunzione, deve ricomparire con picciola parte illuminata del ſuo diſco, ſe è ſtato nella congiunzione inferiore, e con quaſi l'intero diſco illuminato, ſe è ſtato nella congiunzione ſuperiore. Ed ecco in che modo ſi può conoſcere, ſe la congiunzione avuta da un pianeta col Sole è ſtata l'inferiore, o la ſuperiore.

AVVERTIMENTO II.

14. Si noti anche che in alcune congiunzioni inferiori col Sole di que' pianeti, che hanno col Sole tali congiunzioni, la retta procedente dal centro della terra al centro del pianeta corriſponde a qualche punto del diſco ſolare. In tale caſo s' oſſerva paſſare il pianeta per avanti il Sole da tutti gli abitanti della terra, per riſpetto de' quali tale paſſaggio ſuccede non di notte, ma di giorno; e s'oſſerva ſcorrere pel diſco ſolare una

una macchia nera, che non è, ſe non un' apparenza derivante dall' eſſere la viſta priva di vedere, per l' interpoſizione del pianeta, la corriſpondente parte del Sole.

AVVERTIMENTO III.

15. Si noti finalmente che tre pianeti hanno congiunzioni inferiori col Sole, come ſi dirà in ſeguito, la Luna, Mercurio, e Venere. Quando la macchia nera, che s' oſſerva paſſare pel diſco ſolare, viene prodotta dalla Luna, ſi dice allora tale fenomeno impropriamente *eclisſe del Sole*; eſſendo realmente eclisſe della terra: quando poi è prodotta da Mercurio, o da Venere; in tale caſo ſi dice ſemplicemente *paſſaggio di Mercurio, o di Venere pel diſco ſolare*.

DEFINIZIONE VII.

16. Due corpi celeſti ſi dicono *in oppoſizione*, ſe appariſcono in punti del cielo diametralmente oppoſti, o in punti, che differiſcono di poco in latitudine, e di 180° in longitudine.

COROLLARIO I.

17. Quindi due corpi celeſti nel giorno, in cui ſono in oppoſizione, debbono inſieme, o con picciola differenza uno naſcere,

e l'altro tramontare. E perciò que' pianeti vengono in oppoſizione col Sole, che da tempo in tempo naſcono, in che tramonta il Sole, o naſcono con picciola differenza dal momento, in cui il Sole tramonta, e al contrario.

COROLLARIO II.

18. In oltre un pianeta, quando è in oppoſizione col Sole, ha il diſco illuminato tutto rivolto verſo la terra. Onde un pianeta, quand'è in oppoſizione col Sole, apparisce illuminato coll'intero ſuo diſco.

AVVERTIMENTO.

19. Si noti che gli Aſtronomi contraſſegnano la congiunzione di due corpi celeſti col ſegno ☌, e l'oppoſizione col ſegno ☍.

DEFINIZIONE VIII.

20. Si dice *elongazione d' un pianeta dal Sole* l'angolo, ſotto cui apparisce il pianeta diſtante dal Sole; ſi dice poi *maſſima elongazione d' un pianeta dal Sole* il maſſimo angolo, ſotto cui può il pianeta apparire dal Sole diſtante.

OSSERVAZIONI PRELIMINARI.

OSSERVAZIONE I.

21. *Se ſi va ſpeſſo oſſervando la Luna, ora ſi vede ceſſare di apparire all' oriente di mattina, e dopo alcuni giorni incominciare a ricomparire di ſera all' occidente con picciola parte del ſuo diſco illuminata; e ora ſi vede naſcere illuminata coll' intero diſco, in che tramonta il Sole: e tali fenomeni ſi veggono alternativamente ſempre ricorrere, ſenza mai vedere la Luna, dopo d' eſſere ſtata per qualche tempo inviſibile, ricomparire illuminata coll' intero diſco.*

COROLLARIO.

22. Quindi la Luna, girando per l' orbita ſua, ora è in congiunzione inferiore col Sole, e ora in oppoſizione, e conſeguentemente ora è tra 'l Sole, e la terra, e ora per riſpetto della terra di qua dal Sole. Per la qual coſa l' orbita della Luna comprende ſolamente la terra, ſenza comprendervi il Sole.

OSSERVAZIONE II.

23. *Se ſpeſſo ſi va Venere oſſervando, ora ſi ve-*

ſi vede ceſſare di comparire di ſera all' occidente, tramontato il Sole, e dopo più giorni incominciare a ricomparire di mattina all' oriente prima di ſpuntare il Sole con picciola parte del ſuo diſco illuminata; e ora ſi vede ceſſare di comparire di mattina all' oriente prima di ſpuntare il Sole, e dopo più giorni incominciare a ricomparire di ſera all' occidente, illuminata con quaſi l' intero diſco, dopo tramontato il Sole. E tali fenomeni s' oſſervano anche in Mercurio; e ſi veggono ſempre alternativamente ricorrere in ambidue tali pianeti, ſenza vedere mai naſcere uno di eſſi, in che tramonta il Sole, e ſenza vedere la maſſima elongazione dal Sole di Mercurio mai maggiore di 28°, e di Venere mai maggiore di gr. 47.

COROLLARIO I.

24. Quindi Mercurio, e Venere, girando per le proprie orbite, ora ſono in congiunzione inferiore col Sole, e ora in congiunzione ſuperiore, e conſeguentemente ora tra la terra, e 'l Sole, e ora per riſpetto della terra al di là dal Sole; nè mai ſono col Sole in oppoſizione, e conſeguentemente per riſpetto del Sole di qua dalla terra. E perciò le orbite di sì fatti pianeti comprendono ſolamente il Sole, ſenza comprendervi la terra.

COROLLARIO II.

25. In oltre vedendoſi giugnere la maſſima elongazione di Mercurio dal Sole fino a 28°, e di Venere fino a gr. 47: è facile a intendere eſſere l'orbita di Mercurio più proſſima al Sole, e quella di Venere più rimota.

COROLLARIO III.

26. Finalmente vedendoſi ciaſcuno de' detti pianeti ricomparire di mattina all'oriente dopo una congiunzione con picciola parte del diſco illuminata, e ricomparire di ſera all'occidente dopo l'altra congiunzione, illuminato con quaſi l'intero diſco: ne ſegue che tali pianeti ſi veggono di mattina all'oriente, da che incominciano a ricomparire dopo la congiunzione inferiore, fino a che ſpariſcono per la congiunzione ſuperiore; e ſi veggono di ſera all'occidente, da che incominciano a ricomparire dopo la congiunzione ſuperiore, fino a che ſpariſcono per la congiunzione inferiore.

OSSERVAZIONE III.

27. *Se da tempo in tempo ſi va Marte oſſervando, ora ſi vede ceſſare di comparire di ſera all'occidente, tramontato il Sole, e dopo mol-*

molti giorni ricomparire di mattina all' oriente prima di naſcere il Sole coll' intero diſco illuminato ; e ora ſi vede coll' intero diſco pure illuminato naſcere, in che tramonta il Sole. E tali fenomeni s' oſſervano anche in Giove, e Saturno ; e ſi veggono ſempre alternativamente ricorrere in tutti e tre i detti pianeti, ſenza vederne mai ricomparire uno dopo d' eſſere ſtato per qualche tempo inviſibile, che non aveſſe illuminato l' intero diſco.

COROLLARIO.

28. Quindi Marte, Giove, e Saturno, girando per le proprie orbite, ora ſono in congiunzione ſuperiore col Sole, e ora in oppoſizione; e conſeguentemente ora per riſpetto della terra di là dal Sole, ed ora per riſpetto del Sole di qua dalla terra; nè mai ſono col Sole in congiunzione inferiore. Per la qual coſa le orbite di sì fatti pianeti comprendono dentro il giro di eſſe il Sole, e la terra.

OSSERVAZIONE IV.

29. *Si vede da tempo in tempo la Luna occultare Venere, e ogni altro pianeta, Venere occultare Marte, Marte occultare Giove, e Giove occultare Saturno, e non mai s' oſſerva il contrario.*

CO-

COROLLARIO.

30. Dunque è a distanza maggiore dal Sole più l' orbita di Saturno che quella di Giove, più quella di Giove che l' altra di Marte, più quella di Marte che quella di Venere; e di più l' orbita della Luna è più prossima alla terra che quella di Marte, nè si estende fino all' orbita di Venere.

AVVERTIMENTO I.

31. Si noti che dall' essere le orbite di Marte, Giove, e Saturno per rapporto del Sole al di là della terra, e le orbite di Mercurio, e di Venere di qua, n' è derivato che si denominano *pianeti superiori* i tre primi, e *pianeti inferiori* i due secondi.

AVVERTIMENTO II.

32. Si noti pure che tra i pianeti superiori è d' annoverarsi oggi il pianeta scoperto in Marzo del 1781 da Guglielmo Herschel del Bagno in Inghilterra, essendo stata la sua orbita, per le osservazioni finora fatte, conosciuta a una distanza dal Sole circa il doppio di quella di Saturno.

OSSERVAZIONE V.

33. *Se ſi vanno ſpeſſo determinando, come a ſuo luogo inſegneremo, i diametri apparenti del Sole, della Luna, e di tutti gli altri pianeti; ſi trova ognuno di eſſi ora d' una grandezza, e ora d' un' altra: anzi ſi trova che ognuno va creſcendo ſino a certo limite, e poſcia di nuovo ſi va diminuendo. Il diametro del Sole ſi trova oggi maſſimo poco dopo il ſolſtizio d' inverno, e minimo poco dopo il ſolſtizio di ſtate; e da queſto ſolſtizio a quello ſi trova andare ſucceſſivamente creſcendo, e da quello a queſto ſucceſſivamente ſcemando. Quello della Luna ſi trova due volte andar creſcendo, e due volte andar ſcemando in ogni ſua rivoluzione periodica. Finalmente ſi trova ſempre il diametro ne' pianeti ſuperiori maggiore nelle oppoſizioni col Sole, che nelle congiunzioni, e ne' pianeti inferiori maggiore nelle congiunzioni inferiori col Sole, che nelle congiunzioni ſuperiori.*

COROLLARIO.

34. Quindi i pianeti non ſerbano ſempre le medeſime diſtanze dalla terra. Il Sole n'è meno rimoto nel ſolſtizio d' inverno, che in quello di ſtate. I pianeti ſuperiori ne ſono meno rimoti nelle oppoſizioni col Sole, che nelle congiunzioni. E finalmente i pia

pianeti inferiori ne ſono anche meno rimoti nelle congiunzioni inferiori col Sole, che nelle congiunzioni ſuperiori.

OSSERVAZIONE VI.

35. *Se giorno per giorno ſi vanno determinando le longitudini e de' pianeti ſuperiori, e de' pianeti inferiori; ſi trovano retrogradi i primi circa le oppoſizioni, e i ſecondi circa le congiunzioni inferiori; diretti tutti fuori delle retrogradazioni, e ſtazioni; e tutti ſtazionarj una volta in paſſare dalla direzione alla retrogradazione, e un' altra volta in paſſare dalla retrogradazione alla direzione.*

OSSERVAZIONE VII.

36. *Se ſi proſeguano le dette determinazioni, ſi trova da una retrogradazione all' altra ſcorrere per*

		an.	gior.
Saturno	circa	1	13
Giove		1	34
Marte		2	50
Venere		1	220
Mercurio		0	115

Di più ſi trova eſſere

Saturno

Diretto	*circa giorni*	243
Retrogrado		140
Stazionario		8,

Gio-

Giove

Diretto	*circa giorni*	284
Retrogrado		120
Stazionario		4,

Marte

Diretto	*circa giorni*	705
Retrogrado		73
Stazionario		2,

Venere

Diretta	*circa giorni*	542
Retrograda		42
Stazionaria		1 $\frac{1}{2}$,

Mercurio

Diretto	*circa giorni*	93,
Retrogrado		22
Stazionario		$\frac{1}{2}$.

Finalmente l' arco della retrogradazione è per

Saturno	*tra li gr.*	6, e 7,
Giove	*di gr.*	10,
Marte	*tra li gr.*	10, e 19,
Venere	*di gr.*	16
Mercurio	*tra li gr.*	9, e 16.

ALTRE DEFINIZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

37. Chiamiamo *fiſtema del mondo* la poſitura, e l' ordine, col quale ſi trovano i gran

gran corpi della natura nell' univerſo diſpoſti.

AVVERTIMENTO.

38. Il ſiſtema del mondo è ſtato diverſamente da diverſi Aſtronomi immaginato; e ciò è derivato dall' avere ſuppoſto immobile nel centro dell' univerſo altri la terra, e altri il Sole. Quindi ſono nati i diverſi ſiſtemi degli Aſtronomi.

DEFINIZIONE II.

39. Per *ſiſtema d'un Aſtronomo* s'intende il ſiſtema del mondo, ſecondo è ſtato da tale Aſtronomo immaginato.

AVVERTIMENTO I.

40. I ſiſtemi più celebri degli Aſtronomi ſi riducono a tre, a quello di Tolomeo, a quello di Copernico, e a quello di Ticone. Gli Aſtronomi ſono ſtati guidati al primo di sì fatti ſiſtemi dalli ſenſi, al ſecondo dalla Natura, e al terzo dalli pregiudizj. Il ſiſtema di Tolomeo è ſtato di buona parte degli antichi Aſtronomi. Dal tempo di Copernico non avrebbe avuto più un ſeguace, ſe un falſo timore d' irreligione non aveſſe trattenuti alcuni a non allontanarſene. Il ſiſtema di Copernico, deriſo alla

prima dal volgar pregiudizio de' ſenſi, col la veracità, che racchiude, è giunto a fa dimenticare il tolemaico. Finalmente il ſiſte ma di Ticone ha ſervito per dimoſtrare ch anche gli uomini di talento poſſono ſoggia cere all' impero de' pregiudizj.

AVVERTIMENTO II.

41. Ancorchè de' tre nominati ſiſtemi i copernicano ſolamente ſi ſia conoſciuto con corde co' fenomeni della Natura: nondime no ci piace d' eſporli qui brievemente tutt e tre; affinchè del copernicano ſe ne poſſ meglio conoſcere la ſemplicità, e l' elegan za. Perciò ſia il

CAP. I.

S' eſpongono i tre ſiſtemi di Tolomeo, di Copernico, e di Ticone.

Siſtema di Tolomeo.

42. Vuole Tolomeo

1° Che la terra ſtia immobile nel cen tro dell' univerſo, e che la ſfera mondana un

una con tutt' i corpi celeſti giri in 24^or. intorno l' aſſe del mondo, e conſeguentemente intorno al centro della terra dall' oriente all' occidente:

2° Che i pianeti, oltre il moto diurno, abbiano moti proprj, co' quali il Sole, e la Luna appariſcano ſempre diretti, e tutti gli altri ora diretti, ora ſtazionarj, e ora retrogradi, e co' quali ſi trasferiſcano per piani alquanto inclinati l' uno agli altri, e compiano le intere rivoluzioni in tempi diverſi:

3° Che tutte le ſtelle abbiano pure un moto proprio ſempre diretto, cioè dall' occidente all' oriente intorno l' aſſe dell' eclittica, col quale moto, ſenza mutare ſituazione tra eſſe, ſi vadano avanzando di continuo in longitudine; e che tale moto ſia così lento, che per compierſi l' intera rivoluzione vi vogliano anni 36000:

4° Che ogni pianeta abbia il ſuo particolare orbe ſferico, detto *cielo* del pianeta, al quale appartenga, e dal quale venghi traſportato dall' occidente all' oriente, perchè faccia la ſua rivoluzione periodica:

5° Che tutte le ſtelle abbiano pure un orbe ſferico detto *cielo ſtellato*, o *firmamento*, al quale ſieno tutte affiſſe, e dal quale ſieno inceſſantemente, ed equabilmente portate in giro dall' occidente all' oriente intorno l' aſſe dell' eclittica col detto moto lentiſſimo:

6º Che il cielo della Luna ſia il più proſſimo alla terra, e che appreſſo ad eſſo procedano ſucceſſivamente il cielo di Mercurio, il cielo di Venere, il cielo del Sole, il cielo di Marte, il cielo di Giove, il cielo di Saturno, e finalmente il firmamento.

7º Finalmente che tutt' i detti cieli ſieno compreſi in un altro più ampio, detto il *primo mobile*, e che tale cielo roti intorno l' aſſe mondano in 24^or., e rapiſca ſeco in giro tutt' i cieli inferiori co' corpi affiſſi in eſſi.

COROLLARIO.

43. Secondo Tolomeo adunque la rotazione diurna di tutt' i corpi celeſti è un moto vero di tali corpi, e non apparente; e deriva dal primo mobile, che ſuppone rotare in 24^or. intorno l' aſſe mondano dall' oriente all' occidente, e traſferire ſeco in giro per l' iſteſſa direzione tutt' i cieli inferiori, come ſe formaſſero un ſolo corpo, e conſeguentemente tutt' i corpi celeſti affiſſi in eſſi.

AVVERTIMENTO I.

44. Si noti che Tebizio arabo, e Alfonſo Re di Caſtiglia circa il 1300, confrontando le ſituazioni, che avevano allor

le ſtelle colle determinate da Aſtronomi più antichi, giudicarono non procedere le ſtelle ſempre creſcendo in longitudine, ma ora creſcendo fino a certa miſura, e ora per altrettanta grandezza ſcemando; e giudicarono altresì non eſſere l' inclinazione dell' eclittica all' equatore coſtante, ma procedere ora creſcendo fino a certo limite, e ora ſcemando per altrettanta grandezza. Quindi vollero che il firmamento, oltre il moto diurno da oriente ad occidente, aveſſe due moti di librazione, uno col quale oſciHaſſe intorno l' aſſe dell' eclittica per un arco di 2°. 20' in anni egiziani 1117, ora movendoſi verſo oriente, e ora verſo occidente; e un altro, col quale oſcillaſſe per un arco di 24' in anni egiziani 3434, ora movendoſi verſo ſettentrione, e ora verſo auſtro. Per tale motivo ſuppoſero tra 'l firmamento, e 'l primo mobile due altri cieli, che chiamarono *cieli criſtallini*; e a tali cieli attribuirono i moti atti a comunicare al firmamento le dette oſcillazioni.

AVVERTIMENTO II.

45. Il moto diurno de' corpi celeſti reale e non apparente, ſe s'accorda co' ſenſi, ſembra alla ragione ripugnare. Di fatto ſe ſi ſupponga il Sole, quando appariſce nell' equatore, avere dalla terra non la diſtanza, ch' effettivamente ha, ma la minima, vale

a dire la distanza di semidiametri terrestri 22542, come si determinerà a suo luogo, ovvero di miglia italiane 155043876, essendo il semidiametro terrestre a un di presso di miglia 3439. Movendosi il Sole effettivamente secondo Tolomeo col moto diurno, deve in 24$^{or.}$ nel detto tempo correre almeno la periferia del cerchio, che ha per raggio la detta distanza, e conseguentemente deve correre miglia italiane 487092814; onde in 1$''$ deve correre un arco almeno di miglia italiane 5637. Or ciò è affatto inconcepibile; perchè è inconcepibile come un corpo così enorme, qual'è il Sole, possa in poco più d' una battuta di polso correre uno spazio così grande, quale è quello di miglia 5637; anzi uno spazio maggiore, essendo la distanza del Sole dalla terra nel detto tempo maggiore dell'adoperata nel calcolo. Più inconcepibile è lo spazio, che dovrebbe correre in 1$''$ Marte, qualora appariſce nell' equatore; assai più quello, che dovrebbe correre Giove; di vantaggio quello, che dovrebbe correre Saturno; ed oltremodo inconcepibile quello, che dovrebbero correre in 1$''$ le stelle fisse, che appariſcono nell'equatore, e nelle vicinanze di esso. Quindi il moto diurno de' corpi celesti, che suppone Tolomeo essere in tali corpi un moto reale, sembra affatto ripugnare alla ragione.

AV-

AVVERTIMENTO III.

46. Ripugna anche l' eſpoſto ſiſtema di Tolomeo alla Fiſica per più riſguardi. 1. Se tutt' i cieli ſono portati in giro dal primo mobile in 24^or. dall' oriente verſo l' occidente, è da credere che ſieno tali cieli incaſtrati l' uno dentro dell' altro; e, ſe è così, come accade che i pianeti, trasferiti da proprj cieli, abbiano moti proprj per direzione oppoſta dall' occidente verſo l' oriente, e moti diverſi, per direzioni alquanto inclinate le une alle altre, e intorno a punti diverſi, ſecondo ſi dirà appreſſo? e avendo tali moti, del che non è da dubitarne, come poſſono i detti cieli eſſere incaſtrati l' uno nell' altro, per eſſer tutt' inſieme trasferiti dal primo mobile dall' oriente verſo l' occidente in 24^or.? 2. I ſuppoſti cieli o ſono fluidi, o ſolidi; ſe fluidi, come tanti moti diverſi, per diverſe direzioni, e intorno a punti diverſi poſſono conſervarſi coſtanti, ſenza turbarſi vicendevolmente, e ſenza riſultarne da eſſi un moto ſolo per una ſola direzione? Se ſono ſolidi, come poſſono eſſere dalle Comete traverſati, ſenza ſoffrirne ne' moti di eſſi diſturbo alcuno? Come la Cometa del 1680 dalle regioni ſuperiori a tutt' i pianeti potè giugnere in diſtanza dal Sole non più della ſeſta parte del diametro dell' iſteſ-

ſo Sole, e indi di nuovo allontanarſene, traverſando in tal modo i cieli di tutt' i pianeti? La ſuppoſizione adunque de' cieli, fluidi o ſolidi che s'immaginano, è ſempre una ſuppoſizione alla Fiſica ripugnante.

AVVERTIMENTO IV.

47. Il detto fin qui è ſufficiente a far conoſcere la falſità del ſiſtema del Tolomeo; ma ciò, che ſi dirà in ſeguito, farà conoſcere d' eſſere affatto diſcorde colla natura. Intanto procediamo ad eſporre il

SISTEMA DI COPERNICO.

48. Vuole Copernico

1. Che il Sole ſtia immobilmente collocato nel centro dell' univerſo:

2. Che la terra ſia un pianeta, che ſi muova intorno al Sole deſcrivendo in un anno nel piano dell' eclittica un' orbita ſecondo l' ordine de' ſegni, con mantenere ſempre il ſuo aſſe parallelo a ſe ſteſſo, e inclinato all' iſteſſa eclittica con un angolo uguale al complimento dell' inclinazione della medeſima eclittica coll' equatore:

3. Che, oltre il detto moto, ſi vada la terra in ogni giorno rivolgendo dall' occi-

den

dente verſo l' oriente intorno al proprio aſſe, e faccia con tal ſuo moto apparire girare in 24^or. tutt' i corpi celeſti dall' oriente all' occidente.

4. Che intorno al Sole facciano le rivoluzioni periodiche dall' occidente verſo l' oriente in piani alquanto diverſi, in tempi diverſi, e a diverſe diſtanze ſucceſſivamente Mercurio, Venere, la Terra, Marte, Giove, e Saturno:

5. Che la Luna s' aggiri nello ſpazio di circa un meſe intorno la Terra:

6. Finalmente che le ſtelle ſieno immobilmente collocate ad immenſa diſtanza dal Sole; talchè alla diſtanza di eſſe non abbia il diametro dell' orbita della Terra alcuna ſenſibile ragione.

COROLLARIO.

49. Secondo Copernico adunque è apparente, e non reale sì il moto diurno de' corpi celeſti dall' oriente verſo l' occidente, che il moto annuo del Sole ſecondo l' ordine de' ſegni; derivando il primo dal moto diurno della Terra intorno al proprio aſſe dall' occidente verſo l' oriente, e 'l ſecondo dal moto annuo dell' iſteſſa Terra intorno al Sole pure ſecondo l' ordine de' ſegni. E di più ſecondo Copernico non hanno luogo i cieli ſuppoſti da Tolomeo.

AVVERTIMENTO I.

50. L' eſpoſto ſiſtema famoſo di Niccolò Copernico ſi deve alla felice combinazione, che ſeppe farne de' due movimenti attribuiti da diverſi Filoſofi dell' antichità alla Terra ; cioè del moto diurno intorno al proprio aſſe, ſoſpettato da alcuni, e al moto annuo per l' eclittica, ſoſpettato da altri. Tale ſiſtema, quanto perſeguitato alla prima dagli pregiudizj, altrettanto uniforme alla natura, è l' unico, che ci preſenta l' univerſo con ordine, con ſimmetria, con ſemplicità, con eleganza, e degno del ſupremo Architetto della natura ; che ſodisfa a tutt' i fenomeni celeſti, ſenza biſogno di ripieghi ; e che ſomminiſtra un mirabile accordo tra i calcoli de' moti de' corpi celeſti, e le oſſervazioni, come ſi anderà nel decorſo di queſto trattato ſempre conoſcendo.

AVVERTIMENTO II.

51. Si noti che dopo Copernico l' immortale Galileo, appena che ebbe inventato il cannocchiale, ſcoprì nel dì 7 di Gennaro del 1610 intorno Giove girare quattro pianeti minori, che chiamò *ſtelle medicee*, e che comunemente appreſſo ſi ſono detti *Satelliti di Giove*. E ſi noti altresì che, reſe in ſeguito il cannocchiale più adatto agli uſi

uſi aſtronomici, ſcoprirono gl' inſigni Aſtronomi Criſtiano Hugenio, e Domenico Caſſini cinque altri pianeti minori girare intorno Saturno; però l' Hugenio nel 25 di Marzo del 1655 con cannocchiali di piedi 12, e 23 ne ſcoprì ſolamente il 4°, ch' è il più groſſo di tutti, e Caſſini ne ſcoprì in diverſi tempi gli altri quattro, cioè il 5° circa la fine d' ottobre del 1671 con un cannocchiale di piedi 17, il 3° nel 23 di dicembre del medeſimo anno con cannocchiali di piedi 35, e 70, ed il 1°, e 2° nel 1684 con cannocchiali del Campano di piedi 34, 47, 100, e 136, e con altri del Borello di piedi 40, e 70. In Inghilterra dell' eſiſtenza de' quattro Satelliti di Saturno, ſcoperti dal Caſſini, ſe n' è dubitato fino al 1718; ma non ſe n' è dubitato di vantaggio, da che furono oſſervati tutti e cinque da M^r. Pound con un cannocchiale del Campano, dato in dono dall' Hugenio alla Società regia.

AVVERTIMENTO III.

52. Si noti in oltre che la ſcoperta de' detti Satelliti ha dato origine alla diſtinzione de' pianeti in primarj, e ſecondarj; chiamandoſi *pianeti primarj* quei, che fanno le rivoluzioni intorno al Sole, e *pianeti ſecondarj* quei, che le fanno intorno alli primarj. Onde pianeti primarj ſono nel ſiſtema co-

copernicano Mercurio, Venere, la Terra, Marte, Giove, Saturno, e 'l nuovo pianeta ultimamente ſcoperto da Herſchel; e ſecondarj la Luna, che gira intorno la terra; i Satelliti di Giove, che girano intorno a Giove, ed i Satelliti di Saturno, che intorno Saturno s' aggirano.

AVVERTIMENTO IV.

53. Si noti pure che Saturno, oltre i cinque ſatelliti, ha di più un anello, che il circonda intorno intorno, ſenza toccarlo, e che il fa comparire ſecondo le diverſe ſituazioni per riſpetto della terra ora d' una forma, e ora d' un' altra. E' da ſapere intanto che, ſe il famoſo Hugenio diviſe con Caſſini la gloria della ſcoperta de' ſatelliti di Saturno, la gloria d' avere indovinato il motivo delle diverſe apparenze di tale pianeta d' eſſere circondato da un anello, non la diviſe con veruno.

AVVERTIMENTO V.

54. Si noti di vantaggio che Copernico non fa menſione nel ſuo ſiſtema delle Comete; perchè a ſuo tempo intorno a tali corpi ancora prevaleva la falſa opinione ariſtotelica, che che ne aveſſero in contrario ſoſtenuti più tra gli antichi. Eſſendoſi intanto dagli moderni poſto fuori d' ogni dub

dubbio eſſere le Comete corpi nati col mondo, e corpi, che girano intorno al Sole in orbite determinate, e in coſtanti periodi; dalli moderni s' è il ſiſtema copernicano arricchito della famiglia delle Comete, ch' è aſſai più numeroſa di quella de' pianeti, ſecondo ſi dirà a luogo opportuno.

AVVERTIMENTO VI.

55. Si noti pure che i ſatelliti di Giove, e di Saturno, l' anello dell' iſteſſo Saturno, e le Comete, ſe hanno interamente ſquarciato il ſiſtema tolemaico, non hanno niente turbato il ſiſtema copernicano, come ſi anderà nel decorſo di queſto trattato continuamente oſſervando. E finalmente ſi noti che in dire con Copernico eſſere il Sole nel centro dell' univerſo, non intendiamo dire, ſe non ſe che il centro del Sole ſia in un punto dell' univerſo, per riſpetto di cui le ſtelle ſi poſſono conſiderare come nella ſuperficie d' un' immenſa, ed eſterminata sfera, che abbia per centro tale punto. Siamo intanto perſuaſi che ſia l' univerſo un immenſo, ed eſterminato ſpazio vuoto, di cui non ce ne poſſiamo immaginare i limiti; che in tale ſpazio il ſupremo Architetto della natura abbia immobilmente collocati tutt' i gran corpi luminoſi della natura, o ſieno tutte le ſtelle ad immenſe diſtanze le une dalle altre; che il Sole ſia la ſtella da noi

men

men rimota, e alla quale colla Terra apparteniamo; che l'istesso Sole non solamente illumina tutt' i pianeti, e tutte le comete della sua pertinenza, ma anche l' anima colla sua attrazione, e l' obbliga, combinata sì fatta forza coll' altra di proiezione, ricevuta nel momento della creazione, a girare intorno ad esso; e che forse ogni altra stella abbia i suoi particolari pianeti, e le sue particolari comete, senza che gli uni d' una pertinenza si confondessero mai cogli altri d' un' altra pertinenza; essendo ciò ben conforme all' infinita potenza, e grandezza dell' Autore della natura; ed essendo ingiurioso all' istesso sommo Autore il credere che per sollazzo avesse inutilmente creati tanti immensi corpi, de' quali neppure co' più fini cannocchiali è permesso a noi altri contemplarli. Ma venghiamo all' altro

SISTEMA DI TICONE.

56. Vuole Ticone

1. Che la Terra stia immobilmente collocata nel centro dell' universo, e che intorno ad essa facciano dall' oriente verso l' occidente le rivoluzioni diurne tutt' i corpi celesti, come nel sistema tolemaico:

2. Che intorno l' istessa Terra facciano dal

lall' occidente verſo l'oriente le rivoluzioni
eriodiche la Luna, il Sole, e la ſfera del-
e ſtelle fiſſe; movendoſi il Sole per un or-
ita, che interſechi quella di Mercurio, di
enere, e di Marte, e non già le altre di
iove, e di Saturno; e movendoſi altresì
n giro la ſfera delle fiſſe per lo ſpazio d'
nni 25000;

3. Finalmente che facciano le rivoluzioni
eriodiche dall' occidente verſo l' oriente i
ianeti primarj intorno al Sole, ed i ſecon-
arj intorno alli primarj, come nel ſiſtema
opernicano; però nel trasferirſi il Sole per
a ſua orbita, ſi vadano inſieme trasferendo
e orbite de' detti pianeti, conſervando ſem-
re col piano dell' eclittica le medeſime in-
linazioni.

COROLLARIO I.

57. Secondo Ticone adunque è pure il
oto diurno de' corpi celeſti reale, e non
parente, e conſeguentemente alla ragione
pugnante.

COROLLARIO II.

58. Andandoſi il Sole movendo per la
a orbita, e conſeguentemente trasferendo
ntinuamente le orbite degli altri pianeti:
facile a comprendere che il centro d' o-
uno di tali altri pianeti deve di moto com-

compoſto dal proprio, e da quello, che riſulta dalla traslazione dell' orbita, andar deſcrivendo una ſpezie di ſpirale, che con infiniti giri in infiniti nodi ſi deve intrecciare, ſenza tornare mai in ſe ſteſſa, come avvertì il famoſo Keplero, e come ſi trova nelle memorie dell' Accademia delle ſcienze di Parigi del 1709 deſcritta per ciaſcun pianeta, e delineata dal Caſſini. Il che rende le dette orbite aſſai compoſte, aſſai intrigate, e aſſai lontane dalla ſemplicità, che ſegue la natura in tutte le ſue fatture.

AVVERTIMENTO I.

59. Si noti che Ticone col ſuo ſiſtema non ha potuto evitare l' imbarazzo de' cieli diverſi: però tali cieli vengono da eſſo a motivo della Cometa del 1577 creduti fluidi, ſenza badare che la fluidità de' cieli colla contrarietà de' moti non può affatto ſuſſiſtere.

AVVERTIMENTO II.

60. Fin qui ſi ſono eſpoſti i ſiſtemi più celebri; vale a dire le principali opinioni avute dagli Aſtronomi circa quali de' gran corpi della natura ſono in moto, e come, e quali in quiete, e circa l'ordine, che ſerbano nell' univerſo i medeſimi corpi. Ma per entrare nelle particolari circoſtanze de' mo-

moti de' corpi celesti, che si credono in moto secondo i diversi esposti sistemi, a fine di poter rendere ragione di tutt' i fenomeni celesti, e di sottomettere a calcolo i medesimi moti, conviene entrare nelle speziali ipotesi, o suppositioni, alle quali a tale oggetto hanno dovuto ricorrere gli autori de' medesimi sistemi, e che comunemente si dicono *teoriche astronomiche*. Or se si volessero esporre tutte le teoriche astronomiche relativamente alli detti sistemi, e addurre tutte le correzioni date alle medesime in diversi tempi, per meglio adattarle alli fenomeni, e far meglio corrispondere i calcoli alle osservazioni, si procederebbe assai innanzi, senza vantaggio della scienza; essendo le teoriche degli antichi atte solamente a farci conoscere per quali vie erronee s' è per secoli proceduto in Astronomia. Intanto delle teoriche degli antichi non ne soggiugniamo qui, se non la sola di Tolomeo, risguardante il moto annuo del Sole; affinchè si possa avvertire che l'Astronomia d' oggi è tutta diversa da quella degli antichi. Di tutte le altre teoriche degli antichi, risguardanti i moti periodici degli altri pianeti, ne daremo in seguito solamente un cenno, acciò s' abbia un' idea del modo intralciatissimo, e niente concorde colla natura, secondo il quale supponevano essi, che s' eseguissero tali moti; e acciò si possa meglio ammirare nelle teoriche de'

moderni la ſemplicità della natura relativamente alli medeſimi moti. Perciò ſia il

CAP. II.

Della teorica del moto annuo del Sole ſecondo Tolomeo.

Fenomeni oſſervati circa il moto annuo del Sole.

61. Sono tali fenomeni i ſeguenti.

1. Appariſce il Sole avere per l'eclittica moto inequabile, e moto con velocità maſſima in un punto di eſſa, con velocità minima nel punto diametralmente oppoſto, e con velocità, che ſi va per piccioli gradi ſucceſſivamente diminuendo dal maſſimo al minimo, in procedere dal primo punto al ſecondo, e ſucceſſivamente accreſcendo dal minimo al maſſimo, in procedere dal ſecondo punto al primo.

2. Impiega di più il Sole per gli ſegni ſettentrionali, o ſia dall'equinozio di primavera fino a quello d'autunno 8 giorni di più, che non impiega ne' ſegni auſtrali, o ſia dall'equinozio d'autunno fino all'altro di primavera. 3. Fi-

3. Finalmente il Sole col ſuo diametro appariſce nel corſo dell' anno di miſura non coſtante ; ma di miſura maſſima , dove la ſua velocità ſi vede maſſima , minima , dove la velocità ſi vede minima , e di mezzana grandezza , dove la velocità è mezzana .

AVVERTIMENTO.

62. Gli eſpoſti fenomeni induſſero Tolomeo alle ſuppoſizioni , che qui ſoggiugniamo .

Suppoſizioni di Tolomeo circa il moto proprio del cielo del Sole .

63. Vuole Tolomeo

1. Che il cielo del Sole ſia eccentrico colla terra , e che giri in un anno tropico intorno al ſuo centro equabilmente. dall' occidente verſo l' oriente , traſportando il Sole nell' iſteſſo tempo per la periferia d' un ſuo cerchio maſſimo , procedente pel centro della terra , e inclinato all' equatore celeſte per quanto ſi trova eſſere l' inclinazione dell' eclittica coll' iſteſſo equatore :

2. Che la porzione maggiore del detto cerchio ſia nell' emiſfero ſettentrionale , e la porzione minore nell' emiſfero auſtrale :

3. Finalmente che l' arco della porzione

maggiore del detto cerchio ſia tale, che il Sole in correrlo impieghi circa 8 giorni di più, che non impiega in correr l' arco della porzione rimanente.

COROLLARIO I.

64. Secondo Tolomeo adunque l' orbita del Sole è la periferia d' un cerchio eſiſtente nel piano dell' eclittica, eccentrico coll' iſteſſa eclittica, e col centro eſiſtente nella metà dell' eclittica, dove ſi trovano i ſegni ſettentrionali; e centro tanto lontano dal centro dell' iſteſſa eclittica, o ſia della terra, che il Sole in correre l' arco della porzione maggiore, eſiſtente nell' emiſfero ſettentrionale, impieghi circa 8 giorni di più, che non impiega in correre l' arco della porzione rimanente, che ſi trova nell' emiſfero auſtrale.

COROLLARIO II.

Fig. 1. 65. Contraſſegnino LQMR l' eclittica, LM la comune ſezione di eſſa coll' equatore, L il principio d' ariete, M il principio di libra, LQM il mezzo cerchio eſiſtente nell' emiſfero ſettentrionale, MRL il mezzo cerchio eſiſtente nell' emiſfero auſtrale. Se pel centro T s' intenda menato il diametro QR perpendicolare ad LM, contraſſegneranno Q il principio di cancro, e R

il

il principio di capricorno ; cioè Q contraſſegnerà il punto , in cui l'eclittica ſi tocca col tropico di cancro , e R contraſſegnerà l' altro punto , in cui l' iſteſſa eclittica ſi tocca col tropico di capricorno . Contraſſegni in oltre AIPG il cerchio , la cui periferia ſecondo Tolomeo è l' orbita del Sole , e 'l cui centro O è conſeguentemente nel mezzo cerchio LQM dell' eclittica . E' chiaro che movendoſi il Sole per AIPG ſecondo Tolomeo in un anno , quando ſarà ſucceſſivamente ne' punti L , Q , M , R dell' eclittica , cioè quando ſarà in G , apparirà eſſere nel principio d' ariete , quando ſarà in N apparirà eſſere nel principio di cancro , quando ſarà in I apparirà eſſere nel principio di libra , e quando ſarà in V apparirà eſſere nel principio di capricorno .

COROLLARIO III.

66. Quindi il Sole col ſuo moto diurno ne' giorni dell' anno , ne' quali ſi trova in G , e I appariſce deſcrivere l'equatore ; ne' giorni , ne' quali ſi trova in N , e V appariſce deſcrivere i tropici ; per tutt' il tempo , che va ſcorrendo l' arco GN , appariſce col moto diurno deſcrivere paralleli , che ſi vanno ſucceſſivamente avvicinando dall' equatore al tropico di cancro ; per tutt' il tempo , che va ſcorrendo l' arco NI , appariſce col moto diurno deſcrivere paralleli , che ſi vanno ſuc-

ceſſivamente avvicinando dal tropico di cancro all' equatore ; per tutt' il tempo , che va ſcorrendo l' arco IV , appariſce col moto diurno deſcrivere paralleli , che ſi vanno ſucceſſivamente avvicinando dall' equatore al tropico di capricorno ; e finalmente per tutt' il tempo , che va ſcorrendo l' arco VG , appariſce col moto diurno deſcrivere paralleli , che ſi vanno ſucceſſivamente avvicinando dal tropico di capricorno all' equatore .

COROLLARIO IV.

67. S' intenda per gli centri T , e O menato il diametro BC dell' eclittica , che interſeca l' orbita del Sole in A , e P . Eſſendo il punto T del diametro AP diverſo dal centro O , avrà il Sole diſtanza dalla terra maſſima , quando è in A , minima , quand' è in P ; e avrà in procedere da A a P per ASP diſtanza , che ſi anderà ſucceſſivamente diminuendo dalla maſſima alla minima , e in procedere da P ad A per PGA avrà diſtanza , che s' anderà ſucceſſivamente avanzando dalla minima alla maſſima ; e finalmente avrà diſtanze uguali in punti ugualmente diſtanti da A . Quindi ſono derivate le ſeguenti

DEFINIZIONI.

68. Si dicono i punti A , e P dell' orbita

ta ſolare inſieme *apſidi*; il punto A di maſſima diſtanza dal centro T della terra *apogeo*, o *ſommo apſide*; il punto P di minima diſtanza dall' iſteſſo centro *perigeo*, o *imo apſide*; il diametro AP *linea degli apſidi*; il cerchio AIPG l' *eccentrico*; la diſtanza OT del centro dell' eccentrico dal centro della terra *eccentricità*; il punto B dell' eclittica *luogo dell' apogeo*; e finalmente il punto C *luogo del perigeo*.

COROLLARIO I.

69. Eſſendo il diametro apparente del Sole alle diverſe diſtanze dalla terra in ragione reciproca delle medeſime diſtanze (§ 145 *del tom.* 2.); apparirà tale diametro minimo nell' apogeo, maſſimo nel perigeo; e apparirà andare ſucceſſivamente creſcendo dal minimo al maſſimo in procedere il Sole dall' apogeo al perigeo, e andare ſucceſſivamente ſcemando dal maſſimo al minimo in procedere il Sole dal perigio all' apogeo; nè apparirà d' uguali grandezze, ſe non in punti dell' orbita ugualmente diſtanti dall'apogeo.

COROLLARIO II.

70. Eſſendo in oltre ſecondo Tolomeo equabile il moto del Sole per la ſua orbita; ſecondo Tolomeo correrà il Sole della ſua orbita archi uguali in tempi uguali. Or

tali archi uguali dalla terra debbono apparire diſuguali per le diſtanze diverſe, alle quali ſi trovano da eſſa; e debbono apparire minimo il corſo alla diſtanza maſſima TA, maſſimo il corſo alla diſtanza minima TP; gli altri corſi ſucceſſivamente, procedendo il Sole dall' apogeo A al perigeo P, andarſi per gradi avanzando dal minimo al maſſimo; gli altri corſi ſucceſſivamente, procedendo il Sole dal perigeo P all' apogeo A, andarſi per uguali gradi diminuendo dal maſſimo al minimo; e non debbono apparire uguali, ſe non quei, che corre il Sole ad uguali diſtanze da A. Quindi il Sole, in girare per la ſua orbita, deve apparire della velocità minima nel luogo dell' apogeo, della velocità maſſima nel luogo del perigeo, e d'una velocità, che ſi va ſucceſſivamente accreſcendo dalla minima alla maſſima in procedere dall'apogeo al perigeo, e ſucceſſivamente diminuendo dalla maſſima alla minima in procedere dal perigeo all' apogeo: nè deve apparire il moto del Sole d' uguali velocità, ſe non in punti dell' orbita ugualmente diſtanti dall' apogeo, e conſeguentemente in punti dell' eclittica ugualmente diſtanti dal luogo dell' apogeo.

COROLLARIO III.

71. Quindi il Sole appariſce della maſſima velocità, dove appariſce del maſſimo dia-

diametro, della velocità minima, dove appariſce del diametro minimo, e di mezzana velocità, dove il diametro appariſce della mezzana grandezza.

COROLLARIO IV.

72. Di più ſe c' immaginiamo girare intorno al centro T della Terra il raggio TD dell' eclittica, procedente ſempre pel centro S del Sole; il moto angolare di tale raggio coll' altro TB ſarà inequabile, come quello del Sole veduto dalla terra. Quindi derivano le ſeguenti

DEFINIZIONI.

73. Si chiamano il raggio TD *linea del moto vero del Sole*; il punto D dell' eclittica, che incontra sì fatto raggio, ovunque ſia il Sole, *luogo vero del Sole*; l' arco LD dell' eclittica, procedente ſecondo l' ordine de' ſegni dal principio d' ariete L fino al luogo vero del Sole, *longitudine vera del Sole*; e l' arco BD, che procede pure ſecondo l' ordine de' ſegni dal luogo dell' apogeo B fino al luogo vero D del Sole, *argomento*, o *anomalia vera*, o *anomalia equata*, o pure *anomalia coequata del Sole*.

ALTRE DEFINIZIONI.

74. Se poi c' immaginiamo un Sole finto girare per la periferia dell' eclittica equabilmente in tanto tempo, in quanto tempo appariſce inequabilmente girare il Sole vero; e c' immaginiamo nell' iſteſſo momento, che parte il Sole vero dall' Apogea A, partire il Sole finto dal luogo B dell' apogeo: il Sole finto ſi dice *Sole medio*; il raggio TF dell' eclittica, che ſi ſuppone girare col detto Sole finto, ſi chiama *linea del moto medio del Sole*; il punto F dell' eclittica, dove ſi ſuppone giunto l' iſteſſo Sole finto, ſi dice *luogo medio del Sole*; la longitudine LF del Sole medio, ſi chiama *longitudine media del Sole*; l' arco BF dell' eclittica, procedente ſecondo l' ordine de' ſegni dal luogo B dell' apogeo fino al luogo F del Sole medio, ſi dice *anomalia media del Sole*; e ſi chiama *equazione*, o *proſtafereſi del Sole* l' angolo DTF, formato dalla linea TF del moto medio del Sole colla linea TD del moto vero, e conſeguentemente l' arco DF, che il miſura, differenza delle longitudini vera, e media del Sole, e anche delle anomalie vera, e media dell' iſteſſo Sole.

CO-

COROLLARIO I.

75. Eſſendo equabile il moto sì del Sole finto per la periferia dell' eclittica LQMR, che del Sole vero per la ſua orbita AIPG, e compiendoſi in egual tempo la rivoluzione sì dell' uno, che dell' altro: ne ſegue che, ſupponendoſi partire il Sole finto dal luogo B dell' apogeo nel medeſimo momento, che ne parte il Sole vero dall' apogeo A; nel medeſimo momento debbono pervenire anche il Sole finto nel luogo C del perigeo, e 'l Sole vero nel perigeo P. Quindi la linea TF del moto medio s' uniſce colla linea TD del moto vero e nel momento, in cui il Sole ſi trova nell' apogeo, e nel momento, in cui ſi trova nel perigeo. E perciò ne' detti momenti il luogo del Sole vero, e quello del Sole medio non differiſcono; nè differiſcono la longitudine vera, e la media, come anche l' anomalia vera, e l' anomalia media.

COROLLARIO II.

76. S' intenda per S tirata da O la retta OE, e ſi ſupponga tale retta girare intorno ad O col Sole S. Si muoverà sì fatta retta intorno al punto O coll' iſteſſa equabilità di moto, che ſi ſuppone muovere la linea TF del moto medio intorno al centro T. Sicchè

chè in qualunque ſito S, che ſarà il Sole, ſarà ſempre l'angolo BOE = BTF, e conſeguentemente OE parallela a TF. Onde ſarà ſempre pure l'angolo OST = DTF. Quindi è che ſi dicono pure OE *linea del moto medio del Sole*, e l'angolo OST *equazione*, o *proſtafereſi del Sole*.

COROLLARIO III.

77. Eſſendo la ragione di SO : OT coſtante, ovunque ſia il Sole S, coſtante ſarà ancora la ragione del ſeno dell'angolo OTS al ſeno dell'angolo OST, o ſia il ſeno dell'anomalia vera al ſeno dell'equazione. E perciò tale equazione è nulla, quando il Sole ſi trova e nell'apogeo A, e nel perigeo P; va ella poi creſcendo, procedendo il Sole dall'apogeo verſo il perigeo; però creſce, finchè l'anomalia vera OTS ſi fa di gr. 90, dove diventa maſſima; e dopo tale punto va ſcemando fino al perigeo, dove ſi fa nulla; va in ſeguito di nuovo creſcendo, finchè diventa un'altra volta maſſima, dove ſi fa di gr. 90 il complimento a quattro retti dell'anomalia vera; e da tale altro punto ſi va un'altra volta diminuendo, finchè ſi fa di nuovo nulla, tornato il Sole all'apogeo.

CO-

COROLLARIO IV.

78. Sicchè l' equazione del Sole è nulla, trovandoſi il Sole e nell' apogeo, e nel perigeo; è maſſima, quando è di gr. 90 tanto l' anomalia vera del Sole, quanto il ſuo complimento a quattro retti; e finalmente è d' uguali grandezze minori della maſſima in quattro punti dell' orbita, dove e le anomalie vere, e i complimenti di eſſe a quattro retti ugualmente diſtano dalli gr. 90.

COROLLARIO V.

79. Quindi la linea del moto medio TF, in procedere il Sole dall' apogeo al perigeo, deve precedere la linea del moto vero, ed andarſi prima l'una dall'altra ſucceſſivamente allontanando, finchè l' equazione divenga la maſſima, e indi andarſi l' una all' altra ſucceſſivamente avvicinando, finchè s' uniſcano inſieme nel perigeo. In procedere poi il Sole dal perigeo all' apogeo, deve l' iſteſſa linea del moto medio ſeguire la linea del moto vero, e andarſi pure prima l'una dall'altra ſucceſſivamente allontanando, finchè l' equazione divenga la maſſima, e poſcia andarſi l' una all' altra ſucceſſivamente avvicinando, finchè di nuovo s' uniſcano inſieme, tornato il Sole all' apogeo.

COROLLARIO VI.

80. Di vantaggio, girando intorno al punto T la linea TF del moto medio colla velocità media, e la linea TD del moto vero colla velocità apparente; finche seguono tali linee ad andarsi allontanando l'una dall'altra, la velocità dell'una è sempre maggiore della velocità dell'altra; divengono poi d'uguali velocità, dove cessano d'allontanarsi l'una dall'altra, ed incomincia l'una ad avvicinarsi all'altra; il che succede ne' luoghi de' massimi allontanamenti, e conseguentemente dove l'equazione si fa massima. Per la qual cosa la velocità media è maggiore dell'apparente nel primo, e ultimo quadrante dell'anomalia vera, e minore nel secondo, e terzo quadrante; e finalmente sono uguali ne' due punti, dove in uno è di gr. 90 l'anomalia vera, e nell'altro è di gr. 90 il suo complimento a quattro retti.

COROLLARIO VII.

81. Precedendo TF la TD nel primo semicerchio delle anomalie, e seguendola nel secondo: è chiaro doversi l'equazione del Sole sottrarsi dall'anomalia media, per avere la vera, nel primo semicerchio delle anomalie, e aggiugnersi nel secondo semicerchio.

CO-

COROLLARIO VIII.

82. Finalmente non unendoſi la linea del moto medio con quella del moto vero, ſe non nell' apogeo, e perigeo; è facile ad intendere che il Sole medio, e 'l Sole vero giungono alli punti sì equinoziali, che ſolſtiziali in tempi diverſi. Quindi è che ſi diſtinguono gli equinozj, ed i ſolſtizj in medii, e veri; chiamandoſi *equinozj medii*, e *ſolſtizj medii* i momenti, ne' quali il Sole medio giugne alli punti equinoziali, e ſolſtiziali, ed *equinozj veri*, e *ſolſtizj veri* i momenti, ne' quali il Sole vero appariſce eſſer giunto ne' medeſimi punti equinoziali, e ſolſtiziali.

AVVERTIMENTO.

83. Ecco brievemente ſvilluppata la teorica del moto annuo del Sole ſecondo Tolomeo. Non ſarà fuori di propoſito ſoggiugnere il come in vigore di tale teorica determinò il Tolomeo i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita ſolare, e l' eccentricità dell' iſteſſa orbita; e come in conſeguenza di tali determinazioni ne ricavò tutte le altre, che abbiſognano, per determinare in ogni tempo il luogo vero del Sole. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

CAP.

CAP. III.

S' insegna il modo praticato da Tolomeo in determinare i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita solare, e l' eccentricità dell' istessa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico; e s' insegnano altresì i modi d' eseguire secondo Tolomeo tutte le altre determinazioni spettanti il moto annuo del Sole.

PROBL. I.

84. *Insegnare il come Tolomeo determinò i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita solare, e l' eccentricità dell' istessa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico.*

SOLUZIONE.

Sia nella *Fig.* 1. quanto s' è antecedentemente supposto, e per O si tirono HK parallela a QR, e OY perpendicolare ad HK; saranno l'arco GK = KI, l'arco YK = 90°, la OH uguale al seno di GY, e la HT uguale al seno di KN.

1. Aven-

1. Avendo determinato Tolomeo l' anno tropico medio di $365^{gi}.\ 5^{or}.\ 55'.\ 12''$, ed avendo trovato determinato da Hipparco l' equinozio di primavera, il solstizio di state, e l' equinozio d' autunno, e in conseguenza di ciò rilevato che il Sole dall' equinozio di primavera fino al solstizio di state, cioè da G ad N aveva impiegato giorni $94\ \frac{1}{2}$, e dal solstizio di state fino all' equinozio d' autunno, cioè da N ad I aveva impiegato giorni $92\ \frac{1}{2}$; con cercare in ordine all' anno tropico medio, a ciascuno de' tempi impiegati dal Sole in correre gli archi GN, NI, e alli gr.^ 360 dell' intera orbita i quarti proporzionali, determinò essere

$$GN = 93^\circ.\ 8'.\ 33''$$
$$NI = 91^\circ.\ 10'.\ 16''.$$

Sicchè

$$GNI = 184^\circ.\ 18'.\ 49''.$$

Onde

$$GK = 92^\circ.\ 9'.\ 24''\ \tfrac{1}{2}.$$

E perciò

$$GY = GK - YK = 2^\circ.\ 9'.\ 24''\ \tfrac{1}{2}$$
$$KN = GN - GK = 0^\circ.\ 59'.\ 8''\ \tfrac{1}{2}.$$

2. Posto il raggio dell' eccentrico = 10000000; con determinare relativamente a tale raggio i seni degli archi GY, KN, determinò essere.

$$OH = 376345$$
$$HT = 172027.$$

E con calcolare nel triangolo rettangolo OHT, noti già i cateti OH, HT, l'an-

golo OTH, determinò tale angolo OTH, e conſeguentemente l'arco BL = 65°. 26'. 8''. Onde determinò eſſere il luogo B dell' apogeo nel 5°. 26'. 8'' di Gemini, e conſeguentemente il luogo C del perigeo nel 5°. 26'. 8'' di Sagittario.

3. Finalmente, con trovare nell' iſteſſo triangolo rettangolo OHT in ordine al ſeno dell' angolo OTH già determinato, al ſeno maſſimo, e al cateto OH il quarto proporzionale, determinò relativamente al raggio dell'eccentrico, poſto = 10000000, eſſere l'eccentricità OT = 413787, e conſeguentemente eſſere l'eccentricità al raggio dell'eccentrico, come 413787: 10000000, o a un di preſſo come 413: 10000.

Ch'è quanto biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

85. Si noti che le determinazioni dell' eccentricità, e dell' angolo OTH da noi fatte hanno qualche leggiera differenza dalle fatte da Tolomeo, che determinò l'eccentricità OT = 415, e l'angolo OTH = 65°. 30'. Tale divario è derivato dall'eſſerſi avvaluto Tolomeo dell' anno ſolare della miſura di giorni 365 $\frac{1}{4}$, e dal non avere nel calcolo cercata tutta la finezza da noi uſata.

COROLLARIO I.

86. Essendosi determinata l' eccentricità = 413787 relativamente al raggio dell' eccentrico, posto = 10000000; se in ordine a 10000000, a 413787, e al seno massimo si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il seno dell'equazione massima (§ 78); la quale equazione massima, fatto il calcolo, si trova essere di 2°. 22'. 17'', che poco differisce dalla determinata da Tolomeo di 2°. 23'.

COROLLARIO II.

87. Essendo in oltre l' angolo AOY = BTL, sarà l' arco AY = 65°. 26'. 8''. E' stato determinato GY = 2°. 9'. 24'' $\frac{1}{2}$. Sicchè l' arco AG = 67°. 35'. 32'' $\frac{1}{2}$. E perciò se in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli 67°. 35'. 32'' $\frac{1}{2}$ dell' arco GA, e all' anno tropico medio si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo impiegato dal Sole per l' arco GA; e conseguentemente, conosciuto l' equinozio di primavera, si conosce il tempo dell' arrivo del Sole nell' apogeo A.

COROLLARIO III.

88. Dovendo nel momento dell' equinozio medio di primavera eſſere TL la ſituazione della linea del moto medio; ed eſſendo OY parallela a TL, ſarà nel detto momento Y il ſito del Sole. E perciò ſe in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli 2°. 9'. 24'' $\frac{1}{2}$ dell' arco GY, e all' anno tropico medio ſi trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo, per cui l' equinozio medio di primavera poſticipa l' equinozio vero, e per cui conſeguentemente l' equinozio medio d' autunno anticipa l' equinozio vero dell' iſteſſa ſtagione.

COROLLARIO IV.

89. S' intenda per Y tirato il raggio TZ dell' eclittica. Se nel triangolo TOY, noti i lati TO, OY, e l' angolo TOY, conſeguente dell' angolo YOA già determinato, ſi determina l' angolo OYT; ſi fa noto l' angolo ZTL, e conſeguentemente l' arco LZ; vale a dire che ſi fa nota la longitudine vera, che compete al Sole nel momento dell' equinozio medio di primavera.

COROLLARIO V.

90. S' intendano tirate dal centro O la retta OG, e dal centro T' la retta TW parallela ad OG. Sarà TW la linea del moto medio nel momento dell'equinozio vero di primavera. Se nel triangolo OTG, noti i lati TO, OG, e l'angolo OTG, si determina l'angolo OGT, si fa noto l'angolo LTW, e conseguentemente l'arco LW; onde nota si fa pure pel momento dell'equinozio vero di primavera e la longitudine media LQMW del Sole, e l'anomalia media BMW.

AVVERTIMENTO II.

91. Si noti che, determinata la longitudine media del Sole, e l'anomalia media pel momento dell' equinozio di primavera, con facilità si possono determinare e la longitudine media, e l' anomalia media per qualunque altro tempo dell' anno, e stabilire l'*epoca*, o sia la *radice* sì della longitudine media, che dell'anomalia media del Sole; che vale quanto dire la longitudine media, e l' anomalia media, che compete al Sole in un tempo, che si vuole per principio de' computi di tali cose, come nel mezzodì del primo di Gennaro relativamente al meridiano del luogo, dove si co-

coſtruiſcono le Tavole de' moti del Sole.

AVVERTIMENTO III.

92. Si noti pure che, determinata la longitudine media del Sole per qualunque tempo, ſuppoſto eſſere allora il Sole in S, ſi rende noto l' arco LBF. E' anche noto l' arco LB, longitudine dell' apogeo già determinata. Dunque ſi rende nota l' anomalia media BF, o ſia l' angolo BTF, e conſeguentemente noto l' angolo SOT. Eſſendo intanto nel triangolo TSO noti i lati SO, OT, e l' angolo compreſo SOT, coll' ajuto della Trigonometria ſi poſſono determinare l' equazione TSO, e per conſeguenza l' anomalia vera OTS, e la diſtanza TS del Sole dalla terra. E di più, determinata l' anomalia vera, e conſeguentemente l' arco BD, con aggiugnervi LB, longitudine dell' apogeo, ſi conoſce la longitudine LBD vera del Sole. Ed ecco in che modo, determinata la longitudine dell' apogeo, e determinata per qualunque tempo la longitudine media del Sole, ſi poſſono determinare la longitudine vera del Sole per qualunque tempo, e la ſua diſtanza dalla terra.

AVVERTIMENTO IV.

93. Prima di procedere innanzi ſta bene av-

avvertire che ſi poſſono eſeguire le determinazioni già inſegnate dell' eccentricità del Sole nell' eccentrico, e del luogo dell' apogeo ſecondo un altro metodo più ſemplice, propoſto dal cavaliere de Loville. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

PROBL. II.

94. Inſegnare il modo propoſto dal cavaliere de Loville per determinare nell' eccentrico e l' eccentricità dell' orbita ſolare, e 'l luogo dell' apogeo.

SOLUZIONE.

Contraſſegnino LBMC l' eclittica, GAI l' orbita circolare eccentrica del Sole, T il centro dell' eclittica, e conſeguentemente della terra, O il centro dell' eccentrico, LM la comune ſezione dell' eclittica coll' equatore, L il principio d' ariete, ed M il principio di libra. Si ſupponga in oltre eſſere AP la linea degli apſidi, ed eſſere prolungata in B, e C. E finalmente ſi ſupponga eſſere LBMC l' ordine de' ſegni. Fig. 2.

1. Si determini l' equinozio di primavera, vale a dire il momento, in cui il Sole ſi trova in G, e conſeguentemente appariſce eſſere nel principio L di ariete. Si determini di più il tempo, in cui il Sole ſi trova in qualunque altro punto S dell' or-

bita tra l'equinozio di primavera, e que lo d'autunno, con determinare anche, ſup poſto tirato per S il raggio TD dell' ec centrico, la longitudine vera LD, che com pete al Sole in tale tempo. E finalmente determini l'equinozio d'autunno, vale dire il momento, in cui il Sole ſi trov in I, e conſeguentemente appariſce eſſer nel principio M di libra. Si faranno noti il tempo, che impiega il Sole da G ad S, il tempo, che impiega da G ad I per GSI, e conſeguentemente il reſtante dell'anno tropico medio, che impiega da I a G per IPG, e l'angolo LTD, miſurato dalla longitudine vera LD determinata.

2. S' intendano congiunti i raggi OG, OS, OI dell'eccentrico. In ordine all'anno tropico medio, al tempo determinato, che impiega il Sole da I a G per IPG, e alli gr. 360 dell'intera periferia ſi cerchi il quarto proporzionale; ſi fa noto l'arco IPG, e conſeguentemente l'angolo IOG; e perciò noti ſi rendono pure gli angoli uguali OIG, OGI. Similmente ſi determini l'arco GS; onde ſi fa noto pure l'angolo GOS, e noti gli angoli uguali OSG, OGS, e conſeguentemente l'angolo SGT.

3. Si metta il raggio dell'eccentrico OG = 10000000, e relativamente a tale raggio nel triangolo iſoſcele GOS, noti tutti gli angoli, ſi determini il lato SG.

4. Nel triangolo STG, noti gli angoli STG,

STG, SGT, e 'l lato SG, ſi determini GT.

5. Finalmente nel triangolo TGO, noti i lati TG, GO, e l'angolo compreſo TGO, ſi determinino l'angolo GTO, e 'l lato TO, cioè la longitudine LB dell' apogeo A, e l' eccentricità TO relativamente al raggio dell' eccentrico.

Ch' è quanto biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

95. Si noti che, determinati nel triangolo OTG gli angoli OTG, OGT, ſi fa noto l'angolo GOT, e noto anche il ſuo conſeguente GOA; onde noto ſi fa l'arco GA. E perciò ſe in ordine alli gr. 360 dell'intera periferia, alli gradi dell'arco GA, e alla lunghezza dell'anno tropico medio ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo, che impiega il Sole a ſcorrere dall' equinozio di primavera fino all' apogeo A.

AVVERTIMENTO II.

96. Si noti pure che le determinazioni fatte in tempi diverſi del luogo dall' apogeo del Sole hanno fatto conoſcere che tale apogeo non corriſponde ſempre al medeſimo punto dell' eclittica, ma che ſi va avanzando ſempre ſecondo l' ordine de' ſegni. A ſuo luogo ſi dirà che ſi va avanzando con un

un moto lentiſſimo di 1'. 6'' l'anno, e che nel primo di Maggio del corrente anno 1783 ſi trova corriſpondere a 9°. 14'. 27'' di cancro.

AVVERTIMENTO III.

97. Si dovrebbero qui ſoggiugnere le teoriche e de' pianeti ſuperiori, e de' pianeti inferiori ſecondo Tolomeo; ma dal ciò fare ci aſtenghiamo, per non intertenerci in coſe, che non preſentano, ſe non gli sforzi d'un genio, il quale, ſenza prendere la giuſta via, s'ingegna di condurſi alla meta. Ci contentiamo ſolamente d'accennare che per gli moti di ciaſcuno de' pianeti ſuperiori Tolomeo ſuppone un cerchio ACPD eccentrico colla terra; vale a dire che abbia il ſuo centro O diverſo dal centro T della terra; e vuole che tale cerchio abbia una determinata inclinazione al piano dell'eclittica, e proceda per l'iſteſſo centro T della terra. Suppone in oltre nel medeſimo piano del detto eccentrico un altro cerchio uguale ECFD, che abbia il ſuo centro X nella retta TO prolungata, e tanto diſtante da O, quanto ne è O diſtante da T. Suppone di più un terzo cerchio minore IQZV detto l'*epiciclo*, che abbia il ſuo centro B affiſſo alla periferia dell'eccentrico ACPD; e vuole che per effetto del moto proprio del cielo del pianeta roti in ſe ſteſſo

Fig. 3.

ſo l' eccentrico ACPD, e traſporti ſeco il detto epiciclo, facendo compiere al centro B di moto equabile relativamente non al punto O, ma al punto X dall' occidente verſo l' oriente l' intero giro della periferia ACPD in tanto tempo, in quanto tempo il pianeta compie la ſua intera rivoluzione periodica. Quindi è che il cerchio ACPD, è chiamato il *deferente*, e 'l cerchio ECFD l' *equante*. Finalmente ſuppone che il pianeta ſia affiſſo alla periferia dell' epiciclo; e vuole che l' epiciclo giri intorno al ſuo centro ſecondo l' ordine de' ſegni, e che traſporti ſeco in giro il pianeta in modo, che il raggio dell' iſteſso epiciclo, procedente pel centro del pianeta, ſia sempre in un piano perpendicolare all' eclittica, parallelo all' altro pure perpendicolare all' eclittica, in cui ſi trova la linea del moto medio del Sole; acciocchè in qualunque ſito ſia l' epiciclo, ſuppoſto per B menata la retta TI, ſia ſempre in I il pianeta nelle congiunzioni medie col Sole, e in Z nelle medie oppoſizioni; cioè alle maſſime diſtanze dalla terra nelle congiunzioni medie col Sole, e alle diſtanze minime nelle medie oppoſizioni; ben inteſo però che sì fatte diſtanze maſſime, e minime ſono ſempre relative al ſito, in cui ſi trova il centro B dell' epiciclo nella periferia ACPD del deferente.

AV-

AVVERTIMENTO IV.

98. Le riferite ſuppoſizioni di Tolomeo riſguardano i moti de' pianeti ſuperiori in longitudine. Si dovrebbero ſoggiugnere le altre riſguardanti i moti in latitudine de' medeſimi pianeti; ma ci aſteniamo di ſoggiugnerle, eſſendo baſtanti le già riferite a far comprendere che, ſe ſi doveſſero i detti pianeti muovere ſecondo ſuppone Tolomeo, avrebbero biſogno, d' Intelligenze ſuperiori, deſtinate all' eſecuzione di tali moti. Ci aſteniamo pure di accennare le ſuppoſizioni del Tolomeo per le teoriche de' pianeti inferiori, facendoſi uſo in eſſe anche di deferenti, di equanti, e di epicicli. Da ciò, che s' è accennato intanto ſi rileva che, ſe i pianeti e ſuperiori, e inferiori ſi moveſſero nelle rivoluzioni periodiche ſecondo vuole Tolomeo, deſcriverebbo curve compoſte da foglie intrecciate co' nodi; coll' ajuto delle quali foglie ſpiega il Tolomeo le direzioni, e le retrogradazioni de' pianeti, dovendo andare diretti in progredire per le parti ſuperiori di eſſe, e retrogradi in progredire per le parti inferiori.

AVVERTIMENTO V.

99. Ci aſteniamo di vantaggio d' eſporre le teoriche di Copernico; perchè anche que-

queſti s' avvalſe in eſſe di cerchi eccentrici, e di epicicli. E' da ſapere intanto che ſe a Copernico è dovuta la gloria d' avere rettificata l' Aſtronomia per riguardo del ſiſtema del mondo, all' immortale Keplero l' è dovuta non minor gloria d' averla rettificata per riguardo delle orbite planetarie; e d' avere nel tempo iſteſſo ſcoperte le leggi fondamentali, che oſſervano i pianeti ne' moti proprj, e che in ſeguito s' è conoſciuto oſſervarſi anche dalle comete. Keplero con immenſa fatica ſi sforzò di ridurre una moltitudine di luoghi di Marte, che riſultavano da calcoli, concordi colle determinazioni fattene dal celebre Ticone; e non li riuſcì mai di venirne a capo, finchè s' avvalſe ne' ſuoi calcoli di teoriche, che ſupponevano un' eccentrico, un equante, e un epiciclo: vi pervenne finalmente, quando ſuppoſe Marte girare per un' elliſſe intorno al Sole immobile in uno de' ſuoi fuochi. Ecco in che modo il Keplero liberò Marte dall' imbarazzo de' detti cerchi, ſurrogandovi un' orbita ellittica col Sole immobile in un fuoco di eſſa. Fu facile dopo ciò all' iſteſſo Keplero liberare tutti gli altri pianeti dall' iſteſſo imbarazzo, con ſoſtituire per ogni pianeta alli detti cerchi un' orbita ellittica col Sole immobile in uno de' fuochi. Ed ecco in che modo vennero dal Keplero rettificate le teoriche aſtronomiche per riguardo delle orbite planetarie; rettificazione

in

in vero che dall' esatta corrispondenza de' calcoli colle osservazioni è stata sempre in seguito confermata non solamente per riguardo di tutt' i pianeti, ma anche per riguardo delle comete.

AVVERTIMENTO VI.

100. Si noti che il medesimo Keplero, prima di conoscere essere ellittiche le orbite planetarie, sospettò che ogni pianeta venisse mosso intorno al Sole da una forza emanante dal Sole istesso, e che l' efficacia di tale forza fosse maggiore a distanza minore dal Sole, e minore a distanza maggiore. Dal che ne dedusse che la velocità in un pianeta deve variare ne' diversi punti dell' orbita in ragione reciproca delle distanze de' medesimi punti dal Sole. Tale conseguenza fe cadere il Keplero nel sospetto che, in girare un pianeta intorno al Sole, fossero le aree proporzionali ai tempi, ragionando a un di presso del seguente modo.

Fig. 4. S' intenda essere ABCD l' orbita, che descrive un pianeta intorno al Sole immobile in S. S' intenda in oltre essere AB, AC due archi qualunque di tale orbita. E finalmente s' intendano da S alli punti A, B, C tirate le rette SA, SB, SC. Supposte le velocità del pianeta per gli diversi elementi degli archi AB, AC in ragione reciproca delle distanze di tali elementi da S; saran-

no

no i tempi, che impiegherà il pianeta per sì fatti elementi nella ragione diretta delle medesime distanze. E perciò sarà il tempo, che impiegherà il pianeta per l'arco AB a quello, che impiegherà per l'arco AC, come la somma delle distanze da S degli elementi di AB alla somma delle distanze pure da S degli elementi di AC. Ma la prima di tali somme si può considerare come componente l'area ASB, e la seconda come componente l'area ASC. Sicchè il tempo, che il pianeta impiega per l'arco AB, sta a quello, che impiega per l'arco AC, come l'area ASB all'area ASC. E perciò le aree sono proporzionali ai tempi.

AVVERTIMENTO VII.

101. Della proporzionalità delle aree co tempi volle il Keplero assicurarsene maggiormente con una dimostrazione positiva, quando ancora supponeva i pianeti muoversi per cerchi eccentrici. Suppone due archetti descritti da un pianeta circa gli apsidi in tempi uguali; e, supponendo le velocità in ragione reciproca delle distanze, dimostra essere relativamente al Sole le aree corrispondenti a tali archetti uguali. E da ciò ne dedusse generalmente che in girare un pianeta intorno al Sole, le aree intorno al Sole, corrispondenti agli archi in tempi uguali, sono uguali, e conseguentemente le cor-

corriſpondenti ad archi deſcritti in tempi qualunque ſono proporzionali alli medeſimi tempi. Di sì fatta proporzionalità ſe ne perſuaſe talmente il Keplero, che l'adottò, ſenza farne altra dimoſtrazione, per le orbite ellittiche. Intanto tale proporzionalità delle aree co' tempi, ſe non è ſtata affatto dimoſtrata con raziocinio fondato ſu principj meccanici, e geomitrici per le orbite ellittiche, ed è ſtata dimoſtrata con dimoſtrazione aſſai difettoſa per le orbite circolari, è ſtata dall'accordo de' calcoli, che l'hanno ſuppoſta, colle oſſervazioni da lungo tempo poſta fuori d'ogni dubbio; talchè da lungo tempo è paſſata nella claſſe delle leggi aſtronomiche; vale a dire nella claſſe delle verità aſtronomicamente dimoſtrate, di cui non ſe ne dubita più in Aſtronomia.

AVVERTIMENTO VIII.

102. So che l'immortale Newton abbia rigoroſamente dimoſtrato eſſere le aree proporzionali alli tempi, qualunque ne ſieno le orbite deſcritte da' pianeti intorno al Sole, con ſupporre i pianeti animati da una forza tendente di continuo verſo il Sole: e all'oppoſto eſſere i pianeti animati da una forza tendente di continuo verſo del Sole, con ſupporre eſſere le aree proporzionali a' tempi. Sicchè di sì fatte dimoſtrazioni la prima è fondata ſulla ſuppoſizione d'eſſere i pia-

i pianeti animati da una forza tendente di continuo verſo del Sole, e la ſeconda ſulla ſuppoſizione d' eſſere le aree proporzionali a' tempi. Or ſiccome è da dimoſtrarſi che ogni pianeta ſia animato da forza tendente di continuo al Sole: così dobbiamo contentarci d' eſſere ſtata la proporzionalità delle aree co' tempi aſtronomicamente dimoſtrata; acciò in conſeguenza di tale proporzionalità ſi poſſa dimoſtrare l'eſiſtenza della detta forza ne' pianeti; altrimente ſi caderebbe nella fallacia, detta da Logici *cerchio vizioſo*.

AVVERTIMENTO IX.

103. Si noti di vantaggio che il Keplero, dopo di avere conoſciuto eſſere ellittiche le orbite planetarie, ed eſſere le aree di tali orbite relativamente al Sole immobile in uno de' fuochi delle medeſime proporzionali ai tempi, proccurò di determinare le diſtanze medie de' pianeti dal Sole del modo, che s' inſegnerà a ſuo luogo. Fatte poi tali determinazioni, cercò di vedere ſe v' era qualche analogia tra sì fatte diſtanze, e i tempi periodici de' medeſimi pianeti, che trovava già determinati, o tra alcune potenze di eſſe diſtanze, e di eſſi tempi. Dopo faticoſiſſimi calcoli, e calcoli qualche volta errati, li riuſcì finalmente di ſcoprire che i quadrati de' tempi periodici, che impiegano i pianeti a girare intorno al Sole,

ſono nella ragione de' cubi delle diſtanze medie, che gli ſteſſi pianeti hanno dal Sole. Queſt' altra analogia, trovata dal Keplero tra i quadrati de' tempi periodici, e i cubi delle diſtanze medie de' pianeti dal Sole, è ſtata talmente confermata dagli Aſtronomi poſteriori, e verificata anche ne' ſatelliti e di Giove, e di Saturno, che s'è da più tempo annoverata pure tra le leggi aſtronomiche. Però tale legge, come dimoſtreremo in ſeguito, deriva dall' eſſere le orbite ellittiche col Sole in uno de' fuochi di eſſe, e le aree relativamente al Sole proporzionali ai tempi.

AVVERTIMENTO X.

104. Da quanto s' è fin qui detto agevolmente ſi comprende che, in proſeguire innanzi l' Aſtronomia, tutto l' edifizio ſarà appoggiato a tre baſi fondamentali. La prima ſarà che il Sole ſtia immobile nel ſuo ſito, e che la terra ſi muova giornalmente intorno al proprio aſſe, e annualmente intorno al Sole. La ſeconda ſarà che le orbite de' pianeti ſieno ellittiche, e che habbiano tutte il Sole in uno de' fuochi di eſſe. La terza finalmente ſarà che le aree relativamente al Sole, trattandoſi de' pianeti primarj, e relativamente alli pianeti primarj, trattandoſi de' pianeti ſecondarj, ſieno proporzionali ai tempi. Prima intanto di metterci in cam-

cammino, ci piace di premettere il come con facilità ſi ſpiegano i principali fenomeni celeſti coll' ajuto del moto e diurno, e annuo della terra. Perciò ſoggiugniamo i due ſeguenti capi.

CAP. IV.

Si ſpiegano nel ſiſtema copernicano l' apparente moto diurno di tutt' i corpi celeſti, l' apparente moto annuo del Sole, e le vicende delle ſtagioni, de' giorni, e delle notti.

Spiega dell' apparente moto diurno di tutt' i corpi celeſti.

105. Rotando la terra ſecondo il ſiſtema copernicano in ogni giorno dall' occidente verſo l' oriente intorno al ſuo aſſe, agli ſpettatori terreſtri, che non s' avveggono di tale rotazione, deve apparire che roti nel medeſimo tempo per direzione oppoſta, cioè dall' oriente verſo l' occidente intorno l' aſſe del mondo tutta la sfera mondana, e conſeguentemente tutt' i corpi celeſti, che appariſcono nella ſua ſuperficie. Ed

ecco come, per la rotazione diurna della terra dall' occidente verſo l' oriente intorno al proprio aſſe, deriva l' apparente moto diurno di tutt' i corpi celeſti dall' oriente verſo l' occidente intorno l' aſſe mondano.

AVVERTIMENTO I.

106. Si noti che col rotare la terra intorno al proprio aſſe, deve rotare anche intorno all' iſteſſo aſſe l' orizzonte terreſtre di qualunque luogo della terra. E perciò il naſcere, e tramontare de' corpi celeſti relativamente a un luogo della terra deriva non da moto reale di tali corpi dall' oriente all' occidente, ma da moto reale dell' orizzonte terreſtre del luogo dall' occidente verſo l' oriente. L' iſteſſo ſi deve intendere del paſſaggio de' corpi celeſti pel meridiano di qualunque luogo terreſtre.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 5. 107. Contraſſegnino ABCD l' eclittica, S il Sole, PERQ la terra, PR il ſuo aſſe, e PGR il meridiano d' un luogo terreſtre, che per chiarezza chiamo L. Ricevendo il meridiano PGR in ogni rivoluzione giornaliera della terra tutte le infinite diverſe poſizioni poſſibili; qualora ſi trova diretto al centro d' un corpo celeſte, allora ſi dice paſſare tale corpo pel meridiano del luo-

luogo L. Si ſupponga ſuccedere il paſſaggio d' un corpo celeſte pel meridiano PGR nel momento, in cui il centro della terra ſi trova in C. Se la terra in una ſua rivoluzione reſtaſſe immobile in C, la rivoluzione incominciata nel momento del paſſaggio del corpo celeſte pel meridiano PGR ſi terminerebbe, tornato il meridiano PGR alla medeſima ſituazione di prima; onde, ſuppoſto immobile il detto corpo celeſte, tornerebbe tale corpo a paſſare pel medeſimo detto meridiano, e da un paſſaggio all' altro per sì fatto meridiano vi ſcorrerebbe il tempo preciſo d' una intera rivoluzione della terra intorno al proprio aſſe. Or la terra intanto ſi trasferiſce per un arco dell' eclittica. Si ſupponga trasferirſi per l' arco CF. Sicchè la rivoluzione della terra, incominciata in C dal momento del paſſaggio pel meridiano PGR del corpo celeſte, ſi compie quando la ſteſſa terra è giunta in F, e conſeguentemente quando il medeſimo meridiano PGR è in F in una ſituazione parallela a quella avuta in C. E perciò, ſe il corpo celeſte è una ſtella, ella per l' immenſa diſtanza, che ha dalla terra, tornerà a vederſi paſſare pel medeſimo meridiano PGR, compita la detta rivoluzione della terra in F; ſe poi è il Sole, non può egli vederſi tornato all' iſteſſo detto meridiano, compita la rivoluzione della terra in F, ma deve la terra raggirarſi per altro poco,

affinchè poſſa il meridiano PGR corriſpondere di nuovo al Sole.

COROLLARIO.

108. Da ciò è facile a dedurne le ſeguenti conſeguenze. 1. Che il giorno ſidereo è ſempre più brieve del giorno ſolare. 2. Che il giorno ſidereo è il tempo preciſo, che impiega la terra a girare intorno al proprio aſſe. 3. Che trovandoſi il giorno ſidereo ſempre dell' iſteſſa miſura, dell' iſteſſa miſura deve ſempre eſſere il tempo della rivoluzione intera della terra intorno al proprio aſſe. 4. Finalmente che non eſſendo coſtante l' arco, che deſcrive la terra per l' eclittica in tutte le ſue rivoluzioni diurne, coſtante non può eſſere per tutto l' anno neppure l'eccesſo del giorno ſolare ſul giorno ſidero, e conſeguentemente coſtante per tutto l' anno non può nè tampoco eſſere la lunghezza dell' iſteſſo giorno ſolare.

Spiega dell' apparente moto annuo del Sole.

Fig.6. 109. S' intenda eſſere S il Sole, e ABCD l' orbita della terra; e s' intenda tale orbita eſteſa fino alla ſuperficie della ſfera mondana, talchè LMNO rappreſenti l' eclittica, ed

ed S il ſuo centro. E finalmente s' intendano per S tirati i diametri LN, OM dell' eclittica, che interſecano il perimento della detta orbita ne' punti A, B, C, D. E' chiaro che trovandoſi la terra in A, il Sole S deve apparire nel punto L dell' eclittica; e che progredendo la terra ſucceſſivamente per gli archi AB, BC, CD, DA ſecondo l' ordine de' ſegni, deve apparire di progredire il Sole ſucceſſivamente anche ſecondo l' ordine de' ſegni per gli archi dell' eclittica LM, MN, NO, OL. Ed ecco come dal moto annuo vero della terra per la ſua orbita ſecondo l' ordine de' ſegni deriva l' apparente moto annuo del Sole per l' eclittica anche ſecondo l' ordine de' ſegni.

COROLLARIO.

110. Quindi ſe in L è il principio d' ariete, in M il principio di cancro, e conſeguentemente in N il principio di libra, e in O il principio di capricorno; quando il Sole S veduto dalla terra appariſce eſſere nel principio d' ariete L, la terra veduta dal Sole apparirebbe nel principio di libra N; e ſimilmente quando il Sole S veduto dalla terra appariſce nel principio di cancro M, la terra veduta dal Sole apparirebbe nel principio di capricorno O.

Spiega delle vicenne delle ſtagioni.

Fig. 5. 111. Contraſſegnino ABCD l'orbita terreſtre, S il Sole, e PERQ la terra; e contraſſegnino della terra PR l'aſſe, EQ l'equatore, LM il tropico di cancro, NO il tropico di capricorno, P il polo ſettentrionale, e R il polo meridionale. Poichè la terra nel girare per la ſua orbita mantiene ſempre il ſuo aſſe parallelo a ſe ſteſſo, e inclinato all' eclittica con un angolo uguale al complimento al retto dell' inclinazione dell' eclittica coll' equatore, vale a dire con un angolo di 66°. 31'. 49''; ſe per S s' intende tirata SZ parallela all' aſſe terreſtre PR, deve eſſere SZ inclinata al piano ABCD dell' eclittica col detto angolo. S' intenda per S menata la retta BD, comune ſezione del piano ABCD col piano dell' angolo d'inclinazione della retta SZ coll' iſteſſo piano ABCD; e per l'iſteſſo punto S s' intenda anche menata nel medeſimo piano ABCD la retta AC perpendicolare a BD. E' chiaro pel § 64 *della Geo. Sol.* che di tutti gl' infiniti angoli, che può formare ZS colle infinite rette, che da S ſi poſſono menare agl' infiniti diverſi punti del perimetro ABCD, il minimo è ZSB di 66°. 31'. 49'', e 'l maſſimo è il ſuo conſeguente ZSD di 113°. 28'.

28'. 11''; che ciaſcuno degli angoli ZSA, ZSC è retto; che ciaſcuno di quelli, che forma ZS colle rette tirate da S a punti sì dell' arco CD, che dell' arco DA è maggiore del retto, e tanto più approſſimante al maſſimo ZSD, quanto più il punto dell' arco CD, o DA s' avvicina al punto D; e finalmente che ciaſcuno degli altri angoli, che forma ZS colle rette tirate da S a' punti sì dell' arco AB, che dell' arco BC è minore del retto, e tanto più approſſimante al minimo ZSB, quanto più il punto dell' arco AB, o BG s' avvicina al punto B. Ciò poſto

1. Quando la terra ſi trova in C, e conſeguentemente il Sole appariſce in A; eſſendo l' aſſe terreſtre PR parallelo ad SZ, e l' angolo ZSC retto, retto ſarà anche l' angolo PCS. Onde l' arco del meridiano terreſtre, procedente per CS, che tramezza tra 'l polo P, e la retta CS, è di 90°, quant' è la diſtanza del polo P dall' equatore. E perciò la retta GS nel momento, in cui la terra è in C, incontra la ſuperficie dell' iſteſſa terra nella periferia dell' equatore. Per la qual coſa il Sole nel detto momento corriſponde verticalmente all' equatore terreſtre, e conſeguentemente appariſce nell' equatore celeſte, cioè nel principio d' ariete, in cui la periferia dell' equatore s' interſeca da una banda con quella dell' eclittica, accadendo in sì fatto momento l' e-

l'equinozio di primavera. E di più perchè durante una rivoluzione diurna, di poco la terra s'avanza nell'eclittica; perciò, durante la rivoluzione diurna, in cui la terra si trova in C, la retta CS incontra sempre la terra a un di presso nella periferia dell'equatore. Sicchè, durante la rivoluzione diurna, in cui succede l'equinozio di primavera, il Sole deve apparire descrivere l'equatore celeste.

2. Quando poi la terra procede da C in D, e 'l Sole conseguentemente appariſce procedere da A in B; andandoſi l'angolo ZSC ſucceſſivamente accreſcendo ſul retto fino a 113°. 31'. 49'' in D, l'angolo PCS s'anderà ſucceſſivamente diminuendo per riſpetto del retto fino a 66°. 28'. 11'' nell'iſteſſo punto D. Onde l'arco del meridiano terreſtre, procedente pel Sole S, e che tramezza tra 'l polo ſettentrionale P, e la retta CS s'anderà ſucceſſivamente diminuendo per riſpetto dell'arco di quadrante fino all'arco di 66°. 28'. 11''. Sicchè il Sole anderà verticalmente corriſpondendo non più all'equatore, ma a paralleli, li quali s'anderanno ſucceſſivamente allontanando dall'equatore EQ verſo il tropico di cancro LM; e conſeguentemente in ogni giorno, pel picciolo avanzo giornaliero della terra nell'eclittica, apparirà deſcrivere paralleli celeſti, li quali da giorno in giorno s'anderanno ſempre avvicinando al tropico di

can-

cancro. Per la qual cosa si ha la primavera, intanto che la terra si trasferisce da C a D, ed il Sole per conseguenza apparisce trasferirsi da A a B.

3. Quando la terra si trova in D, e 'l Sole conseguentemente apparisce in B; essendo l' angolo PDS di $66°. 31'. 49''$, quant' è la distanza del tropico di cancro LM dal polo settentrionale P, nel momento, in cui la terra si trova in D, la retta SD incontra la superficie terrestre nella periferia del tropico di cancro; e perciò in tale momento il Sole corrisponde verticalmente al detto tropico, e conseguentemente apparisce nel tropico di cancro celeste, cioè nel principio di cancro, in cui la periferia dell' istesso tropico si tocca con quella dell' eclittica, accadendo in sì fatto momento il solstizio di state. E di più perchè, durante una rivoluzione diurna, di poco la terra s' avanza nell' eclittica; perciò, durante la rivoluzione diurna, in cui la terra si trova in D, la retta SD incontra sempre la terra a un di presso nella periferia del detto tropico. Sicchè, durante la rivoluzione diurna, in cui succede il solstizio di state, il Sole deve apparire descrivere il tropico celeste di cancro.

4. Quando in oltre la terra procede da D ad A, e 'l Sole conseguentemente apparisce procedere da B a G; andandosi l' angolo PDS successivamente avvicinando al ret-

retto, l' arco del meridiano terreſtre, proceedente pel Sole S, e che tramezza tra 'l polo ſettentrionale P, e la retta SD s' anderà ſucceſſivamente approſſimando all' arco di quadrante. Onde il Sole anderà verticalmente corriſpondendo non più al tropico di cancro, ma a paralleli, li quali s' anderanno ſucceſſivamente avvicinando dal tropico di cancro LM all' equatore EQ; e conſeguentemente in ogni giorno, pel picciolo avanzo giornaliero della terra nell' eclittica, apparirà deſcrivere paralleli celeſti, li quali da giorno in giorno s' anderanno ſempre avvicinando all' equatore. Per la qual coſa ſi ha la ſtate, intanto che la terra ſi trasferiſce da D ad A, ed il Sole per conſeguenza appariſce trasferirſi da B a C.

5. Quando di più la terra ſi trova in A, e 'l Sole conſeguentemente appariſce in C, accade ſimilmente l' equinozio d' autunno, e nel giorno di tale equinozio il Sole appariſce deſcrivere un' altra volta l' equatore.

6. Quando di vantaggio la terra procede da A a B, e 'l Sole per conſeguenza appariſce procedere da C a D; andandoſi l' angolo ZSA ſucceſſivamente diminuendo dal retto fino a 66°. 31'. 49" in B, l' angolo PAS s' anderà ſucceſſivamente accreſcendo relativamente al retto fino a 113°. 28'. 11" in B. E perciò il Sole anderà verticalmente corriſpondendo non più all'equatore, ma a paralleli, li quali s' anderanno ſucceſſiva-

ſivamente allontando dall' equatore EQ verſo il tropico di capricorno NO ; e conſeguentemente in ogni giorno , pel picciolo avanzo diurno della terra nell' eclittica, apparirà deſcrivere paralleli celeſti , li quali da giorno in giorno s' anderanno ſempre avvicinando al detto tropico. Per la qual coſa ſi ha l' autunno, intanto che la terra ſi trasferiſce da A a B , e 'l Sole per conſeguenza appariſce trasferirſi da C a D.

7. Quando ulteriormente la terra ſi trova in B , e 'l Sole conſeguentemente appariſce in D , accade ſimilmente il Solſtizio d' inverno , e nel giorno di tale ſolſtizio il Sole appariſce deſcrivere il tropico di capricorno ,

8. Quando finalmente la terra procede da B a C , e 'l Sole conſeguentemente appariſce procedere da D ad A ; andandoſi l' angolo PBS ſucceſſivamente avvicinando al retto , anderà il Sole verticalmente corriſpondendo non più al tropico di capricorno NO , ma a paralleli , li quali s' anderanno ſucceſſivamente allontanando dal detto tropico verſo l' equatore EQ ; e conſeguentemente l' iſteſſo Sole apparirà in ogni giorno andare deſcrivendo paralleli celeſti , li quali da giorno in giorno s' anderanno ſempre avvicinando all' equatore . Per la qual coſa ſi ha l' inverno , intanto che la terra procede da B a C , e 'l Sole conſeguentemente appariſce procedere da D ad A .

Ed

Ed ecco in che modo dal moto vero della terra per l'eclittica in un anno, e dal paralleliſmo dell'aſſe terreſtre derivano le vicenne delle ſtagioni.

AVVERTIMENTO I.

112. Si noti che nello ſpiegare le vicenne delle ſtagioni non s'è avuto riguardo alla variazione dell'inclinazione dell'eclittica; perchè tale variazione non altera affatto nè i tempi delle ſtagioni, nè le lunghezze di eſſe, ſebbene alteraſſe alquanto le diſtanze de' tropici dall'equatore.

AVVERTIMENTO II.

113. Si noti ancora che non ci prendiamo pena di ſpiegare nel ſiſtema copernicano le vicende de' giorni, e delle notti, ſpiegandoſi in queſto ſiſtema, come ſi ſono ſpiegate nel ſiſtema antico; poichè nel ſiſtema copernicano, per gli moti della terra e diurno, e annuo, appariſce muoverſi il Sole del modo, che realmente ſi ſuppone muoverſi nel ſiſtema antico.

CAP.

CAP. V.

Si ſpiegano nel ſiſtema copernicano le direzioni, le ſtazioni, e le retrogradazioni de' pianeti primarj, e ſe ne deducono le conſeguenze, che immediatamente deaurre ſe ne poſſono da tali ſpieghe.

Spiega per gli pianeti ſuperiori.

114. Contraſſegnino ADFG l' orbita terreſtre, HLO l' orbita di qualunque de' pianeti ſuperiori, PTY la ſfera mondana, e S il Sole. Fig. 7.

1. Sia I il ſito, dove il pianeta ſi trova in una oppoſizione col Sole S, e ſia QS la retta procedente per I, ed S; ſarà C il ſito della terra nella medeſima oppoſizione. Eſſendo la terra più veloce del pianeta, debbono ambidue tali corpi prima dell' oppoſizione trovarſi in qualche momento in una retta tangente l' orbita terreſtre a deſtra della retta QS, e dopo in altro momento trovarſi in un' altra retta tangente l' iſteſſa orbita a ſiniſtra della

la medeſima retta QS. Sia la prima di tali rette AR, e la ſeconda EP; talchè prima dell' oppoſizione, quando la terra perviene in A, il pianeta pervenga in H, e dopo, quando la terra perviene in E, il pianeta pervenga in K. E' chiaro che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da A a C, e da C ad E, e 'l pianeta da H ad I, e da I a K, l' iſteſſo pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' ſegni da R a Q, e da Q a P. Sicchè il pianeta appariſce retrogrado per tutto l' arco RP, intanto che la terra, e 'l pianeta iſteſſo procedono direttamente da A, e H fino al momento dell' oppoſizione per gli archi AC, HI, e dal momento dell' oppoſizione da C, e I per gli archi CE, IK.

2. Procedendo innanzi nelle proprie orbite ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da E, e 'l pianeta da K, il pianeta deve apparire ſucceſſivamente andarſi allontanando da P verſo ſiniſtra, e conſeguentemente ſecondo l' ordine de' ſegni, e andarſi avvicinando alla congiunzione col Sole. Si ſupponga tale congiunzione accadere, pervenuto il pianeta in L; e ſi ſupponga altresì eſſere TG la retta procedente per L, e S. Nel momento di tale congiunzione la terra deve trovarſi in G. Procedendo ulteriormente innanzi la terra da G, e 'l pianeta da L, debbono di nuovo trovarſi ambidue tali corpi in una retta tangente l' orbita terreſtre. Sia

BY tale tangente, talchè, in pervenire la terra in B, il pianeta pervenga in M. E' chiaro che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da E a G, e da G a B, e 'l pianeta da K ad L, e da L a M, l' iſteſſo pianeta deve apparire procedere pure ſecondo l' ordine de' ſegni da P a T, e da T a Y. Sicchè il pianeta appariſce diretto per tutto l' arco PY, intanto che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da E, e K fino al momento della congiunzione per gli archi EG, KL, e dal momento della congiunzione da G, e L per gli archi GB, LM.

3. Procedendo in oltre innanzi nelle proprie orbite ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da B, e 'l pianeta da M, s' anderanno di nuovo avvicinando all' altra oppoſizione. Si ſupponga accadere tale altra oppoſizione, quando il pianeta giugne in N; e ſia XS la retta procedente per N, e S. Nel momento di sì fatta oppoſizione la terra deve trovarſi in D. Si ſupponga di più eſſere VF la retta tangente l' orbita terreſtre, nella quale retta dopo l' oppoſizione ſi debbono inſieme trovare la terra, e 'l pianeta. E' chiaro pure che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da B a D, e da D ad F, e 'l pianeta da M a N, e da N a O, l' iſteſſo pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' ſegni da Y a X, e da X ad V. Sicchè il pianeta appariſce un' altra volta retrogrado per tutto l' arco YV, intanto

che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da B, ed M fino al momento dell' oppoſizione per gli archi BD, MN, e dal momento dell' oppoſizione da D, ed N per gli archi DF, NO.

4. Dell' iſteſſo modo proſeguendo ſi conoſce che, movendoſi la terra, e 'l pianeta per le orbite proprie, procedendo ſempre sì l' una, che l' altro ſecondo l' ordine de' ſegni, deve il pianeta eſſere circa le oppoſizioni col Sole ſempre retrogrado, e circa le congiunzioni ſempre diretto; e che ne' paſſaggi dalle direzioni alle retrogradazioni, e dalle retrogradazioni alle direzioni deve per qualche intervallo di tempo, più, o meno lungo a proporzione della lentezza maggiore, o minore della velocità del pianeta relativamente a quella della terra non apparire nè diretto, nè retrogrado, e conſeguentemente ſtazionario.

COROLLARIO I.

115. Quindi nel ſiſtema copernicano le ſtazioni, e le retrogradazioni de' pianeti ſuperiori non ſono, ſe non mere apparenze, derivanti dal moto periodico della terra intorno al Sole più veloce di quello de' medeſimi pianeti,

COROLLARIO II.

116. Dovendo per le tangenti ZA, ZE eſſere l'arco ACE, per cui la terra ſi deve muovere, durante una retrogradazione del pianeta, minore ſempre dell' arco reſtante EGA dell' orbita terreſtre, e più minore dell' arco EGB, per cui l'iſteſſa terra ſi deve muovere, durante la direzione dell' iſteſſo pianeta: è facile ad intendere che i pianeti ſuperiori impiegano minor tempo nelle retrogradazioni, che nelle direzioni.

COROLLARIO III.

117. In oltre quanto più il pianeta è rimoto, tanto più l'arco AE ſi fa maggiore, ed RP minore. E perciò quanto più il pianeta è rimoto, tanto più creſce il tempo della retrogradazione, e ſi diminuiſce l'arco dell' iſteſſa retrogradazione.

AVVERTIMENTO I.

118. Sia la terra in C, e 'l pianeta in I in una oppoſizione dell' iſteſſo pianeta col Sole. Scorſo un anno dopo tale oppoſizione, la terra ritorna in C, e 'l pianeta ſi deve trovare avanzato all' oriente nella ſua orbita di circa $\frac{1}{30}$ dell' iſteſſa orbita, ſe è Saturno, di circa $\frac{1}{12}$, ſe è Giove, e di

circa $\frac{8}{15}$, ſe è Marte; perchè deſcrive la ſua orbita nello ſpazio Saturno di circa 30 anni, Giove di circa 12 anni, e Marte di circa an. $1\frac{7}{8}$, o ſia di $\frac{15}{8}$ d'anno. Per poter dunque la terra pervenire in corriſpondenza del ſito, dove ſi trova allora il pianeta, deve impiegare $\frac{1}{30}$ di anno, ſe il pianeta è Saturno, $\frac{1}{12}$, ſe è Giove, e $\frac{8}{15}$, ſe è Marte. Intanto il pianeta ſi deve ulteriormente avanzare verſo l'oriente di $\frac{1}{30}$ di $\frac{1}{30}$ della ſua orbita, ſe è Saturno, di $\frac{1}{12}$ di $\frac{1}{12}$, ſe è Giove, e di $\frac{8}{15}$ di $\frac{8}{15}$, ſe è Marte; e perciò per pervenire la terra, dove ſi trova il pianeta in tale tempo, deve impiegarvi di più $\frac{1}{30}$ di $\frac{1}{30}$ di anno, ſe ſi tratta di Saturno, $\frac{1}{12}$ di $\frac{1}{12}$, ſe ſi tratta di Giove, e $\frac{8}{15}$ di $\frac{8}{15}$, ſe ſi tratta di Marte; e così procedendo in infinito. Sicchè da un' oppoſizione all' altra deve a un di preſſo ſcorrere un tempo diſegnato per Saturno dalla ſerie infinita

an. $1 + \frac{1}{30} + \frac{1}{30^2} + \frac{1}{30^3}$, ec. in infinito;

per Giove dalla ſerie infinita

an. $1 + \frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{1}{12}\right)^3$, ec. in infi.;

e per Marte dalla ſerie infinita

an. $1 + \frac{8}{15} + \left(\frac{8}{15}\right)^2 + \left(\frac{8}{15}\right)^3$, ec. in inf..

Or la ſomma della prima di tali ſerie è uguale $\frac{30}{29}$ di anno, o ſia a an. $1\frac{1}{29}$, ovvero a un anno, e gior. 13, della ſeconda è uguale a $\frac{12}{11}$ di an., o ſia a an. $1\frac{1}{11}$, ov-

ovvero a un an., e giorni 33, e della terza è uguale a $\frac{25}{7}$ di an., o ſia ad anni $2\frac{1}{7}$, ovvero a an. 2, e gior. 52. Dunque da una oppoſizione all' altra ſcorrono a un di preſſo per Saturno an. 1, e gior. 13., per Giove an. 1, e gior. 33, e per Marte an. 2, e gior. 52.

AVVERTIMENTO II.

119. Si noti che il tempo, che ſcorre da un' oppoſizione all' altra d' un pianeta è a un dipreſſo tanto, quanto quello, che ſcorre da una congiunzione all' altra, e quanto quello pure, che ſcorre dal principio d' una retrogradazione al principio della retrogradazione, che immediatamente ſegue. E perciò ſe la terra s' è trovata in A, quando Saturno, o Giove ha incominciato ad apparire retrogrado; ſcorſo un anno, e ritornata la terra in A, non può Saturno, o Giove incominciare ad apparire di nuovo retrogrado, ſe la terra non s' avanza in B per circa 13 altri giorni, ſe ſi tratta di Saturno, e per circa 33 altri giorni, ſe ſi tratta di Giove. Similmente ſe la terra s' è trovata in A, quando Marte ha incominciato ad apparire retrogrado; ſcorſi due anni, e ritornata la terra due volte in A, non può Marte incominciare ad apparire di nuovo retrogrado, ſe la terra non s' avanza in B per circa 52 altri giorni.

COROLLARIO IV.

120. Quindi il ſito della terra nella ſua orbita in ogni principio di retrogradazione d' un pianeta ſuperiore non è coſtante, ma va ſempre avanzandoſi dall' occidente verſo l' oriente.

AVVERTIMENTO III.

121. Si noti pure che le determinazioni già fatte de' tempi da ſcorrere da oppoſizione ad oppoſizione, o da congiunzione a congiunzione, o da principio di retrogradazione a principio di retrogradazione per riguardo de' pianeti ſuperiori, ſi debbono prendere per determinazioni fatte all' ingroſſo per più ragioni. 1 Perchè i tempi periodici adoperati ſono i tempi periodici all' ingroſſo determinati. 2 Perchè i pianeti ne' diverſi ſiti delle orbite hanno velocità diverſe, ſecondo ſi dimoſtrerà a ſuo luogo. 3 Finalmente perchè, eſſendo la figura delle orbite elittiche, e variando ne' diverſi ſiti di eſſe e le velocità, e le diſtanze de' pianeti dalla terra, non poſſono gli archi delle retrogradazioni dell' iſteſſo pianeta eſſere dell' iſteſſa miſura.

Spiega per gli pianeti inferiori .

122. Contraſſegnino AGF l' orbita terreſtre , LHIO l' orbita di Mercurio , o di Venere , PTX la ſfera mondana , e S il Sole . Fig. 8.

1. Sia I il ſito, dove il pianeta ſi trova in una congiunzione inferiore col Sole S, e ſia QZ la retta procedente per S , e I; ſarà C il ſito della terra nella medeſima congiunzione . Eſſendo la terra men veloce del pianeta , debbono ambidue tali corpi prima della detta congiunzione trovarſi in qualche momento in una retta tangente l' orbita del pianeta a ſiniſtra di CQ, e dopo in altro momento trovarſi in un' altra retta tangente la medeſima orbita a deſtra dell' iſteſſa CQ . Sia la prima di tali rette RZ, e la ſeconda ZP ; talchè prima della congiunzione , quando la terra perviene in A, il pianeta pervenga in H ; e dopo , quando la terra perviene in E , il pianeta pervenga in K . E' chiaro che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da A a C, e da C ad E, e 'l pianeta da H ad I, e da I a K, l' iſteſſo pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' ſegni da R a Q , e da Q a P . Sicchè il pianeta appariſce retrogrado per tutto l' arco RP,

intanto che la terra, e 'l pianeta iſteſſo procedono direttamente da A, e H fino al momento della congiunzione per gli archi AC, HI, e dal momento della congiunzione da C, e I per gli archi CE, IK.

2. Procedendo innanzi nelle proprie orbite ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da E, e 'l pianeta da K, il pianeta deve apparire ſucceſſivamente andarſi allontanando da P verſo ſiniſtra, e conſeguentemente ſecondo l'ordine de' ſegni, e andarſi avvicinando alla congiunzione ſuperiore col Sole. Si ſupponga tale congiunzione accadere, pervenuto il pianeta in L; e ſi ſupponga altresì eſſere TG la retta procedente per L, e S. Nel momento di tale altra congiunzione la terra deve trovarſi in G. Procedendo ulteriormente innanzi la terra da G, e 'l pianeta da L, debbono di nuovo trovarſi ambidue tali corpi in una retta tangente l'orbita del pianeta. Sia BY tale tangente; talchè, in pervenire la terra in B, il pianeta pervenga in M. E' chiaro che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da E a G, e da G a B, e 'l pianeta da K ad L, e da L ad M, l' iſteſſo paneta deve apparire procedere pure ſecondo l'ordine de' ſegni da P a T, e da T ad Y. Sicchè il pianeta appariſce diretto per tutto l' arco PY, intanto che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da E, e K fino al momento della congiunzione ſuperio-

riore per gli archi EG , KL , e dal momento dell' istessa congiunzione da G , e L per gli archi GB, LM.

3. Procedendo in oltre innanzi nelle proprie orbite secondo l'ordine de' segni la terra da B , e 'l pianeta da M , s' anderanno di nuovo avvicinando all'altra congiunzione inferiore . Si supponga accadere tale altra congiunzione , quando il pianeta giugne in N ; e sia XD la retta procedente per S , e N . Nel momento di sì fatta congiunzione la terra deve trovarsi in D . Si supponga di più essere VF la retta tangente l' orbita del pianeta , nella quale retta dopo la detta congiunzione si debbono insieme trovare la terra , e 'l pianeta . E' chiaro pure che in procedere secondo l' ordine de' segni la terra da B a D , e da D ad F , e 'l pianeta da M ad N , e da N ad O , l' istesso pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' segni da Y ad X , e da X ad V . Sicchè il pianeta apparisce un' altra volta retrogrado per tutto l' arco YV , intanto che la terra , e 'l pianeta procedono direttamente da B , ed M fino al momento della detta congiunzione per gli archi BD , MN , e dal momento dell' istessa congiunzione da D , e N per gli archi DF , NO.

4. Dell' istesso modo proseguendo si conosce che movendosi la terra , e 'l pianeta per le orbite proprie , procedendo sempre sì l' una , che l' altro secondo l' ordine de' segni ,

gni, deve il pianeta eſſere circa le congiunzioni inferiori col Sole ſempre retrogrado, e circa le congiunzioni ſuperiori ſempre diretto; e che ne' paſſaggi dalle direzioni alle retrogradazioni, e dalle retrogradazioni alle direzioni deve per qualche intervallo di tempo, più, o meno lungo a proporzione della minore, o maggiore velocità del pianeta relativamente a quella della terra, non apparire nè diretto, nè retrogrado, e conſeguentemente ſtazionario.

COROLLARIO I.

123. Quindi nel ſiſtema copernicano le ſtazioni, e le retrogradazioni de' pianeti inferiori ſono pure mere apparenze, derivanti dal moto periodico della terra intorno al Sole, men veloce di quello de' medeſimi pianeti.

COROLLARIO II.

124. Dovendo per le tangenti ZH, ZK eſſere l'arco HIK, per cui il pianeta ſi deve muovere, durante una ſua retrogradazione, minore ſempre dell'arco reſtante KLH, e più minore dell'arco KLM, per cui l'iſteſſo pianeta ſi deve muovere, durante la direzione: è facile ad intendere che anche i pianeti inferiori impiegano minor tempo nelle retrogradazioni, che nelle direzioni.

CO-

COROLLARIO III.

125. In oltre quanto più il pianeta è proſſimo al Sole, tanto più l'arco HK ſi fa parte maggiore dell' orbita, e l'arco RP minore. E perciò a proporzione del tempo dell' intera rivoluzione è maggiore il tempo della retrogradazione per Mercurio, che per Venere, e minore per Mercurio, che per Venere l'arco RP dell' iſteſſa retrogradazione.

AVVERTIMENTO I.

126. Sia la terra in C, e 'l pianeta in I in una congiunzione inferiore dell' iſteſſo pianeta col Sole. Scorſa una rivoluzione intera del pianeta dopo la detta congiunzione, il pianeta ritorna in I, e la terra ſi deve trovare avanzata nella ſua orbita di circa $\frac{87}{365}$ dell' iſteſſa orbita, ſe il pianeta è Mercurio, e di circa $\frac{224}{365}$, ſe è Venere; perchè deſcrive la ſua orbita nello ſpazio di circa 87 giorni Mercurio, di circa 224 giorni Venere, e di circa 365 giorni la Terra. Per poter dunque il pianeta pervenire in corriſpondenza del ſito, dove ſi trova allora la Terra, deve impiegare $\frac{87}{365}$ del ſuo tempo periodico, ſe è Mercurio, e $\frac{224}{365}$ del ſuo tempo periodico, ſe è Venere. Intanto la terra ſi deve ulteriormente avanzare nella ſua orbita di $\frac{87}{365}$ di $\frac{87}{365}$, o ſia

di

di $\left(\frac{87}{365}\right)^2$ dell' istessa orbita, se il pianeta è Mercurio, e di $\frac{224}{365}$ di $\frac{224}{365}$, o sia di $\left(\frac{224}{365}\right)^2$ dell' istessa orbita, se è Venere; e perciò per giugnere il pianeta, dove si trova la Terra in tale tempo, deve impiegarvi di più $\left(\frac{87}{365}\right)^2$ del suo tempo periodico, se si tratta di Mercurio, e $\left(\frac{224}{365}\right)^2$ del tempo suo periodico, se si tratta di Venere; e così procedendo all' infinito. Sicchè, posto il tempo periodico del pianeta = 1, da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore deve a un di presso scorrere un tempo disegnato per Mercurio dalla serie infinita

$$1 + \frac{87}{365} + \left(\frac{87}{365}\right)^2 + \left(\frac{87}{365}\right)^3, \text{ ec. in infi.}$$

e per Venere dalla serie infinita

$$1 + \frac{224}{365} + \left(\frac{224}{365}\right)^2 + \left(\frac{224}{365}\right)^3, \text{ ec. in infi.}$$

Or la somma della prima di tali serie è uguale a $\frac{365}{278}$ del tempo periodico, o sia a $\frac{365}{278} \times 87$, ovvero a giorni 114, e della seconda è uguale a $\frac{365}{141}$ del tempo periodico, o sia $\frac{365}{141} \times 224$, ovvero a giorni 580. Dunque da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore scorrono a un di presso per Mercurio giorni 114, o circa mesi 4, e per Venere giorni 580, o circa mesi 19.

AVVERTIMENTO II.

127. Si noti che il tempo, che ſcorre da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore è a un di preſſo tanto, quanto quello, che ſcorre da una congiunzione ſuperiore all' altra anche ſuperiore, e quanto quello pure, che ſcorre dal principio d' una retrogradazione al principio della retrogradazione, che immediatamente ſegue. E perciò ſe la Terra s' è trovata in A, quando Mercurio, o Venere ha incominciato ad eſſere retrogrado, non può il pianeta incominciare di nuovo ad eſſere retrogrado, ſe, ſcorſa un' intera ſua rivoluzione, trattandoſi di Mercurio, non s' avanza di più la Terra in B per circa giorni 27, e ſe, ſcorſe due intere rivoluzioni, trattandoſi di Venere, non s' avanza di più la Terra in B per circa giorni 132.

COROLLARIO IV.

128. Quindi il ſito della terra nella ſua orbita in ogni principio di retrogradazione d' un pianeta inferiore neppure è coſtante, ma va anche ſempre avanzandoſi dall' occidente verſo l' oriente,

AVVERTIMENTO III.

129. Si noti che ciò, che s'è detto nel § 121 relativamente alli pianeti ſuperiori, ſi deve intendere anche relativamente alli pianeti inferiori.

AVVERTIMENTO IV.

130. Si dovrebbe qui ſoggiugnere il modo di determinare il punto, in cui un pianeta diviene ſtazionario; ma dal ciò inſegnare ci aſteniamo, per non intertenerci in una determinazione, che neppure ci ſomministra una ſufficiente approſſimazione; determinandoſi tale punto nella ſuppoſizione che le orbite ſieno circolari, concentriche, nel medeſimo piano, e col Sole nel centro comune; vale a dire in una ſuppoſizione, che non concorda affatto colla natura. Del reſto quando ſiamo curioſi di ſapere in qual punto accade la ſtazione d'un pianeta, e per quanto tempo, ſi può ricorrere all' Efemeridi, dove ſi hanno giorno per giorno le longitudini del Sole, e conſeguentemente della Terra, e de' pianeti. Così nel corrente anno 1783 coll'ajuto dell' Efemeridi di Bologna conoſciamo eſſere ſtazionario Saturno dal 17 d'Aprile fino al giorno 25, e dal 5 di Settembre fino al giorno 13; apparendo Saturno dal 17 d'Aprile fino al giorno

25 ſempre nel 12°. 25′ di capricorno, ſcorrendo la Terra intanto dal 27°. 17′ di Libra fino al 5°. 5′ di ſcorpione; e apparendo Saturno dal 5 di Settembre fino al giorno 13 ſempre nel 5°. 49′ di capricorno, e ſcorrendo intanto la Terra dal 12°. 40′ di peſce fino al 20°. 27′.

AVVERTIMENTO V.

131. Si noti finalmente che procederemo ora innanzi con ſupporre ſempre aſtronomicamente dimoſtrato eſſere il Sole immobile nel ſuo ſito, e la Terra in moto giornalmente intorno al proprio aſſe, e annualmente intorno al Sole; 2 eſſere le orbite de' pianeti ellittiche, e avere ognuna il Sole in uno de' fuochi, trattandoſi di pianeti primarj, ed il pianeta primario, trattandoſi di pianeta ſecondario; e 3 finalmente eſſere in ogni orbita le aree relativamente al Sole, trattandoſi di pianeti primarj, e relativamente alli pianeti primarj, trattandoſi di pianeti ſecondarj, proporzionali ai tempi,

CAP. VI.

Si ſtabiliſcono le forze, per le quali i pianeti ſi muovono nelle proprie orbite.

DEFINIZIONE I.

132. Chiamiamo *forza di proiezione* quella, che fa azione ſu d' un corpo una ſola volta, ſenza più replicarla, e vi fa azione nel ſolo momento, in cui il corpo incomincia a muoverſi.

DEFINIZIONE II.

133. Si dice *forza centrale* quella, che in ogni momento replica la ſua azione ſu d'un corpo, e la replica ſempre per direzione procedente coſtantemente da un determinato punto.

DEFINIZIONE III.

134. Relativamente a una forza centrale ſi dice *centro delle forze* il punto determinato, da cui procedono le direzioni, ſecondo le quali tale forza replica ſempre le ſue azioni.

DE-

DEFINIZIONE IV.

135. Una forza centrale ſi chiama *forza centripeta*, ſe in ogni ſua azione ſpigne il corpo verſo il centro delle forze, e *forza centrifuga*, ſe lo ſpigne non verſo il centro delle forze, ma per direzione oppoſta.

TEOREMA I.

136. *Un corpo, che ſi muove in uno ſpazio libero ſpinto da una ſola forza, o che tale forza faccia azione una ſola volta, o che replichi la ſua azione in ogni iſtante di tempo, ſi deve muovere per una linea retta, e tale moto deve eſſere equabile nel primo caſo, e variabile nel caſo ſecondo.*

DIMOSTRAZIONE.

Se la forza fa azione ſul corpo una ſola volta, ſi deve il corpo in tale caſo muovere per la direzione, ſecondo la quale riceve l' azione, ſenza potere alterare nè tale direzione, nè la velocità impreſſali dalla forza. Onde il moto di tale corpo deve eſſere per una linea retta, ed equabile.

Se poi la forza replica in ogn' iſtante la ſua azione; in tale caſo da iſtante ad iſtante ſi deve alterare la velocità del corpo, ma non la direzione. Perchè, avendo nel pri-

mo istante la forza fatta azione secondo direzione, per cui si muove il corpo ne istesso istante, non v' è ragione, per c nel secondo istante non debba farla per medesima direzione. Onde nel secondo ista te deve il corpo proseguire il moto con d verso grado di velocità, ma per la medes ma direzione, per cui s' è mosso nel pr mo istante. L' istesso deve accadere neg altri seguenti istanti. Sicchè in questo cas il moto del corpo deve essere per una line retta, ma variabile. Ch' è quanto bisogna va dimostrare.

COROLLARIO I.

137. Quindi un corpo, acciò in uno spa zio libero si possa muovere per una curva, deve essere spinto non da una, ma da più forze insieme.

AVVERTIMENTO I.

138. Esaminiamo intanto quali, e quante forze debbono concorrere, acciò un corpo possa in uno spazio libero descrivere una
Fig. 9. e 10. curva. Perciò contrassegni ABCD, ec. la curva, per cui si muova un corpo in uno spazio libero, avendo incominciato il suo moto da A; e contrassegnino AB, BC, CD, ec. gli elementi di tale curva, che il corpo corre in istanti di tempo infinitamente

piccioli, ed uguali; ſi potranno tali elementi prendere ſenza errore ſenſibile per linee rette. Avendo il corpo nel primo istante corſo l'elemento AB; ſe in B non riceveſſe nuova azione, ſuppoſta prolungata AB in M, finchè ſia MB = BA, correrebbe nel ſecondo iſtante BM. Ma corre BC. Dunque, ſuppoſta congiunta CM, e ſuppoſto fatto il parallelogrammo MQ, deve il corpo in B ricevere nuova azione per BQ, e tale da farli correre BQ nell' iſteſſo iſtante, che correrebbe BM col moto ricevuto nel primo iſtante, e che corre BC a cagione dell' iſteſſo moto, e della nuova azione. Similmente ſe il corpo in C non riceveſſe altra nuova azione; ſuppoſta prolungata BC in N, finchè ſia NC = CB, correrebbe nel terzo momento CN. Ma corre CD. Sicchè, ſuppoſto fatto il parallelogrammo NR, deve il corpo in C ricevere altra nuova azione per CR, e tale da farli correre CR nell' iſteſſo iſtante, che correrebbe CN col moto, che aveva nell' iſtante antecedente, e che corre effettivamente CD a cagione dell' iſteſſo moto, e dell' altra nuova azione. L' iſteſſo deve accadere in ogni altro iſtante di tempo. Quindi il corpo in deſcrivere la curva ABCD, ec. è animato da una forza, che in ogn' iſtante replica la ſua azione, e tali azioni le replica per le direzioni BQ, CR, ec. diverſe da quelle, per le quali il corpo corre ne' medeſimi iſtanti. Or tale

forza non può ſola nel primo iſtante con una ſua azione far muovere il corpo per AB ; altrimenti per una forza ſola il corpo ſi potrebbe muovere per una curva , il che ripugna (§ 137) . Faccia dunque tale forza azione nel primo momento per AP ; e ſia AP lo ſpazio , che dovrebbe correre il corpo nel primo iſtante per sì fatta azione . Correndo intanto il corpo in tale iſtante effettivamente AB ; ne ſegue , ſuppoſta congiunta PB , e ſuppoſto fatto il rettangolo PL , che il corpo nel primo momento viene ſpinto ancora da un' altra forza , la cui direzione , ed efficacia viene eſpreſſa da AL ; la quale forza dopo il primo iſtante non replica più la ſua azione.

COROLLARIO II.

139. Sicchè un corpo, che in uno ſpazio libero deſcrive una curva , viene ſpinto da due forze, una di proiezione , che fa azione nel ſolo primo momento , in cui il corpo incomincia a muoverſi , e un' altra , che va in ogn' iſtante replicando la ſua azione; e tali azioni le replica per direzioni diverſe da quelle, per le quali il corpo ne' medeſimi iſtanti ſi muove.

COROLLARIO III.

140. E perciò, ſe la forza, che in ogn' iſtan-

iſtante replica la ſua azione ſul corpo, che ſi muove per una curva, è diretta ſempre in rette procedenti da un punto; il corpo deſcrive in tale caſo una curva per due forze, una di proiezione, e l'altra centrale; e tale forza centrale ſarà forza centripeta, ſe le azioni ſue ſaranno ſempre dirette verſo il centro delle forze, e centrifuga, ſe ſaranno dirette in parti oppoſte; e di più la curva ſarà concava verſo il centro delle forze nel primo caſo, e conveſſa nel caſo ſecondo.

AVVERTIMENTO II.

141. Si noti che, derivando il moto d' un corpo per una curva ABCD, ec. dall' efficacie delle due dette forze, dall' angolo, che formano le direzioni di eſſe, e dalla legge, ſecondo la quale procedono le azioni di quella, che in ogni iſtante le replica; ſi deve tale curva variare o di poſizione, o di grandezza, o d' indole, o di più di sì fatte circoſtanze col variarſi una, o più delle dette coſe, e all' oppoſto. Spetta al Geometra definire le anzi dette coſe, data la curva, e definire l' indole della curva, date le anzi dette coſe.

AVVERTIMENTO III.

142. Da quanto s' è fin qui detto ſi ri-

leva che ſe ſul corpo, che ſi muove per la curva ABCD, ec., animato da forza centripeta, ceſſaſſe in un punto C di sì fatta curva di fare azione la forza centripeta, il corpo correrebbe dal punto C per la direzione CN, tangente la curva in C, non perchè verrebbe ſpinto da forza centrifuga, ma perchè mancherebbe in C l' azione della forza centripeta, che l' obbliga a mutare direzione. Onde è errore di coloro, che credono che, ſe la forza centripeta sforza il corpo, che ſi muove per una curva, concava verſo il centro delle forze, a deſcrivere la curva, una ugual forza centrifuga lo sforza in qualunque punto per la tangente della curva nel medeſimo punto; eſſendo tale sforzo non effetto di forza centrifuga, ma della forza acquiſtata dal corpo fino al medeſimo punto, e forza, che lo ſpigne per la direzione della tangente della curva nell' iſteſſo punto. E ſe la mano, che gira un corpo con una fionda, ſente in ogni momento uno sforzo, ciò deriva, perchè eſſa in ogni momento deve sforzare il corpo a girare per la curva, e deve conſeguentemente in ogni momento ſperimentare una reazione uguale all' azione. Premeſſe intanto tali coſe venghiamo al

TEOREMA II.

Fig. 9. e 10. 143. *Si muova un corpo in uno ſpazio libero*

tero ſpinto in A da due forze per due diverſe direzioni AT, AS; una di proiezione per la direzione AT, e l' altra centrale, che in ogn' iſtante replichi la ſua azione per direzione procedente ſempre dal centro S delle forze. Dico che tale corpo, qualunque ſia la legge della forza centrale, deſcrive una curva eſiſtente nel piano dell' angolo TAS, e concava, o conveſſa per riſpetto di S, ſecondochè la forza centrale è centripeta, o centrifuga, e che le aree relativamente al punto S ſono proporzionali ai tempi.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda eſſere AL lo ſpazio, che correrebbe il corpo nel primo iſtante per la ſola forza di proiezione, e AP quello, che correrebbe per la ſola forza centrale. Si ſupponga fatto il parallelogrammo PL, e tirata in eſſo la diagonale AB; dinoterà AB lo ſpazio corſo dal corpo nel primo iſtante. S' intenda in oltre prolungata AB in M, finchè ſia MB = AB. Dinoterà BM lo ſpazio, che correrebbe il corpo nel ſecondo iſtante, ſe in B non replicaſſe la forza centrale la ſua azione. Si ſupponga congiunta la retta BS, ed eſſere BQ lo ſpazio, che nel ſecondo iſtante dovrebbe il corpo correre per la nuova azione della forza centrale. Suppoſto fatto il parallelogrammo QM, e tirata in eſſo la diagonale BC, dinoterà

BC lo ſpazio corſo dal corpo nel detto ſecondo iſtante. Similmente ſi ſupponga prolungata BC in N, finchè ſia NC = BC. Dinoterà CN lo ſpazio, che correrebbe il corpo nel terzo iſtante, ſe in C la forza centrale non replicaſſe di nuovo la ſua azione. Si ſupponga pure congiunta la retta CS, ed eſſere CR lo ſpazio, che nel terzo iſtante dovrebbe il corpo correre per la nuova azione della forza centrale. Suppoſto fatto il parallelogrammo RN, e tirata in eſſo la diagonale CD, dinoterà CD lo ſpazio corſo dal corpo nel terzo iſtante. Dell'iſteſſo modo procedendo innanzi s' avranno le altre lineette dinotanti gli ſpazj, che il corpo anderà ſucceſſivamente correndo negli altri iſtanti di tempo.

Or gli ſpazj AB, BC, CD, ec., corſi dal corpo ſucceſſivamente in uguali iſtanti di tempo, ſono lineette infinitamente picciole, e in direzioni diverſe. E perciò la linea ABCD, ec. deſcritta dal corpo è linea curva, avendo ognuna delle ſue parti infinitamente picciole fuori della direzione della ſua vicina.

In oltre eſſendo il parallelogrammo PL nel piano dell' angolo TAS, nel medeſimo piano è anche la ſua diagonale AB, e conſeguentemente il punto B. Onde nell'iſteſſo piano ſono pure BM, BQ, e conſeguentemente BC. Similmente ſi dimoſtra che ogni altro elemento della curva ABCD, ec.

è nel

è nel piano dell' angolo TAS. Sicchè nel piano del detto angolo è l' intera curva ABCD, ec., che descrive il corpo.

Finalmente, supposto tirate le rette SM, SN, avendo i triangoli ASB, BSM le basi AB, BM uguali, e 'l vertice comune in S, saranno tali triangoli tra essi uguali. Sono di più uguali i triangoli BSM, BSC, per avere la base comune BS, ed essere racchiusi tra le parallele BS, MC. Dunque i triangoli, o sieno le aree ASB, BSC, corrispondenti agli archetti AB, BC descritti in uguali istanti di tempo, sono tra esse uguali. Similmente si dimostra essere le aree BSC, CSD, corrispondenti agli archetti BC, CD descritti pure dal corpo in uguali istanti di tempo, tra esse uguali; e così procedendo innanzi. Per la qual cosa la curva ABCD descritta dal corpo, concava o convessa per rispetto di S, secondochè la forza centrale è centripeta, o centrifuga, ha relativamente al punto S le aree corrispondenti ai suoi diversi archi proporzionali ai tempi, ne' quali sono i medesimi archi corsi. Ch' è quanto bisognava dimostrare.

TEOREMA III.

144. *Si muova un corpo in uno spazio libero per la curva ABCD, ec., concava o convessa relativamente al punto S, e sieno le aree rela-*

relativamente all' iſteſſo punto S proporzionali ai tempi. Dico eſſere il corpo ſpinto in ogni momento da una forza centrale, ed eſſere S il centro delle forze.

DIMOSTRAZIONE.

S' intendano eſſere AB, BC due archetti infinitamente piccioli, che il corpo corre in due iſtanti uguali, e ſuſſecutivi; ſaranno, ſuppoſte congiunte le rette SA, SB, SC, le aree ASB, BSC uguali. S' intenda in oltre prolungato l'elemento AB in M, finchè ſia MB = AB; ſarà, ſuppoſta congiunta SM, il triangolo BSM uguale all' area ASB, e conſeguentemente uguale all' area BSC. E perciò, ſuppoſta congiunta CM, ſarà CM parallela a BS. Or dinotando AB lo ſpazio corſo dal corpo in un iſtante, dinoterà BM quello, che correrebbe nell' iſtante ſeguente, ſe non riceveſſe il corpo in B nuova azione. Ma corre BC in tale iſtante. Dunque il corpo in B riceve una nuova azione ſecondo la direzione della retta parallela a CM, e conſeguentemente ſecondo la direzione della retta BS, procedente da S. Similmente ſi dimoſtra che in ogni altro iſtante la forza, che replica la ſua azione ſul corpo, la replica ſempre per direzione procedente dal punto S, relativamente a cui le aree ſono proporzionali ai tempi. Sicchè il corpo in deſcrivere la curva ABCD,

ec.

ec. è animato da una forza centrale, ed S è il cento delle forze. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

AVVERTIMENTO.

145. Si noti che la detta forza centrale è forza centripeta, ſe la curva ABCD, ec. è concava relativamente ad S, e centrifuga, ſe è conveſſa.

COROLLARIO I.

146. Deſcrivendo elliſſe ogni pianeta primario intorno al Sole immobile in uno de' fuochi di eſſa, e ogni pianeta ſecondario intorno al ſuo primario, eſiſtente pure in uno de' fuochi di eſſa; ed eſſendo le aree relativamente al Sole, trattandoſi di pianeta primario, e relativamente al pianeta primario, trattandoſi di ſecondario, proporzionali ai tempi: ne ſegue eſſere animato da una forza centripeta ogni pianeta primario verſo del Sole, e ogni pianeta ſecondario verſo il ſuo primario.

COROLLARIO II.

147. Quindi due forze ſono concorſe al moto d'ogni pianeta per la ſua orbita, una di proiezione, che ha fatto azione nel ſolo primo momento, in cui l' Autore della natura

tura l' ha posto in moto, e l' altra centripeta, che, replicando in ogni istante sempre la sua azione, fa che nello spazio libero perennemente si muova per la sua orbita.

CAP. VII.

Della legge, che osserva ogni pianeta in girare per la propria orbita relativamente alla velocità, e della ragione, che hanno le velocità di due pianeti in due punti qualunque delle proprie orbite, qualora queste vengono descritte intorno all' istesso centro delle forze.

DEFINIZIONE

Fig. 11. 148. Contrassegni l' ellisse ANPQ l' orbita di qualunque pianeta, e sieno di tale ellisse AP l' asse maggiore, e 'l fuoco S il centro delle forze. Se in S v' è, o vi si suppone la terra, in tale caso si dicono *apogeo* il punto A, e *perigeo* il punto P; se poi v' è il Sole, o altro pianeta primario, diverso dalla terra, in tale altro caso si dicono *afelio* il punto A, e *perielio* il punto P.

AV-

AVVERTIMENTO.

149. Si noti che gli Aſtronomi in abbandonare il ſiſtema volgare della terra quieta, hanno amato di ritenere il linguaggio di coloro, che l'hanno ſeguito, per evitare la confuſione, che ne potrebbe naſcere dal modo di ſpiegarſi degli uni col modo di ſpiegarſi degli altri. A tal fine riferiſcono il moto annuo della terra al Sole, niente importando che il moto reale dell' una ſia conſiderato come moto apparente dell' altro; e, contraſſegnando con ANPQ l'orbita terreſtre, e con S il Sole, in vece di conſiderare, e calcolare il moto vero della terra pel perimetro di sì fatta orbita, eſſendo il Sole in S, conſiderano, e calcolano il moto apparente del Sole pel medeſimo perimetro, ſupponendo la terra non nel fuoco S, ma nell' altro fuoco dell' iſteſſa orbita. Quindi chiamano *apogeo* del Sole il punto P, al quale viene riferito, trovandoſi la terra nel ſuo afelio A, e *perigeo* il punto A, al quale viene riferito, trovandoſi la terra nel ſuo perielio P. Per la qual coſa il luogo dell' apogeo del Sole è il punto dell' eclittica, al quale appariſce il Sole corriſpondere, quando la terra è nel ſuo afelio A, vale a dire alla maſſima diſtanza dal Sole. Similmente il luogo del perigeo del Sole è il punto dell' eclittica, al quale appariſce il So-

Sole corriſpondere, quando la terra ſi trova nel ſuo periclio P, cioè alla diſtanza minima dall' iſteſſo Sole.

TEOREMA IV.

150. *La velocità, colla quale qualunque pianeta ſi muove per la ſua orbita, ſi va variando ne' diverſi punti dell' orbita, come ſi variano le perpendicolari, procedenti dal centro delle forze ſulle rette tangenti l' orbita ne' medeſimi punti, reciprocamente preſe.*

DIMOSTRAZIONE.

Contraſſegni ANPQ l' elliſſe che un pianeta primario deſcrive intorno al Sole S, eſiſtente in uno de' fuochi dell' iſteſſa elliſſe, o un pianeta ſecondario intorno al ſuo primario; e ſieno Mm, Nn due archetti, ovunque preſi, deſcritti dal pianeta in uguali iſtanti di tempo. Saranno tali archetti nella ragione delle velocità del pianeta ne' punti M, e N. S' intendano congiunte le rette SM, Sm, SN, Sn, e s' intendano prolungati gli archetti Mm, Nn in X, e Y. Saranno MX, NY tangenti della curva in M, e N. S' intendano in oltre ſu tali tangenti calate da S le perpendicolari SX, SY. Eſſendo i tempi per Mm, Nn uguali, uguali ſaranno le aree, o ſieno i triangoletti MSm, NSn; onde le baſi di eſſi triangoli ſaranno

in

in ragione reciproca delle altezze. E perciò ſarà Mm: Nn = SY: SX. Ma ſta Mm: Nn, come la velocità del pianeta in M alla velocità in N. Sicchè le velocità del pianeta in due punti qualunque M, e N della ſua orbita ſono in ragione reciproca delle perpendicolari procedenti dal centro delle forze S ſulle tangenti l' orbita ne' medeſimi punti M, e N. Per la qual coſa la velocità, colla quale qualunque pianeta, ec. . Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO I.

151. Sia AP l' aſſe maggiore dell' elliſſe. Saranno SA, SP le perpendicolari procedenti da S ſulle tangenti della curva in A, e P. E perciò le velocità del pianeta negli eſtremi A, e P dell' aſſe maggiore ſono in ragione reciproca delle diſtanze de' medeſimi punti dal centro S delle forze.

AVVERTIMENTO I.

152. Si noti che l' iſteſſo non accade relativamente a tutti gli altri punti dell' orbita; poichè relativamente a tutt' i punti dell' elliſſe, diverſi da A, e P, le perpendicolari calate da S ſulle tangenti della curva ne' medeſimi punti, ſono diverſe dalle diſtanze degli ſteſſi punti da S: anzi tali perpendicolari, con procedere da A a P per ANP,

ſi

ſi vanno ſucceſſivamente diminuendo dalla maſſima SA fino alla minima SP, e, con procedere da P ad A per PQA, ſi vanno con pari gradi ſucceſſivamente accreſcendo dalla minima SP fino alla maſſima SA.

COROLLARIO II.

153. Quindi la velocità di qualunque pianeta è minima nell'afelio, maſſima nel perielio, e ſi va ſucceſſivamente accreſcendo dalla minima alla maſſima in procedere il pianeta dall'afelio al perielio, e ſucceſſivamente diminuendo dalla maſſima alla minima in procedere dal perielio all'afelio.

COROLLARIO III.

154. In oltre determinando relativamente a qualunque pianeta la ragione della velocità maſſima, che ha nella ſua orbita, alla velocità minima, ſi ha per l'iſteſſa orbita la ragione di AS: SP.

COROLLARIO IV.

155. Contraſſegni ANPQ l'orbita terreſtre. Eſſendo i diametri apparenti del Sole guardato dalla terra da punti diverſi della ſua orbita in ragione reciproca delle diſtanze dell'iſteſſo Sole dalli medeſimi punti (§ 145 *del tom.* 2); ſaranno i diametri apparenti

renti del Sole nell' afelio, e nel perielio, o ſia al ſuo apparente diametro minimo, e 'l ſu apparente diametro maſſimo nella ragione delle velocità minima, e maſſima, che appariſce avere il Sole ne' medeſimi ſiti; perchè tanto l'una, che l'altra delle dette ragioni uguaglia quella di PS: SA. E perciò determinando una di sì fatte ragioni, ſi ha anche l'altra; e ciaſcuna determina la ragione di PS: SA.

AVVERTIMENTO II.

156. Si noti che trovandoſi la terra ora in A, e ora in qualſiſia altro punto N della ſua orbita, non è da prendere la ragione delle velocità apparenti del Sole in tali tempi uguale a quella de' diametri, che appariſce avere l'iſteſſo Sole ne' medeſimi tempi; perchè la prima di sì fatte ragioni è reciproca di quella delle perpendicolari calate da S ſulle rette tangenti l' orbita in A, e N, e la ſeconda è reciproca di quella delle diſtanze AS, SN, che ha dal Sole la terra ne' punti A, e N. Sicchè la ragione delle velocità apparenti, che ha il Sole in due punti diverſi, ſi può prendere per quella de' diametri apparenti nel ſolo caſo, quando uno di tali punti è l' afelio, e l' altro il perielio.

TEOREMA V.

157. *Sieno ANPQ, e RBT le orbite di due pianeti, che hanno l' istesso centro delle forze S, e sieno M, e B due punti qualunque di tali orbite, e Mm, BC due archetti infinitamente piccioli descritti dalli pianeti in tempi infinitamente piccioli, ed uguali, movendosi uno da M, e l' altro da B. Dico essere, supposte congiunte le rette SM, Sm, SB, SC, le velocità di tali pianeti in M, e B in ragione composta dalla diretta delle areette MSm, BSC, e dalla reciproca delle perpendicolari calate da S sulle tangenti delle curve in M, e B.*

DIMOSTRAZIONE.

Si mettano la velocità d' un pianeta in M = V, e quella dell' altro in B = v. Sarà V : v = Mm : BC. S' intendano gli archetti Mm, CB prolungati in X, e H; sarà MX tangente in M, e CH tangente in B. S' intendano in oltre da S calate su tali tangenti le perpendicolari SX, SH; e finalmente s' intenda da BSC tagliata l' areetta BSD uguale ad MSm. Essendo il triangoletto MSm uguale a BSD, sarà

$$Mm : BD = SH : SX = \frac{1}{SX} : \frac{1}{SH}.$$

Ma

Ma

$$BD : BC = \text{are. } BSD : \text{are. } BSC = \text{are. } MSm : \text{are. } BSC.$$

Dunque

$$Mm : BC = \frac{\text{are. } MSm}{SX} : \frac{\text{are. } BSC}{SH}.$$

E perciò

$$V : v = \frac{\text{are. } MSm}{SX} : \frac{\text{are. } BSC}{SH}.$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

158. Si mettano l' area ellittica intera ANPQ = A, l' areetta MSm = a, l' area ellittica intera RBT = B, l' areetta BSC = b, il tempo periodico per la prima ellisse = t, per la seconda = T, e 'l tempo infinitamente picciolo, in cui i due pianeti si suppongono mossi uno per Mm, e l' altro per BC = c; s' avranno le seguenti proporzioni, cioè

$$a : A = c : t$$
$$b : B = c : T.$$

Sicchè

$$a = \frac{A \times c}{t},$$

$$b = \frac{B \times c}{T}.$$

E perciò sarà

$$V : v = \frac{A \times c}{t \times SX} : \frac{B \times c}{T \times SH},$$

ovvero

$$V : v = \frac{A}{t \times SX} : \frac{B}{T \times SH}.$$

Per la qual cosa le velocità de' detti pianeti in due punti qualunque M, e B delle orbite di essi sono in ragione composta dalla diretta semplice delle aree ellittiche intere, e dalla reciproca composta da quella de' tempi periodici, e dall' altra delle perpendicolari calate dal centro comune delle forze sulle rette tangenti le orbite ne' medesimi punti M, e B.

AVVERTIMENTO.

159. Esposto già che ogni pianeta è animato da una forza centripeta, la quale replica in ogn' istante di tempo la sua azione, spignendolo sempre verso il Sole, se è pianeta primario, e verso un pianeta primario, se è pianeta secondario, esistente il Sole, o il pianeta primario in uno de' fuochi dell' orbita ellittica, che il pianeta descrive; resta ora d' esporre secondo qual legge la det-

detta forza centripeta fa azione alle diverſe diſtanze dal centro delle forze. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

CAP. VIII.

Della legge, ſecondo la quale la forza centripeta fa azione alle diverſe diſtanze dal centro delle forze.

TEOREMA VI.

160. *Contraſſegni ACBD l' orbita ellittica di qualunque pianeta, e ſia S il fuoco, verſo cui, eſſendovi il Sole, o un pianeta primario, vanno dirette le azioni della forza centripeta, che fanno girare il pianeta per tale orbita. Dico che l' efficacia della forza centripeta ne' diverſi punti di ACBD ſi varia, come ſi variano i quadrati delle diſtanze de' medeſimi punti dal fuoco S, reciprocamente preſe.* Fig. 12.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda dell' elliſſe AGBD eſſere AB l'aſſe maggiore, CD l'aſſe minore, F l'altro fuoco, e PE, RK due archetti infinitamente piccioli deſcritti dal pianeta in tempi infinitamente piccioli, ed uguali. S' in-

tendano in oltre menati il diametro traſverſo PM, e 'l ſuo conjugato QN, e calata da P ſu QN la perpendicolare PH. S' intendano di vantaggio congiunte le rette SK, SR, SE, SP, PF; per P, ed R menate le tangenti XY, RZ; per E, ed F menate le Ec, FI parallele ad XY; e per K menata la Kb parallela ad RZ. S' intendano ancora da E, e K calate ſu PS, SR le perpendicolari ET, KV. E finalmente s' intendano compiti i parallelogrammetti Pa EX, RbKZ.

Eſſendo uguali gli angoli XPS, YPF (§ 84 *delle ſez. con.*), uguali ſaranno gli alterni di eſſi PIF, PFI; onde PI = PF. E' di più QN parallela ad XY (§ 66 *delle ſez. con.*), e conſeguentemente parallela ad FI. Dunque nel triangolo SIF, per eſſere SO = OF, è pure SG = GI. E perciò è $GP = \frac{1}{2}(SP + PF) = OA$.

Si metta il parametro dell' aſſe primario AB = L; ſarà 2 AO : 2 OC = 2 OC : L. Onde $OC = \sqrt{\frac{1}{2} L \times AO}$. Ma QO x PH = AO x OC (§ 108 *delle ſez. con.*). Dunque $QO \times PH = AO \sqrt{\frac{1}{2} L \times AO}$, e conſeguentemente $PH = \frac{AO}{QO} \sqrt{\frac{1}{2} L \times AO}$.

In oltre PG : PO = Pa : Po,
ovvero
AO : PO = Pa : Po.

Dun-

Dunque

$$Po = \frac{PO \times Pa}{AO}.$$

Or essendo pel (§ 93 *delle sez. con.*)

$$PO^2 : OQ^2 = Mo \times oP : (Eo)^2 ;$$

e potendosi prendere senza errore sensibile $Mo = MP = 2\,PO$, ed $Eo = Ea$, sarà

$$PO^2 : OQ^2 = 2\,PO \times \frac{PO \times Pa}{AO} : (Ea)^2 .$$

E perciò

$$Ea = OQ \sqrt{\frac{2\,Pa}{AO}} .$$

Di più

$$PG : PH = Pa : Pc ,$$

ovvero

$$AO : \frac{AO}{QO} \sqrt{\tfrac{1}{2} L \times AO} = Pa : Pc .$$

Sicchè

$$Pc = \frac{Pa}{QO} \sqrt{\tfrac{1}{2} L \times AO} .$$

Or essendo i triangoletti rettangoli ETa, acP simili, sarà

$$Pa : Pc = Ea : ET ,$$

ovvero

$$Pa : \frac{Pa}{QO}\sqrt{\tfrac{1}{2}L \times AO} = OQ\sqrt{\frac{2Pa}{AO}} : ET.$$

Sicchè

$$ET = \sqrt{L \times Pa};$$

e perciò

$$Pa = \frac{1}{L} \times ET^2.$$

Similmente si dimostra essere $Rb = \frac{1}{L} \times KV^2$,

Dinotando di vantaggio Pa, Rb gli spazj, che correrebbe il pianeta in istanti uguali di tempo, se dalle sole azioni della forza centripeta veniffe mosso in P, e R; posta l'efficacia della forza centripeta in P = F, e quella, che ha in R = f, sarà

$$F : f = Pa : Rb = \frac{1}{L} \times ET^2 : \frac{1}{L} \times KV^2,$$

ov-

ovvero

$$F : f = ET^2 : KV^2 .$$

ſta per l' uguaglianza de' tempi per PE, IK, e conſeguentemente delle aree, o ſia e' triangoletti PSE, RSK, ſta

$$ET : KV = SR : SP = \frac{1}{SP} : \frac{1}{SR} .$$

Sicchè

$$F : f = \frac{1}{SP^2} : \frac{1}{SR^2} .$$

Per la qual coſa l'efficacia della forza centripeta ne' diverſi punti dell'orbita ACBD, tendente la forza al fuoco S, ſi varia, come variano i quadrati delle diſtanze de' meſimi punti dal fuoco S, reciprocamente reſe. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO I.

161. Avendo il pianeta nell' afelio A la maſſima diſtanza da S, nel perielio B la diſtanza minima, e in procedere da A a B per ACB diſtanza, che ſi va ſucceſſivamente diminuendo dalla maſſima alla minima, e in procedere da B ad A per BDA diſtanza, che ſi va ſucceſſivamente accreſcendo dalla minima alla maſſima. Dunque un pia-

pianeta, in girare per la ſua orbita, riceve dalla forza centripeta la minima azione nell' afelio A, l'azione maſſima nel perielio B, e azione, che ſi va ſucceſſivamente accreſcendo dalla minima alla maſſima in procedere dall' afelio al perielio, e ſucceſſivamente diminuendo dalla maſſima alla minima in procedere dal perielio all' afelio.

COROLLARIO II.

162. Eſſendo le azioni della forza centripeta in A, e B nella ragione di $\frac{1}{SA^2} : \frac{1}{SB^2}$; ed eſſendo le velocità del pianeta in A, e B nella ragione di $\frac{1}{SA} : \frac{1}{SB}$ (§ 151); ſaranno le azioni della forza centripeta nell' afelio, e nel perielio nella ragione de' quadrati delle velocità, che ha il pianeta ne' medeſimi punti.

COROLLARIO III.

163. Contraſſegnino ACBD l'orbita della terra, ed S il Sole. Eſſendo i diametri apparenti del Sole, quando la terra è in A, e B nella ragione di $\frac{1}{SA} : \frac{1}{SB}$; ſaranno

le

le azioni della forza centripeta, che animano la terra in A, e B, nella ragione de' quadrati sì delle velocità apparenti, che de' diametri apparenti del Sole, trovandosi la terra ne' medesimi punti.

AVVERTIMENTO I.

164. Si noti che trovandosi la terra ora in A, e ora in qualsisia altro punto P, la ragione delle azioni della forza centripeta in tali punti uguaglia quella de' quadrati de' diametri apparenti, e non già de' quadrati delle velocità apparenti del Sole; perchè la ragione de' detti diametri è reciproca di quella delle distanze de' medesimi punti dal Sole, e la ragione delle dette velocità è reciproca di quella delle perpendicolari calate dal Sole sulle rette tangenti l' orbita terrestre negli stessi punti.

AVVERTIMENTO II.

165. Si noti pure che la forza centripeta, che spigne in ogn' istante i pianeti primarj verso il Sole, e i secondarj verso i primarj, o è inerente ne' pianeti, su quali va in ogn' istante replicando la sua azione, o risiede nel pianeta centrale, cioè nel pianeta esistente nel centro delle forze, e da esso si diffonde in tutte le distanze, nelle quali esercita il suo potere. Il primo di sì fat-

fatti casi non può aver luogo in natura; essendo impossibile che la forza inerente in un corpo, e che conseguentemente indivisibilmente l' accompagna si possa alterare, senza alterarsi la massa dell' istesso corpo; ed essendo impossibile che tale forza, non alterandosi, possa fare nel medesimo corpo ora azione maggiore, e ora azione minore, secondochè il corpo si trova ora meno, e ora più rimoto da un altro. Dunque ha luogo il secondo caso. E perciò diffondendosi la detta forza dal pianeta centrale, la sua efficacia a diverse distanze dalla sua origine deve essere diversa, e andarsi successivamente diminuendo a proporzione che si va accrescendo la superficie della sfera della sua diffusione, o sia a proporzione che si va accrescendo il quadrato della distanza della medesima diffusione; non altrimenti che si vanno diminuendo il calore, la luce, gli odori, e 'l suono a proporzione che s' accrescono i quadrati delle distanze de' corpi, da' quali tali qualità si diffondono.

COROLLARIO IV.

166. Quindi la forza centripeta ne' pianeti non è forza gravitante in essi verso il pianeta centrale, ma forza attraente dell' istesso pianeta centrale. E perciò relativamente a più pianeti animati nelle proprie orbite dall' attrazione dell' istesso corpo centra-

trale, come Venere per eſempio, e la Terra animate dall' attrazione ſolare, non ſolamente le azioni di tale attrazione, che riceve Venere in diverſi punti della ſua orbita, procedono in ragione reciproca de' quadrati delle diſtanze di sì fatti punti dal centro del Sole; ma ben anche le azioni dell' iſteſſa attrazione ſolare fatte una ſu Venere, e l' altra ſulla Terra in due punti qualunque delle orbite di tali pianeti, procedono in ragione reciproca de' quadrati delle diſtanze di tali punti dall' iſteſſo centro del Sole.

AVVERTIMENTO III.

167. Si noti che lo ſteſſo non vale per pianeti animati nelle proprie orbite da attrazioni di corpi centrali diverſi; dovendo eſſere diverſe le forze attraenti di corpi centrali diverſi, come diverſe ſono la maſſe, che li compongono. Onde non è l' azione, che riceve la Luna in un punto della ſua orbita dall' attrazione terreſtre, all' azione, che riceve Venere in un punto pure dell' orbita ſua dall' attrazione ſolare, come il quadrato della diſtanza del ſecondo punto dal centro del Sole al quadrato della diſtanza del punto primo dal centro della terra; dovendoſi con queſta ragione comporre l' altra delle forze attraenti della Terra, e del Sole, o ſia delle maſſe di tali corpi, per avere la ra-

ragione delle dette azioni.

AVVERTIMENTO IV.

168. Si noti che dalla forza attraente del Sole vengono animati non ſolamente tutt'i pianeti primarj, ma ben anche tutte le comete, come ſi dirà a ſuo luogo. Sicchè la ſfera d'attrazione del Sole ſi eſtende non ſolamente per tutt'il ſiſtema planetario, ma anche ſino alle più rimote comete nelle enormi diſtanze, per le quali dal Sole s'allontanano. Per la qual coſa ſe i pianeti ſecondarj ubbidiſcono alle attrazioni de' riſpettivi primarj, qualche influenza ſu di eſſi vi ha anche l'attrazione ſolare: anzi ne' luoghi opportuni ſi dirà che qualche diſturbo ſi produce ne' moti de' ſecondarj dalle attrazioni de' primarj, a' quali eſſi non appartengono; e che i primarj iſteſſi in certe poſiture vicendevolmente ſi diſturbano alquanto ne' moti colle riſpettive attrazioni.

AVVERTIMENTO V.

169. Prima di procedere innanzi non ſarà fuori di propoſito paragonare la forza centripeta de' pianeti colla gravità de' corpi terreſtri. Perciò contraſſegnino T la terra, ed Fig. 13. RQ l'orbita della Luna, che ſi può ſenza molto errore prendere per un cerchio, che abbia per centro il centro T della terra; e con-

e contraſſegni LM l' archetto, che corre la Luna in 1'. S'intenda congiunto il raggio TL, e calata da M ſu TL la perpendicolare MP; dinoterà LP lo ſpazio, che correrebbe la Luna in 1' per la ſola forza centripeta, Eſſendo LM corſo in 1', ſi può ſenza ſenſibile errore prendere per LM la ſua corda, e conſeguentemente $LP = \frac{LM^2}{2TL}$. Eſſendo in oltre il raggio terreſtre TA di pal. 24163153 (§ 213 *delle geo. prat.*), e la diſtanza mezzana della Luna dal centro della terra di 60 ſemidiametri terreſtri, come ſi determinerà a ſuo luogo; ſarà TL di pal. 1449789180; onde l' intera orbita lunare ſarà di pal. 9107575628. 76. Di più la Luna corre l'intera ſua orbita in $27^{gio.}$. $7^{or.}$. 43', ovvero in 39343', come ſi determinerà in luogo opportuno. Sicchè l'arco LM corſo in 1' è a un di preſſo di pal. 231491, e conſeguentemente $LP = \frac{LM^2}{2TL} = \frac{53588083081}{2899578360} =$ pal. 18. 57 a un di preſſo. Or ſe la Luna veniſſe ſulla terra, l'efficacia della ſua forza centripeta dovrebbe creſcere quanto il dinota il quadrato di 60, o ſia quanto il dinota 3600. Per tale forza dunque la Luna ſulla terra dovreb-

vrebbe discendere per l'altezza di pal. (18. 57)×3600 in 1'. Tanta pure è l'altezza, per cui un corpo terrestre discende verso la terra in 1'. Sicchè la forza centripeta della Luna è l'istessa della gravità de' corpi terrestri; e conseguentemente, essendo la forza centripeta della Luna dell' istessa natura della forza centripeta d' ogni altro pianeta, la forza di gravità de' corpi terrestri è dell' istessa natura della forza centripeta di ogni pianeta.

COROLLARIO V.

170. Quindi l'attrazione della terra rende gravi i corpi terrestri; e quindi la gravità ne medesimi corpi alle diverse distanze dal centro della terra deve variare, secondo variano i quadrati di tali distanze, reciprocamente prese.

CAP. IX.

S' espongono altri importanti teoremi, che alla teorica delle forze centripete de' pianeti appartengono.

TEOREMA VII.

171. *Contrassegnino AMB, CGD le orbite di due pianeti, che girano intorno all' istesso corpo centrale S, e P, e Q i parametri degli assi maggiori di tali orbite. Dico che le velocità di sì fatti pianeti in due punti qualunque M, e G di tali orbite sono in ragione composta dalla diretta delle radici de' parametri P, e Q, e dalla reciproca delle perpendicolari procedenti da S sulle rette tangenti le medesime orbite ne' punti M, e G.* Fig. 14.

DIMOSTRAZIONE.

S'intenda essere MN, GH due elementi delle orbite AMB, CGD, che i pianeti corrono in tempi infinitamente piccioli, ed uguali; e s'intendano tali elementi prolungati in X, e Y. Saranno MX, GY tangenti delle orbite in M, e G. S'intendano

in oltre da S calate ſu tali tangenti le perpendicolari SX, SY, e congiunte le rette SM, SN, SG, SH. S'intendano pure da N, e H calate ſu SM, SG le perpendicolari NT, HR; e finalmente s'intenda eſſere Ma, Gb i ſpazietti, che i pianeti correrebbero da M, e G per le ſole azioni delle forze centripete.

Poſte le velocità de' pianeti in M, e G eſpreſſe da V, e v, sarà pel § 157

$$V : v = \frac{\text{are. MSN}}{SX} : \frac{\text{are. GSH}}{SY},$$

ovvero

$$V : v = \frac{SM \times NT}{SX} : \frac{SG \times HR}{SY},$$

Onde

$$V^2 : v^2 = \frac{SM^2 \times NT^2}{SX^2} : \frac{SG^2 \times HR^2}{SY^2},$$

Ma pel § 160

$$NT^2 = P \times Ma$$
$$HR^2 = Q \times Gb,$$

Sicchè

$$V^2 : v^2 = \frac{P \times Ma \times SM^2}{SX^2} : \frac{Q \times Gb \times SG^2}{SY^2},$$

Or

Or, essendo le forze centrali in M, e G nella ragione di Ma: Gb, sarà

$$Ma : Gb = SG^2 : SM^2 ;$$

onde

$$Ma \times SM^2 = Gb \times SG^2 .$$

E perciò

$$V^2 : v^2 = \frac{P}{SX^2} : \frac{Q}{SY^2},$$

e conseguentemente

$$V : v = \frac{1}{SX}\sqrt{P} : \frac{1}{SY}\sqrt{Q} .$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

172. Essendo $V : v = \frac{\text{arc. MSN}}{SX} : \frac{\text{arc. GSH}}{SY}$, e $V : v = \frac{1}{SX}\sqrt{P} : \frac{1}{SY}\sqrt{Q}$; sarà arc. MSN : arc. GSH $= \sqrt{P} : \sqrt{Q}$. Nell' istessa ragione sono le aree corrispondenti a due archi qualunque descritti dalli pianeti in tempi uguali. Sicchè le aree corrispondenti ad archi descritti in tempi ugua-

li da due pianeti, che girano intorno a un istesso corpo centrale, sono proporzionali alle radici de' parametri degli assi maggiori delle orbite ellittiche de' medesimi pianeti.

COROLLARIO II.

173. Si mettano di più l' area ellittica intera ANB = A, l' area ellittica intera CGD = B, il tempo periodico per la prima orbita = t, e 'l tempo periodico per la seconda orbita = T; sarà pel §. 158

$$V : v = \frac{A}{t \times SX} : \frac{B}{T \times SY},$$

Ma pel § 171

$$V : v = \frac{1}{SX}\sqrt{P} : \frac{1}{SY}\sqrt{Q},$$

Sicchè

$$\frac{1}{t} \times A : \frac{1}{T} \times B = \sqrt{P} : \sqrt{Q},$$

E perciò

$$T : t = \frac{B}{\sqrt{Q}} : \frac{A}{\sqrt{P}},$$

Per la qual cosa i tempi periodici sono in ragione composta dalla diretta delle aree ellittiche intere, e dalla reciproca de' parametri degli assi maggiori delle medesime ellissi, CO-

COROLLARIO III.

174. Se i punti M, e G ſono i vertici degli aſſi minori delle orbite ellittiche; ſaranno in tal caſo SM, SG uguali alle metà degli aſſi maggiori, ed SX, SY uguali alle metà degli aſſi minori. Or eſprimendo le metà delli detti aſſi maggiori con A, e B, e le metà degli aſſi minori con *a*, *b*, ed eſſendo

$$2A : 2a = 2a : P$$
$$2B : 2b = 2b : Q;$$

ſaranno

$$P = \frac{1}{A} \times 2a^2,$$

$$Q = \frac{1}{B} \times 2b^2.$$

E perciò ſarà

$$V : v = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{1}{A} \times 2a^2} : \frac{1}{b}\sqrt{\frac{1}{B} \times 2b^2},$$

cioè

$$V : v = \frac{1}{\sqrt{A}} : \frac{1}{\sqrt{B}}.$$

Sicchè le velocità de' pianeti ne' ſuppoſti

punti ſono in ragione reciproca delle radici delle diſtanze de' medeſimi punti dal centro comune S delle forze.

COROLLARIO IV.

175. Eſſendoſi di vantaggio dimoſtrato nel § 173 eſſere i tempi periodici t ; e T de' pianeti , che girano per le orbite ellittiche intorno all'iſteſſo corpo centrale S, in ragione compoſta dalla ragione diretta delle aree ellittiche intere, e dalla reciproca delle radici de' parametri degli aſſi principali; ritenendo l'iſteſſe denominazioni del corollario precedente, ſarà

$$t : T = \frac{A \times a}{\sqrt{P}} : \frac{B \times b}{\sqrt{Q}} .$$

Ma

$$\sqrt{P} = \sqrt{\frac{2a^2}{A}}$$

$$\sqrt{Q} = \sqrt{\frac{2b^2}{B}}$$

Sicchè

$$t : T = \frac{A \times a\sqrt{A}}{\sqrt{2a^3}} : \frac{B \times b\sqrt{B}}{\sqrt{2b^3}} ,$$

ovve-

ovvero

$$t : T = \sqrt{A^3} : \sqrt{B^3},$$

e conſeguentemente

$$t^2 : T^2 = A^3 : B^3.$$

Per la qual coſa per gli pianeti, che girano intorno l'iſteſſo corpo centrale, i quadrati de' tempi periodici ſono nella ragione de' cubi della metà degli aſſi principali delle elliſſi, o ſieno delle diſtanze, che hanno gli ſteſſi pianeti dal centro comune S delle forze, qualora ſi trovano ne' vertici degli aſſi minori, vale a dire nelle medie diſtanze dal corpo centrale.

COROLLARIO V.

176. Potendoſi finalmente conſiderare il cerchio come un' elliſſe, in cui i due aſſi ſono uguali, e conſeguentemente il parametro di ciaſcuno uguaglia il diametro, e in cui i due fuochi s'uniſcono nel centro: Se un corpo celeſte giraſſe per la periferia d'un cerchio, deſcrivendo intorno al ſuo centro aree proporzionali ai tempi; ſarebbe tale corpo animato da una forza centripeta tendente ſempre all'iſteſſo centro, e tale forza ſarebbe coſtante in tutt' i punti della peri-

feria, come punti ugualmente distanti dal centro; e procederebbe altresì il corpo con una velocità costante, essendo le perpendicolari alle tangenti sempre il raggio dell' istesso cerchio, ch' è costante. Di più se due corpi celesti girassero per le periferie di due cerchi concentrici, descrivendo ognuno intorno al centro comune aree proporzionali ai tempi; le forze centrali, che spignerebbero costantemente tali corpi verso il centro comune, sarebbero in ragione reciproca de' quadrati de' raggi de' cerchi; le velocità costanti de' medesimi corpi sarebbero in ragione composta dalla diretta delle radici de' parametri, e dalla reciproca delle perpendicolari calate dal centro comune sulle tangenti, e conseguentemente nella ragione reciproca de' raggi de' cerchi; e finalmente i quadrati de' tempi periodici sarebbero nella ragione de' cubi de' raggi degli stessi cerchi.

TEOREMA VIII.

Fig. 15. 177. *Contrassegnino ABCD l' orbita ellittica d' un pianeta, F il fuoco, dove è diretta la forza centripeta, AC, BD gli assi conjugati, e BEG il cerchio descritto col centro F, e coll' intervallo FB. Dico che, se tale pianeta girasse per la periferia BEG, spinto sempre verso il centro F dalla forza centripeta del vigore, che fa azione sull' istesso pianeta nel punto B dell' ellisse, la velocità costante, che*

che avrebbe per la detta periferia, uguaglierebbe quella, che ha nel punto B dell' ellisse, e che il tempo periodico per l' istessa periferia sarebbe uguale al tempo periodico per l' ellisse.

DIMOSTRAZIONE.

Potendosi considerare il cerchio BEG come un' ellisse, che ha per metà dell' asse primario ogni suo raggio, e per vertice dell' asse secondario ogni punto della sua periferia; sarà la velocità del pianeta nel punto B dell' ellisse alla velocità, che avrebbe in ogni punto della periferia BEG, come $\sqrt{FB}$: $\sqrt{OA}$ (§ 174); e sarà il tempo periodico per l' ellisse ABCD al tempo periodico pel cerchio BEG, come $\sqrt{OA^3}$: $\sqrt{FB^3}$ (§ 175). E perciò, essendo FB = OA, sarà la velocità del pianeta nel punto B dell' ellisse uguale a quella, che avrebbe in ogni punto della periferia BEG, e 'l tempo periodico per l' ellisse uguale al tempo periodico pel cerchio BEG. Ch' è quanto bisognava dimostrare.

TEOREMA IX.

178. *Girino due pianeti per le periferie circolari AMG, CDI con forze centriprete tendenti alli centri O, e F, e in tali centri sieno corpi centrali di masse diverse, e conseguentemente con forze attrattrici proporzionali a tali masse.* Fig. 16.

Di-

Dico che sì fatte masse sono in ragione composta dalla diretta de' cubi de' raggi OA, FC, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici de' pianeti per le dette periferie.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda col centro O, e coll'intervallo OB = FC descritto il cerchio BNH, e per la periferia di tale cerchio s' intenda girare un altro pianeta animato dalla medesima forza attraente del corpo centrale O. S' intenda in oltre essere AM, BN, CD gli archetti, che i rispettivi pianeti corrono in tempi infinitamente piccioli, ed uguali. Finalmente dalli punti M, N, e D s' intendano calate su AG, CI le perpendicolari MP, NQ, DE. Diñoteranno AP, BQ, CE gli spazj da correrſi dalli pianeti, uguali, o disuguali che sieno di masse, in uguali istanti per le sole forze centripete. Onde sta AP : BQ, come la forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la periferia AMG, alla forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la periferia BNH, ovvero come $\frac{1}{OA^3} : \frac{1}{OB^3}$; e sta BQ : CE, come la forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la periferia BNH, alla forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la peri-

riferia CDI, ovvero, mettendo la maſſa del corpo centrale O = M, e quella del corpo centrale F = m, come M : m. Eſſendo dunque

$$AP : BQ = \frac{1}{OA^2} : \frac{1}{OB^2},$$
$$BQ : CE = M : m;$$

ſarà

$$AP : CE = \frac{M}{OA^2} : \frac{m}{OB^2} = \frac{M}{OA^2} : \frac{m}{FC^2},$$

Or potendoſi prendere ſenza errore ſenſibile gli archetti AM, CD per le corde di eſſi, ſarà

$$AP : CE = \frac{AM^2}{2OA} : \frac{CD^2}{2FC} = \frac{AM^2}{OA} : \frac{CD^2}{FG}.$$

Onde

$$\frac{M}{OA^2} : \frac{m}{FC^2} = \frac{AM^2}{OA} : \frac{CD^2}{FC},$$

e

$$\frac{M}{OA} : \frac{m}{FC} = AM^2 : CD^2,$$

S' eſprimano di più i tempi periodici de' Pianeti per le periferie AMG, CDI con T,

T, e t, e 'l tempo infinitamente picciolo per gli archetti AM, CD con s, s avranno le seguenti proporzioni, cioè

$$s : T = AM : peri.\ AMG$$
$$s : t = CD : peri.\ CDI.$$

Sicchè

$$AM = \frac{peri.\ AMG \times s}{T}$$
$$CD = \frac{peri.\ CDI \times s}{t}.$$

E perciò

$$\frac{M}{AO} : \frac{m}{FC} = \frac{(peri.AMG)^2 \times s^2}{T^2} : \frac{(peri.CDI)^2 \times s^2}{t^2},$$

ovvero

$$\frac{M}{AO} : \frac{m}{FC} = \frac{AO^2}{T^2} : \frac{FC^2}{t^2},$$

e conseguentemente

$$M : m = \frac{OA^2}{T^2} : \frac{FC^2}{t^2}.$$

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

CO-

COROLLARIO.

179. Sieno ABCD, LMNQ le orbite ellittiche di due pianeti, delle quali sieno AC, LN gli assi maggiori, BD, MQ gli assi minori, e F, e S i fuochi, verso dove le azioni delle forze centripete de' pianeti sono sempre dirette, e dove sieno corpi centrali di masse diverse. S' è già dimostrato che, descrivendo i cerchi BEG, e MRT co' centri F, e S, e coll' intervalli FB, SM, i medesimi pianeti, se si movessero per le periferie di tali cerchi colle forze centripete costanti, che hanno ne' punti B, e M delle orbite ellittiche, impiegherebbero a girare per tali periferie tempi uguali ai tempi periodici per le dette orbite (§ 177), Ma le masse de' corpi centrali F, e S sono in ragione composta dalla diretta de' cubi de' raggi FB, SM, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici per le periferie BEG, MRT (§ *prec.*). Dunque le medesime masse sono in ragione composta dalla diretta de' cubi de' semiassi maggiori OA, PL delle orbite ellittiche, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici per le medesime orbite. Fig. 15.

AVVERTIMENTO.

180. Ecco con quale fondamento si deter-

termineranno a ſuo luogo le ragioni delle maſſe de' pianeti centrali. In ſeguito ſi determineranno di tali pianeti le ragioni de' volumi, e conſeguentemente le ragioni delle denſità, che hanno, con dividere le ragioni delle maſſe per quelle de' volumi. Con avere premeſſe intanto l' eſpoſte dottrine, abbiamo ſtabilito quanto biſogna per procedere alle teoriche più rilevanti dell' Aſtronomia, che ne' ſeguenti libri s' anderanno l' una dopo l' altra ordinatamente ſviluppando.

Fine del Libro terzo.

LIBRO IV.

Delle principali determinazioni da fare relativamente alli pianeti primarj.

DEFINIZIONI, E NOZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

181. Si dirà di qualunque pianeta primario *luogo eliocentrico* quel punto della superficie della sfera mondana, al quale dal Sole si vedrebbe corrispondere il suo centro, e *luogo geocentrico*, se il pianeta non è la terra, quel punto dell' istessa superficie, al quale dalla terra apparisce corrispondere l' istesso detto centro,

DEFINIZIONE II.

Fig. 17. 182. Contrassegnino AIPL l'orbita ellittica della terra, o di qualsisia pianeta primario, O il suo centro, S il fuoco, dove risiede il Sole, AP l'asse primario, e BNCM il cerchio della sfera mondana, nel cui piano si trova la detta orbita. Si diranno di tale orbita AP *la linea degli apsidi*, A l'*afelio*, e P il *perielio*; e si dirà altresì il cerchio BNCM l'*eclittica del pianeta*.

COROLLARIO.

183. Avendo ogni pianeta primario la sua eclittica nel piano della sua orbita, avrà ancora i suoi luoghi eliocentrici sempre nella periferia dell' istessa eclittica. E perciò, supposta prolungata AP in B, e C, sarà B il luogo eliocentrico dell' afelio A, e C il luogo eliocentrico del perielio P. Similmente nel momento, in cui il pianeta si trova in T, supposto essere SD il raggio dell' eclittica del pianeta procedente per T, sarà D allora il luogo eliocentrico del pianeta,

AVVERTIMENTO I.

184. Si noti per chiarezza che, quando in seguito diremo semplicemente *eclittica*, o *eclit-*

eclittica della terra, intenderemo il cerchio maſſimo della ſfera mondana, che ne' libri precedenti abbiamo chiamato con tal nome, e nel cui piano ſi trova l' orbita terreſtre: qualora poi diremo *eclittica di Mercurio*, o *eclittica di Venere*, ec., intenderemo il cerchio maſſimo dell'iſteſſa ſfera mondana, nel cui piano ſi trova l'orbita di Mercurio, o di Venere, ec.

AVVERTIMENTO II.

185. Si noti pure che ſiccome l' orbita d' ogni pianeta primario paſſa pel centro del Sole; così l'eclittica d' ogni pianeta primario deve paſſare pel medeſimo centro, e deve conſeguentemente interſecarſi con quella della terra in un diametro della ſfera mondana procedente per l' iſteſſo centro del Sole; e tale diametro co' ſuoi eſtremi determina i due punti, detti *nodi* dell'orbita del pianeta.

DEFINIZIONE III.

186. Si dirà *inclinazione dell' orbita* di qualunque pianeta primario, diverſo dalla terra, l'angolo d' inclinazione, che forma l' iſteſſa orbita con quella della terra, e conſeguentemente che forma coll'eclittica terreſtre. Si diranno in oltre della periferia dell' eclittica di ciaſcuno de' detti pianeti *limiti*

i due punti, ognuno de' quali è a diſtanza di gr. 90 dalli nodi; e ſi dirà *limite ſettentrionale* quello, che per riſpetto dell' eclittica terreſtre caderà nell' emiſfero ſettentrionale, e *limite auſtrale* l' altro, che per riſpetto dell' iſteſſa eclittica terreſtre caderà nell' emiſfero auſtrale.

AVVERTIMENTO.

187. Sogliono gli Aſtronomi riferire ſecondo il biſogno talora i luoghi eliocentrici de' pianeti primarj alle periferie dell' eclittiche di eſſi pianeti, e talora i luoghi sì eliocentrici, che geocentrici alla periferia dell' eclittica terreſtre. Il come intanto ciò ſi faccia, s' intenderà da quanto ſi anderà in ſeguito ſoggiugnendo.

DEFINIZIONE IV.

188. Contraſſegnino MVNZ l' eclittica terreſtre, BNCM l' eclittica di qualunque altro pianeta primario, N, e M i nodi di eſſa, MVNZ l' ordine de' ſegni, e X il principio d' ariete. S' intenda di più eſſere l' arco NY = NX. Si diranno relativamente all' eclittica del pianeta il punto Y *il principio d' ariete*, l' arco YN la *longitudine eliocentrica del nodo* N, e l' arco YCB la *longitudine eliocentrica dell' afelio* A.

DE-

DEFINIZIONE V.

189. Sieno della terra, o di qualsisia altro pianeta primario AIPL l' orbita ellittica, S il fuoco, dove risiede il Sole, BNCM l' eclittica del pianeta, B il luogo dell' afelio A, e ♈ il principio d' ariete nella medesima eclittica. Si finga un' altro pianeta girare per la periferia BNCM con moto equabile, ed in tanto tempo, in quanto compie il giro della sua orbita il pianeta vero, e girare con partire dal luogo B dell' afelio nel momento, in cui parte dall' afelio A il pianeta vero. Si diranno il finto *pianeta medio*, il moto di tale pianeta finto *moto medio* del pianeta, il punto della periferia BNCM, dove si vedrebbe dal Sole in qualunque tempo il pianeta vero, *luogo eliocentrico vero* del pianeta, il punto dell' istessa periferia, dove nell' istesso tempo dovrebbe trovarsi il pianeta finto, *luogo eliocentrico medio* del pianeta, il raggio della detta eclittica, procedente da S al luogo eliocentrico vero del pianeta, *linea del moto vero* del pianeta, e l' altro procedente da S al luogo eliocentrico medio, *linea del moto medio* del pianeta. Degli archi poi procedenti secondo l' ordine de' segni quello, che procede dal principio d' ariete ♈ fino al luogo vero del pianeta, si dirà *longitudine eliocentrica vera* del pianeta; l' altro, che procede

pure da ♈ fino al luogo medio, ſi dirà *longitudine eliocentrica media* del pianeta; l'altro, che procede dal luogo B dell' afelio fino al luogo vero, ſi chiamerà *anomalia vera*, o *anomalia equata*, o *coequata* del pianeta; e l'altro, che procede dall' iſteſſo punto B fino al luogo medio, ſi dirà *anomalia media* del medeſimo pianeta. Finalmente la differenza delle due longitudini vera, e media, che competono nell' iſteſſo tempo al pianeta, e conſeguentemente delle due anomalie pure vera, e media, ſi dirà *proſtafereſi*, o *equazione del centro*; e finalmente la diſtanza del pianeta vero dal centro del Sole ſi chiamerà *raggio vettore*.

COROLLARIO I.

190. Quindi ſe, trovandoſi il pianeta vero in T, il finto ſia in E; ſuppoſto tirati i raggi SD, SE, ſaranno del pianeta allora D il luogo vero, E il luogo medio, SD la linea del moto vero, SE la linea del moto medio, ♈CD la longitudine eliocentrica vera, ♈CE la longitudine eliocentrica media, BD l'anomalia vera, BE l'anomalia media, DE l'equazione del centro, e la retta TS il raggio vettore.

COROLLARIO II.

191. Supponendoſi partire il pianeta medio,

dio dal luogo B dell' afelio nel momento, che parte da A il pianeta vero, e ſuppo-nendoſi compiere le intere rivoluzioni da ambidue tali pianeti nel medeſimo tempo: ne ſegue che il pianeta medio perverrà in C nell' iſtante, in cui giugne nel perielio P il pianeta vero. Onde la linea del moto vero s' unisce con quella del moto medio in pervenire il pianeta vero e nell' afelio, e nel perielio; e conſeguentemente in tali momenti non ſolamente l' equazione del centro ſi fa nulla, ma anche ſi fanno uguali e le due longitudini eliocentriche vera, e media, e le due anomalie vera pure, e media, facendoſi le due anomalie ambedue nulle nell' afelio, e ambedue di gr. 180 nel perielio.

DEFINIZIONE VI.

192. Suppoſte le medeſime coſe; ſuppoſta deſcritto il cerchio AKPR intorno al diametro AP; e ſuppoſta tirata pel centro T del pianeta la FH perpendicolare ad AP: ſi dirà del pianeta pel momento, in cui ſi trova nel punto T della ſua orbita, l' arco AF del cerchio AKPR, e arco procedente ſecondo l'ordine de' ſegni dall'afelio A fino alla retta FH, che paſſa pel centro T del pianeta, ed è perpendicolare alla linea AP degli apſidi, *anomalia eccentrica*.

COROLLARIO I.

193. Quindi l' anomalia eccentrica d' un pianeta è pure nulla, trovandoſi il pianeta nell' afelio, e di gr. 180, trovandoſi nel perielio.

COROLLARIO II.

194. S' intenda tirata la retta SF. Eſſendo, ſuppoſto il pianeta in T, e conſeguentemente il ſuo luogo vero D, e 'l ſuo luogo medio E, l' anomalia media BE all' intera periferia BNCM, come il tempo impiegato dal pianeta per AT al tempo dell' intera rivoluzione, e conſeguentemente come l' area ellittica AST all' intera elliſſe AIPL (§ 131); e perciò come l' area circolare ASF all' intero cerchio AKPR (§ 123 *delle ſez. coni.*). Se in ordine all' area del cerchio AKPR, all' area circolare ASF, terminata dall' anomalia eccentrica AF, e alli gr. 360 ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà l' anomalia media del pianeta.

COROLLARIO III.

195. S' intenda finalmente tirato il raggio OG parallelo ad SE; e, ſuppoſto congiunte le rette OF, SG, s' intenda da S cala-

calata ſul raggio FO prolungato la perpendicolare SQ. Sarà l'arco AG ſimile a BE; onde l'anomalia media BE ſta all'intera periferia BNCM, come l'arco AG all'intera periferia AKPR (§ 342 *della Geo. pia.*), e conſeguentemente come il ſettore circolare AOG all'intero cerchio AKPR. Nell'iſteſſa ragione s'è dimoſtrato eſſere pure (§ *prec.*) l'area circolare ASF all'intero cerchio AKPR, Sicchè il ſettore AOG ſta al cerchio AKPR, come l'area circolare ASF all'iſteſſo cerchio. Onde il ſettore AOG uguaglia l'area ASF; e perciò il ſettore GOF uguaglia il triangolo rettilineo FOS; e conſeguentemente l'arco GF uguaglia la retta SQ. Per la qual coſa l'arco GF, differenza delli due archi AF, AG, vale a dire delle due anomalie eccentrica, e media, uguaglia la perpendicolare SQ calata dal fuoco S ſul raggio FO prolungato, e raggio, che limita l'anomalia eccentrica AF.

DEFINIZIONE VII.

196. Incominciandoſi le anomalie a computare dalla linea CB, e continuandoſi a numerare per le intere periferie BNCM, AKPR ſecondo l'ordine de' ſegni; ſi dirà delle medeſime anomalie BNC il *primo ſemicerchio*, e CMB il *ſecondo ſemicerchio*.

COROLLARIO I.

197. Avendo il pianeta vero in A la minima velocità, e in P la maſſima (§ 153), e 'l pianeta medio ſempre l'iſteſſa velocità, mezzana tra la maſſima, e la minima del pianeta vero; in partire il pianeta vero dall'afelio A, deve la linea del moto medio ſepararſi da quella del moto vero, e nel primo ſemicerchio delle anomalie deve la prima delle dette linee ſempre precedere l'altra, con andarſi prima l'una vieppiù allontanando dall'altra, finchè la velocità della linea del moto vero giunga al grado di quella del moto medio, e poſcia l'una all'altra avvicinando, finchè s'uniſcano inſieme, giunto il pianeta nel perielio; in partire poi il pianeta vero dal perielio P deve la linea del moto medio di nuovo ſepararſi da quella del moto vero, e nel ſecondo ſemicerchio delle anomalie deve la prima di tali linee ſempre ſeguire l'altra, coll'andarſi prima l'una vieppiù allontanando dall'altra, finchè la velocità della linea del moto vero giunga un'altra volta al grado di quella del moto medio, e poſcia all'altra avvicinando, finchè s'uniſcano di nuovo inſieme, ritornato il pianeta all'afelio A.

CO-

COROLLARIO II.

198. Quindi l' equazione del centro tanto nel primo, quanto nel ſecondo ſemicerchio delle anomalie prima va ſucceſſivamente creſcendo, finchè diventa la maſſima, dove la velocità della linea del moto vero acquiſta il grado di quella del moto medio, e poſcia va ſucceſſivamente diminuendoſi, finchè ſi fa nulla, giunto in un caſo il pianeta al perielio, e ritornato nell' altro all' afelio.

AVVERTIMENTO I.

199. Per conoſcere dove la velocità del- Fig. 18.
la linea del moto vero uguaglia quella del moto medio, dove è minore, e dove è maggiore: ſieno AFPG l' orbita ellittica d' un pianeta, S il Sole, BEC l' eclittica del pianeta, FIG un cerchio deſcritto col centro S, e coll' intervallo SF mezzo proporzionale tra i due ſemiaſſi dell' orbita; e, ſuppoſto il pianeta in qualunque punto T dell' orbita, ſieno SD la linea del moto vero, ed SE la linea del moto medio. Sarà l' intera ellifſe AFPG al ſuo ſettore AST, come il tempo dell' intera rivoluzione del pianeta vero al tempo, che impiega per AT (§ 131), o come l' intera periferia BEC all' arco BE, ovvero come l' in-

l' intera periferia FIG all' arco IH, o pure come l' intero cerchio FIG al ſettore circolare ISH. E perciò, eſſendo il cerchio FIG uguale all' elliſſe AFPG (§ 124 *delle ſez. con.*), ſarà il ſettore circolare ISH uguale al ſettore ellittico AST. S' intenda che in un iſtante infinitamente picciolo di tempo ſi trasferiſcano la linea di moto vero dal ſito SX al ſito ST, e la linea di moto medio dal ſito SK al ſito SH. Sarà pure per la medeſima ragione il ſettore circolare infinitamente picciolo HSK uguale al ſettore ellittico infinitamente picciolo TSX. Col centro S, e coll' intervallo SX s' intenda deſcritto l' archetto circolare XV. Si potrà ſenza ſenſibile errore prendere il ſettore circolare XSV come uguale al ſettore ellittico XST, e conſeguentemente come uguale al ſettore circolare KSH, e ST come uguale a SX, e conſeguentemente come uguale a SV. Perciò VX : HK $= SH : ST = \frac{1}{ST} : \frac{1}{SH}$. Or eſſendo nel momento, in cui il pianeta ſi trova in T, la velocità della linea del moto vero a quella della linea del moto medio, come l' angolo XST all' angolo KSH, e perciò come $\frac{XV}{ST} : \frac{HK}{SH}$; ſarà nel detto momento la velocità della linea del moto vero

ro a quella del moto medio, come $\frac{1}{ST^3}$: $\frac{1}{SH^3}$.

COROLLARIO III.

200. Quindi la velocità della linea del moto vero è minore di quella del moto medio, finchè il raggio vettore ST è maggiore del raggio del cerchio FIG, o sia di SF; è uguale, dove tali raggi si fanno uguali; ed è maggiore, finchè il raggio vettore è minore di SF. Per la qual cosa la velocità della linea del moto vero è minore di quella del moto medio ne' tempi, ne' quali il pianeta si muove da A ad F, e da G ad A; è uguale ne' momenti, ne' quali il pianeta si trova ne' punti F, G della sua orbita; ed è maggiore in tutt' il tempo, in cui si muove da F a P, e da P a G.

COROLLARIO IV.

201. E perciò la massima equazione del centro si ha, trovandosi il pianeta e nel punto F della sua orbita, e nel punto G; cioè ne' due punti, dove l'anomalia vera FSA in uno, e'l complimento a quattro retti ASG dell' istessa anomalia nell'altro è l'angolo formato da SA, e dal raggio vettore, mezzo proporzionale tra i due semiassi dell' orbita.

CO-

COROLLARIO V.

202. Come s' è dimoſtrato eſſere la velocità della linea del moto vero, qualora il pianeta è nel punto T della ſua orbita, a quella del moto medio nella ragione di $\frac{1}{ST^2} : \frac{1}{SF^2}$; così ſi dimoſtra eſſere la velocità della linea del moto medio a quella della linea del moto vero, trovandoſi il pianeta in qualunque altro punto Q dell' orbita nella ragione di $\frac{1}{SF^2} : \frac{1}{SQ^2}$. Sicchè la velocità della linea del moto vero, qualora il pianeta è in T, ſta a quella dell' iſteſſa linea del moto vero, trovandoſi il pianeta in qualunque altro punto Q della ſua orbita nella ragione di $\frac{1}{ST^2} : \frac{1}{SQ^2}$. E perciò la velocità non del pianeta, ma della linea del moto vero ne' diverſi punti dell' orbita ſono in ragione reciproca de' quadrati delle diſtanze de' medeſimi punti dal Sole, e conſeguentemente nella ragione delle attività, che ha la forza centripeta nelli medeſimi punti.

CO-

COROLLARIO VI.

203. Di vantaggio perchè la linea del moto medio nel primo ſemicerchio delle anomalie ſempre precede quella del moto vero, e nel ſecondo ſempre la ſegue; perciò, in procedere il pianeta dall' afelio al perielio, ſi determina l' anomalia vera con togliere dall'anomalia media l'equazione; e in procedere dal perielio all' afelio, ſi determina l' iſteſſa anomalia vera coll' aggiugnere l' equazione all' anomalia media.

COROLLARIO VII.

204. Finalmente non unendoſi la linea del moto vero con quella del moto medio, ſe non nell'afelio, e nel perielio: è facile a intendere, che, ſe il pianeta è la terra, la linea del moto medio, e quella del moto vero debbono giugnere in tempi diverſi sì ne' punti equinoziali, che ne' punti ſolſtiziali. Quindi è che gli equinozj, ed i ſolſtizj ſi diſtinguono in veri, e medj, chiamandoſi *equinozi veri*, e *ſolſtizj veri* i momenti di tempo, ne' quali perviene alli punti equinoziali, e ſolſtiziali la linea del moto vero, ed *equinozi medii*, e *ſolſtizj medii* i momenti, ne' quali agli ſteſſi detti punti vi giugne la linea di moto medio.

AVVERTIMENTO II.

205. Riferendoſi dagli Aſtronomi, ſecondo s'è detto nel §. 149, il moto annuo vero della terra al Sole; al Sole rapportano e 'l moto medio della terra, e 'l moto vero, ſebbene tal moto vero ſia apparente nel Sole; e conſeguentemente al Sole ſi rapportano le linee e del moto vero, e del moto medio, le anomalie e vere, e medie, le longitudini e vere pure, e medie, e finalmente l'equazioni del centro. E' d'avvertire in-
Fig. 17 tanto ch' eſſendo A l' afelio della terra, e P il perielio, C è il luogo dell'apogeo del Sole, e B quello del perigeo; onde per riſpetto del Sole le anomalie s' incominciano a numerare dal punto C dell' eclittica; e perciò ſono di sì fatte anomalie CMB il primo ſemicerchio, e BNC il ſecondo.

AVVERTIMENTO III.

206. A ſuo luogo ſi determinerà eſſere nel corrente anno 1783 il luogo C dell' apogeo del Sole a 9°. $14'$. $18''$ di cancro, e conſeguentemente il luogo B del perigeo a 9°. $14'$. $18''$ di capricorno. Onde, ſuppoſto ognuno degli archi aC, bB di 9°. $14'$. $18''$, e ſuppoſte di più diviſe le mezze periferie aNb, aMb in due parti uguali in Y, e W; ſaranno in Y il principio

d'

d' ariete, in *a* il principio di cancro, in W il principio di libra, e in *b* il principio di capricorno; e conſeguentemente il principio d' ariete, e quello di cancro cadono nel ſecondo ſemicerchio delle anomalie del Sole, e 'l principio di libra, e quello di capricorno cadono nel primo. Quindi al principio d' ariete e a quello di cancro giugne la linea del moto medio del Sole dopo quella del moto vero, e al principio di libra, e a quello di capricorno vi giugne prima (§ 197). Onde l' equinozio vero nella primavera anticipa il medio, e nell' autunno poſticipa; così ancora il ſolſtizio vero nell' eſtate anticipa il medio, e nell' inverno poſticipa. Per la qual coſa, determinato il tempo dell' equinozio vero, per avere il tempo dell' equinozio medio, conviene determinare il tempo, ch' eſige la linea di moto medio a ſcorrere per quanto il dinota l' equazione del centro in tale punto, e aggiugnerlo al tempo dell' equinozio vero, ſe ſi tratta dell' equinozio di primavera, o ſottraerlo da eſſo, ſe ſi tratta dell' equinozio d' autunno. Similmente, determinato il tempo del ſolſtizio vero, per avere il tempo del ſolſtizio medio, conviene determinare pure il tempo, ch' eſige la linea di moto medio a ſcorrere per quanto il dinota l' equazione del centro in tale altro punto, e aggiugnerlo al tempo del ſolſtizio vero, ſe ſi tratta del ſolſtizio di ſtate, o

ſot-

ſottraerlo da eſſo, ſe ſi tratta del ſolſtizio d'inverno.

DEFINIZIONE VIII.

207. Riferendoſi qualunque pianeta primario, diverſo dalla terra, all'eclittica terreſtre, ſi dirà *longitudine eliocentrica*, o *longitudine geocentrica* del pianeta l'arco di tale eclittica procedente ſecondo l'ordine de' ſegni dal principio d'ariete fino al cerchio di latitudine, che paſſa pel luogo eliocentrico, o geocentrico dell'iſteſſo pianeta; e ſi dirà altresì *latitudine eliocentrica*, o *latitudine geocentrica* dell'iſteſſo pianeta l'arco del cerchio di latitudine, che tramezza tra la detta eclittica, e 'l luogo eliocentrico, o geocentrico del medeſimo pianeta. Tali latitudini poi ſi diranno *ſettentrionali*, o *meridionali*, ſecondochè per riſpetto dell'eclittica terreſtre caderanno nell'emiſfero ſettentrionale, o meridionale.

COROLLARIO I.

Fig. 19, e 20. 208. Contraſſegnino EC l'eclittica terreſtre, O uno de' ſuoi poli, AB l'orbita terreſtre, RV l'orbita d'un altro pianeta primario, S il Sole, T la terra in un punto della ſua orbita, e P il pianeta eſiſtente nell'iſteſſo tempo in tale punto dell'orbita ſua. Suppoſto congiunte le rette SP, TP, e ſup-

e ſuppoſto prolungata SP in H fino alla ſuperficie della ſfera mondana; ſarà H il luogo eliocentrico allora del pianeta P. Onde ſe per H s' intende paſſare l' arco OF di cerchio di latitudine; ſuppoſto eſſere L il principio d' ariete, ſaranno in tale tempo del pianeta P relativamente all' eclittica terreſtre LF la longitudine eliocentrica, e HF la latitudine pure eliocentrica; la quale latitudine, ſoppoſto menato il raggio SF dell' eclittica, ſarà miſura dell' angolo HSF, e conſeguentemente ſarà dall' iſteſſo angolo HSF contraſſegnata.

COROLLARIO II.

209. S' intenda da P calata ſul piano dell'eclittica terreſtre la perpendicolare PQ; incontrerà tale perpendicolare la SF in Q (§ *69 della geo. ſol.*). S' intenda in oltre congiunta la TQ; per S tirata SG parallela a TQ; e per G menato l' arco OG di cerchio di latitudine. Potendoſi ſenza ſenſibile errore prendere la diſtanza TS della terra dal Sole come un nulla per riſpetto del raggio della ſfera mondana; ſi può ſenza ſenſibile errore prendere il punto G pel punto, che incontra nella periferia dell' eclittica la TQ prolungata. Ora eſſendo al piano dell' eclittica perpendicolare sì il piano SOG, che il piano PTQ (§ *67 della geo. ſol.*); ed eſſendo le comuni ſezioni SG, TQ di ta-

li piani col piano dell'eclittica paralleli; paralleli saranno ancora sì fatti piani. E perciò se il piano dell' angolo PTS s' intenda prolungato, finchè incontri in SI il piano OSG, sarà SI parallela a TP (§ 72 *della geo. sol.*); e conseguentemente il punto I della superficie della sfera mondana si può prendere senza errore sensibile per quello, che nella medesima superficie incontra TP prolungata. Onde il punto I è il luogo geocentrico del pianeta nel momento, in cui si trova in P, e OG l' arco di cerchio di latitudine procedente per tale luogo. Quindi LCG è pel medesimo momento la longitudine geocentrica del pianeta, e IG la latitudine pure geocentrica.

COROLLARIO III.

210. Finalmente, essendo SG parallela a TQ, e SI parallela a TP; sarà l' angolo PTQ = ISG, e conseguentemente della misura della latitudine geocentrica IG del pianeta. E perciò, essendo l' angolo PTQ misurato dalla latitudine geocentrica del pianeta, e PSQ dalla latitudine eliocentrica; e potendo essere l' angolo PTQ maggiore, uguale, o minore dell'angolo PSQ, secondo la situazione della terra T, e del pianeta P; può anche secondo la situazione della terra, e del pianeta la latitudine geocentrica essere maggiore, uguale, o minore della latitudine

dine eliocentrica del pianeta.

DEFINIZIONE IX.

211. Sia quanto s' è ſuppoſto ne' §§ precedenti. Si diranno del pianeta P il punto Q dell' eclittica terreſtre *luogo ridotto all' eclittica*, la PS *diſtanza dal Sole*, la PT *diſtanza dalla Terra*, la QS *diſtanza curtata dal Sole*, la QT *diſtanza curtata dalla terra*, l' angolo SQT *parallaſſe annua*, o *parallaſſe del gran orbe*, l' angolo QST *angolo di commutazione*, e l' angolo STQ *angolo di elongazione*.

COROLLARIO I.

212. Eſſendo l' angolo TQS = QSG, e conſeguentemente miſurato dall' arco FG, differenza delle longitudini eliocentrica, e geocentrica del pianeta: ne ſegue che la parallaſſe del gran orbe, o ſia parallaſſe annua relativamente a qualunque pianeta primario, diverſo dalla terra, dà la differenza delle longitudini eliocentrica, e geocentrica del pianeta.

COROLLARIO II.

213. Eſſendo in oltre l' angolo QST miſurato dalla differenza delle longitudini eliocentriche della terra, e del pianeta P. Dun-

que l' angolo di commutazione d' un pianeta P dà la differenza delle dette longitudini.

COROLLARIO III.

214. Eſſendo di più l' angolo STQ miſurato dalla differenza delle longitudini geocentriche del Sole, e del pianeta P. Dunque l' angolo di elongazione d' un pianeta P dà la differenza delle dette longitudini.

COROLLARIO IV.

215. Di vantaggio dal triangolo STQ ſi ricavano le ſeguenti proporzioni, cioè

$$SQ : QT = \textit{ſen.}\ STQ : \textit{ſen.}\ TSQ,$$
$$SQ : ST = \textit{ſen.}\ STQ : \textit{ſen.}\ SQT,$$
$$QT : TS = \textit{ſen.}\ TSQ : \textit{ſen.}\ SQT.$$

Dunque la diſtanza curtata del pianeta dal Sole ſta alla diſtanza curtata dalla terta, come il ſeno di elongazione al ſeno di commutazione: l' iſteſſa diſtanza curtata dal Sole ſta alla diſtanza della terra dal Sole, come il ſeno di elongazione del pianeta al ſeno della ſua parallaſſe annua: e finalmente la diſtanza curtata del pianeta dalla terra ſta alla diſtanza dell' iſteſſa terra dal Sole, come il ſeno di commutazione al ſeno della detta parallaſſe annua,

CO-

COROLLARIO V.

216. Nel triangolo rettangolo TQP, posto il seno massimo = R, sta R : *cos.* PTQ = TP : TQ. Onde $TP = \frac{1}{\text{cos. PTQ}} \times R \times TQ$; vale a dire che la distanza del pianeta dalla terra è uguale al quoziente, che nasce dividendo pel coseno della latitudine geocentrica il prodotto della distanza curtata dalla terra pel seno massimo. Similmente nell'altro triangolo rettangolo SQP sta pure R : *cos.* PSQ = SP : SQ. Sicchè $SP = \frac{1}{\text{cos. PSQ}} \times R \times SQ$; cioè la distanza del pianeta dal Sole è uguale al quoziente, che si ha dividendo pure pel coseno della latitudine eliocentrica il prodotto della distanza curtata dal Sole pel seno massimo.

COROLLARIO VI.

217. Quindi TP : SP = *cos.* PSQ x TQ : *cos.* PTQ x SQ. E perciò la ragione della distanza del pianeta dalla terra alla distanza dell' istesso pianeta dal Sole è composta da quella delle distanze curtate dalla terra, e dal Sole, e dall' altra de' coseni delle latitudini eliocentrica, e geocentrica.

AVVERTIMENTO II.

222. Si noti pure che l'argomento di latitudine AP ſi ha ſottraendo dalla longitudine eliocentrica del pianeta nell' orbita la longitudine eliocentrica del nodo aſcendente A. E ſi noti altresì che l' arco AP è maggiore di AD, ſe il punto P cade nel primo, o nel terzo quadrante dell'argomento; è uguale, ſe cade ne' limiti, o nell'altro nodo; ed è minore, ſe cade nel ſecondo, o nel quarto quadrante dell' argomento.

COROLLARIO.

223. Quindi ſi determina l' arco dell' eclittica terreſtre AD con ſottrarre la riduzione all'eclittica dall' argomento di latitudine, quando il punto P cade nel primo, o nel terzo quadrante dell' iſteſſo argomento, e con aggiugnerla, quando cade nel quadrante ſecondo, o quarto del medeſimo argomento. Quando poi il punto P cade o in uno de' limiti, o nell'altro nodo; perchè la riduzione all' eclittica in tali punti è nulla, così l'arco AD dell'eclittica terreſtre in tali caſi non differiſce punto dall' argomento iſteſſo di latitudine.

AV-

AVVERTIMENTO III.

224. Si noti anche che con determinare l'arco AD ſi ha la longitudine eliocentrica del pianeta nell' eclittica terreſtre, aggiugnendo a sì fatto arco la longitudine eliocentrica del nodo aſcendente A.

AVVERTIMENTO IV.

225. Si noti finalmente che facendoſi nulla la riduzione all' eclittica e ne' nodi, e ne' limiti, deve eſſa per ogni arco de' quattro quadranti, ne' quali reſta diviſa l'intera periferia dell' eclittica del pianeta dalli due nodi, e dalli due limiti andare ſucceſſivamente prima creſcendo dal zero fino a certa miſura, e poſcia da tale miſura ſimilmente ſcemando fino al zero. Onde deve in ognuno de' detti archi compiere l'intero ſuo periodo, e avere nel mezzo di eſſi il maſſimo valore. Contraſſegnino intanto Fig. 22 AECF l'eclittica della terra, ABCD l'eclittica di qualunque altro pianeta primario, A il nodo aſcendente di tale eclittica, C il nodo diſcendente, Y il polo ſettentrionale dell' eclittica terreſtre, e Z il polo meridionale. S' intendano diviſe le mezze periferie ABC, AEC, ADC, AFC in due parti uguali in B, E, D, F; ſaranno dell' eclittica del pianeta B il limite ſettentrionale,

nale, e D il limite auſtrale. S' intendano di più preſi ad arbitrio i punti L, e N, che abbiano uguali diſtanze dai nodi A, e C, e conſeguentemente dal limite B; e per tali punti s' intendano paſſare i ſemicerchi YLZ, YNZ di latitudini; ſaranno uguali tra eſſi e i quattro archi AL, NC, CS, VA, e i quattro altri AM, OC, CT, XA, e gli altri quattro LB, BN, SD, DV, e finalmente i quattro altri ME, EO, TF, FX. Onde di quanto l' arco AL eccede AM, di tanto CN eccede CO, CS eccede CT, e conſeguentemente ABCS eccede AECT, e VA eccede XA, e di altrettanto manca altresì BL da EM, BN da OE, e conſeguentemente AN da AO, SD da TF, e DV da FX, e conſeguentemente ABCV da AECX. Ma relativamente ai punti L, N, S, V le riduzioni all' eclittica ſono riſpettivamente l' eccesſo di AL ſu AM, il difetto di AN da AO, l' eccesſo di ABCS ſu AECT, e 'l difetto di ABCV da AECX. Sicchè alli punti L, N, S, V della periferia dell' eclittica del pianeta, egualmente diſtanti riſpettivamente dalli nodi A, e C, e conſeguentemente dalli limiti B, e D corriſpondono riduzioni all' eclittica uguali. E perciò determinando le riduzioni all' eclittica corriſpondenti a tutt' i gradi dell' arco AB del primo quadrante degli argomenti di latitudini, le medeſime, coll' iſteſſo ordine preſe, apparterranno anche

che a tutt' i gradi dell' arco CD del terzo quadrante degli argomenti di latitudine; e, preſe in ordine contrario, apparterranno pure a tutt' i gradi e dell' arco BC del ſecondo quadrante, e dell' arco DA del quarto quadrante de' detti argomenti di latitudine. Premeſſe intanto tali nozioni, procediamo ora alle principali determinazioni da fare relativamente alli pianeti primarj.

CAP. I.

Delle fondamentali determinazioni relativamente all' orbita terreſtre.

PROBL. I.

226. *Determinare dell' orbita terreſtre relativamente all' aſſe maggiore, poſto* = 100000, *la diſtanza dell' afelio dal Sole, la diſtanza del perielio, e l' eccentricità.*

SOLUZIONE.

1. Si vada per più giorni innanzi, e dopo ciaſcuno de' ſolſtizj coll' ajuto d' un delicato micrometro obiettivo determinando il diametro apparente del Sole colla maſſima poſſibile eſattezza, finchè ſi giunga a conoſcere

re e la ſua miſura minima, che ha, quando appariſce nella ſtate della minima grandezza, e la ſua miſura maſſima, che ha, quando appariſce nell' inverno della grandezza maſſima. Or eſſendo già ſtato determinato colla più ſcrupoloſa eſatterza apparire il detto diametro della minima grandezza ſotto l' angolo di 31'. 30''. 59, e della grandezza maſſima ſotto l' angolo di 32'. 35''. 21: ne ſegue eſſere la grandezza apparente del diametro del Sole, quando la terra ſi trova nell' afelio, alla grandezza apparente, che dimoſtra, quando la terra ſi trova nel perielio nella ragione di 31'. 30''. 59: 32'. 35''. 21, ovvero di 1890. 59 : 1955. 21. È perciò la diſtanza dell' afelio della terra dal Sole ſta alla diſtanza del perielio nella ragione di 1955. 21 : 1890. 59 (§ 155); vale a dire che, Fig. 23 contraſſegnando AKPG l' orbita terreſtre, AP il ſuo aſſe maggiore, O il ſuo centro, A l' afelio, P il perielio, e S il Sole, ſi poſſono prendere AS = 1955. 21, e PS = 1890. 59; e conſeguentemente AO = $\frac{1}{2}$ (AS + SP) = 1922. 9, e l' eccentricità SO = SA — AO = 32. 31.

2. Si cerchi in ordine al numero 1922. 9, al numero 32. 31, e al numero 100000 il quarto proporzionale, ch' è 1680. 2. Si ha relativamente al ſemiaſſe AO, poſto = 100000, l' eccentricità SO = 1680. 2; e conſeguentemente la diſtanza AS = AO + OS = 101

= 101680. 2, e la distanza PS = PO — OS = 98319. 8. Ch' è quanto bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

227. Se intorno alli medesimi tempi de' solstizj si vanno giorno per giorno coll'ajuto di altezze meridiane determinando le declinazioni del Sole, e in conseguenza di esse le longitudini: dalle differenze di sì fatte longitudini giornaliere si hanno le velocità della linea del moto vero, e si rileva la misura della velocità minima di sì fatta linea, e la misura della velocità massima. Or essendosi trovata la velocità minima di tale linea di 57'. 11", o sia di 3431", e la velocità massima di 1°. 1'. 11", o sia di 3671". Sicchè la velocità minima della linea del moto vero della terra sta alla velocità massima nella ragione di 3431 : 3671. Nella reciproca dell' istessa ragione deve per conseguenza essere il quadrato della distanza dell' afelio della terra dal Sole al quadrato della distanza del perielio (§ 202). Dunque la distanza dell'afelio della terra dal Sole sta alla distanza del perielio nella ragione di $\sqrt{3671} : \sqrt{3431}$, ovvero nella ragione di 3671 al mezzo proporzionale trovato tra 3671, e 3431, vale a dire nella ragione di 3671 : 3548. 97. E per-

perciò si possono prendere AS = 3671, SP = 3548 . 97; e conseguentemente il semiasse maggiore AO = 3609 . 98, e l' eccentricità OS = 61 . 01. Per la qual cosa, posto il semiasse AO = 100000, sarà l' eccentricità OS = 1690 . 03, e conseguentemente AS = 101690 . 03, PS = 98309. 97. Ed ecco in che altro modo relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto = 100000, si possono determinare la distanza dell' afelio della medesima orbita dal Sole, la distanza del perielio, e l' eccentricità.

AVVERTIMENTO II.

228. Si noti che in seguito noi prenderemo sempre l'eccentricità SO = 1680 . 207, quanta è stata trovata dal famoso M. de la Caille in conseguenza d' un gran numero d' osservazioni calcolate; e perciò prenderemo sempre AS = 101680 . 207, e PS = 98319 . 793.

AVVERTIMENTO III.

229. Si noti pure che, determinate le distanze AS, SP dal Sole dell' afelio, e del perielio della terra relativamente al semiasse maggiore AO, posto = 100000, è facile relativamente all' istesso semiasse maggiore determinare il semiasse minore OK, essendo

pel

pel (§ 61 *della ſez. con.*) $OK^2 = AS \times SP$, e $OK = \sqrt{AS \times SP}$. Eccone il calcolo,

$$AS = 101680 . 207$$
$$PS = 98319 . 793,$$

Dunque

$$Log.\ AS = 5 . 0072363$$
$$Log.\ PS = 4 . 9926409$$
$$Som. = 9 . 9998772,$$

Onde

$$Log.\ OK = 4 . 9999386,$$

E perciò

$$OK = 99985 . 86.$$

AVVERTIMENTO IV.

230. Si noti finalmente che, determinato il ſemiaſſe minore OK relativamente al ſemiaſſe maggiore AO, poſto = 100000, è facile anche a determinare relativamente al medeſimo ſemiaſſe maggiore la diſtanza ST, che ha la terra dal Sole, dove l'equazione del centro è la maſſima, e conſeguentemente dove la velocità della linea del moto

vero uguaglia quella della linea del moto medio, essendo pel § 201 $ST = \sqrt{AO \times OK}$. Eccone il calcolo:

$AO = 100000$
$OK = 99985 . 86 .$

Dunque

$Log.\ AO = 5 . 0000000$
$Log.\ OK = 4 . 9999386$

$Som. = 9 . 9999386 .$

Onde

$Log.\ ST = 4 . 9999693 .$

E perciò

$ST = 99992 . 92 .$

PROBL. II.

231. *Poste le determinazioni già fatte, determinare l'anomalia vera TSA, che compete alla terra, dove la sua equazione del centro è massima.*

SOLUZIONE.

S' intenda essere V l' altro fuoco dell' orbita, e s' intenda congiunta la retta TV. Saranno

$$SV = 2SO = 3360 . 414$$
$$ST = 99992 . 92$$
$$TV = AP - ST = 100007 . 08 .$$

Nel triangolo TSV, noti tutt' i lati, si determini coll' ajuto della Trigonometria l'angolo TSV. Fatto il calcolo, si trova tale angolo di $89^{\circ} . 16' . 42''$. Sicchè l' anomalia vera, che compete alla terra, dove la sua equazione del centro è massima, è di $89^{\circ} . 16' . 42''$. Ch' è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

232. Si noti che l' anomalia vera già determinata è il complimento a quattro retti dell' altra anomalia vera, che compete alla terra, qualora si trova nell' altro punto G, dove un' altra volta l' equazione del centro si fa massima. E perciò l' anomalia vera, che compete alla terra nel punto G, è di $270^{\circ} . 43' . 18''$.

AVVERTIMENTO II.

233. Si noti pure che, per determinare l' anomalia media della terra, qualora si trova nell' istesso punto T, conviene prima determinare l' anomalia eccentrica; vale a dire che, supposto descritto il cerchio AFPX, supposta tirata per T la FH perpendicolare ad AP, e supposto congiunto il raggio OF, conviene prima determinare l' angolo AOF. Per far ciò intanto, fa di mestieri premettere i due seguenti lemmi. Perciò sia il

LEMMA I.

Fig. 24 234. *Contrassegni ABC qualunque triangolo rettangolo in B, Dica, posto il seno massimo* $= R$, *essere* $\text{tang.} \frac{1}{2} BAC = R \times \frac{BC}{CA + AB}$.

DIMOSTRAZIONE.

Si prolunghi BA in D, finchè sia AD = AC, e si congiunga CD; sarà l' angolo $BDC = \frac{1}{2} BAC$, e $DB = DA + AB = CA + AB$. Or essendo

$$DB : BC = R : \textit{tang.}\ BDC,$$

sarà

farà

$$AC + AB : BC = R : \textit{tang.}\ \tfrac{1}{2}\ BAC.$$

E perciò

$$\textit{tang.}\ \tfrac{1}{2}\ BAC = R \times \frac{BC}{CA + AB},$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

LEMMA II.

235. *Contrassegnino AIPL l' orbita ellittica* Fig. 17
di qualunque pianeta, AP l' asse maggiore, O il centro, S il Sole, A l' afelio, P il perielio, AKPR il cerchio col diametro AP descritto, T il pianeta, ed FH la perpendicolare ad AP, procedente per T. Dico che, congiunte le rette TS, FO, sta la tangente della metà dell' anomalia vera AST alla tangente della metà dell' anomalia eccentrica AOF, o sia tang. $\frac{1}{2}$ *AST:*

$$\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\ AOF = \sqrt{PS} : \sqrt{AS},$$

DIMOSTRAZIONE.

Essendo, supposto il seno massimo = R,

$$\textit{tang.}\ \tfrac{1}{2}\ AST = R \times \frac{TH}{TS + SH},$$

$$\frac{FH}{}$$

$$tang.\ \tfrac{1}{2}AOF = R \times \frac{FH}{FO+OH}\ (\S\ prec.);$$

sarà

$$tang.\ \tfrac{1}{2}AST : tang.\ \tfrac{1}{2}AOF = \frac{TH}{TS+SH} : \frac{FH}{FO+OH},$$

ovvero, innalzata da O su AP la perpendicolare OK,

$$tang.\ \tfrac{1}{2}AST : tang.\ \tfrac{1}{2}AOF = \frac{OI}{TS+SH} : \frac{OK}{FO+OH};$$

vale a dire

$$tang.\ \tfrac{1}{2}AST : tang.\ \tfrac{1}{2}AOF = \frac{OI}{TS+SH} : \frac{OA}{FO+OH}.$$

Ma pel (§ 65 *delle sez. coni.*)

$$TS = AO + \frac{OS \times OH}{OA},$$

Dunque

$$TS + SH =$$

$$AO + SH + \frac{OS \times OH}{OA} = SA + OH +$$

OS

$$\frac{OS \times OH}{OA} = SA + (AO + OS)\frac{OH}{OA}$$

$$= SA + \frac{SA \times OH}{OA} = \frac{PH \times SA}{OA}.$$

E' di più

$$FO + OH = PH.$$

Sicchè

$$tang.\tfrac{1}{2}AST : tang.\tfrac{1}{2}AOF = \frac{OI \times OA}{PH \times SA} : \frac{OA}{PH},$$

E perciò

$tang.\frac{1}{2}AST : tang.\frac{1}{2}AOF = OI : SA$; e conseguentemente, essendo pel § 61 *delle sez. con.*

$$OI = \sqrt{PS \times SA},$$

sarà

$$tang.\tfrac{1}{2}AST : tang.\tfrac{1}{2}AOF = \sqrt{PS} : \sqrt{SA}.$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

236. Quindi se si cerca il quarto proporzionale in ordine alla radice di PS, alla radice di SA, e alla tangente della metà

un' altra volta l' equazione del centro ſi fa maſſima. E perciò l' anomalia eccentrica, che compete alla terra nel punto G, è di 269° . 45′ . 34″ .

PROBL. IV.

239. *Sia quanto s' è ſuppoſto ne' probl. precedenti. Poſte le determinazioni già fatte, determinare l' anomalia media, che compete alla terra, quando ſi trova in T, deve l' equazione del centro è maſſima, e determinare l' iſteſſa maſſima equazione.*

SOLUZIONE.

S' intenda eſſere BECL l' eclittica, ed SE la linea del moto medio nel momento, in cui la terra ſi trova in T. Dinoterà l' arco BE l' anomalia media da determinare.

1. Si calcoli col raggio OA = 100000 il cerchio AFPX. Sarà, fatto il calcolo, tale cerchio eſpreſſo dal numero 3141000000.

2. Si calcoli il ſettore circolare AOF, eſſendoſi trovato l' angolo AOF = 90° . 14′ . 26″. Fatto il calcolo, ſi trova tale ſettore eſpreſſo dal numero 7873488472 .

3. S' intenda da S calata ſu OF la perpendicolare SQ; e nel triangolo rettangolo SQO, noto l' angolo SOQ, complimento a due retti dell' anomalia eccentrica AOF, è nota l' eccentricità SO = 1680 . 207, ſi de-

determini SQ. Fatto il calcolo ſi trova SQ = 1680 . 191 .

4. Si calcoli il triangolo OSF , eſſendo la baſe OF = 100000 , e la ſua altezza SQ = 1680 . 191 . S' avrà tale triangolo eſpreſſo dal numero 84009550 .

5. Si ſommino i numeri già determinati , eſprimenti uno il ſettore circolare AOF, e l' altro il triangolo OSF ; e s' avrà lo ſpazio circolare ASF eſpreſſo dal numero 7957498022 .

6. Si cerchi in ordine al numero eſprimente il cerchio AFPX , al numero eſprimente lo ſpazio circolare ASF , e alli gr. 360 dell' intera periferia BECL il quarto proporzionale ; tale quarto proporzionale dà i gradi dell' anomalia media BE cercata . Fatto il calcolo, ſi trova tale anomalia media , o ſia l' angolo BSE = 91° . 12′ . 12″ .

7. Finalmente dall' anomalia media BSE = 91° . 12′ . 12″ ſi ſottragga l' anomalia vera AST = 89° . 16′ . 42″ , il reſiduo 1° . 55′ . 30″ dà la cercata equazione maſſima del centro .

Ch' è quanto biſognava determinare .

AVVERTIMENTO.

240. Si noti che l' anomalia media già determinata è il complimento a quattro retti dell' altra , che compete alla terra , qualora ſi trova nell' altro punto G , dove un' al-

altra volta l'equazione del centro è di 1°. 55′. 30″. E perciò l'anomalia media, che compete alla terra nel punto G, è di 268°. 47′. 48″.

CAP. II.

S'insegna a determinare la longitudine dell'apogeo del Sole, e quanto da sì fatta determinazione immediatamente deriva.

DEFINIZIONE.

Fig. 25 241. Contraſſegnino AMBD un' elliſſe, AB il ſuo aſſe maggiore, O il ſuo centro, e F uno de' ſuoi fuochi. Si prolunghi BA in G, finchè ſia OG terza proporzionale in ordine ad OF, ed OA; e per G ſi meni CE perpendicolare a BG. Chiameremo la CE *direttrice* dell'elliſſe.

COROLLARIO I.

242. Poſto nell'orbita terreſtre il ſemiaſſe maggiore OA = 100000, e ſtabilita già l'eccentricità OF = 1680. 207; ſarà la diſtanza della direttrice dal centro, cioè OG = 5951647. 624, e la diſtanza dell'

iſteſ-

istessa direttrice dal fuoco vicino, cioè FG = 5949967 . 417.

COROLLARIO II.

243. Essendo GO : OA = OA : OF, sarà dividendo GA : OA = AF : OF ; e perciò FA : AG = OF : OA . Sicchè la ragione di FA ad AG è uguale a quella dell' eccentricità al semiasse maggiore.

COROLLARIO III.

244. In oltre essendo GO: OA = OA: OF, sarà GO : OB = OB : OF; e componendo GB: BO = FB: OF. Onde FB: BG = FO: OB; vale a dire la ragione di FB a BG uguale pure a quella dell' eccentricità al semiasse maggiore.

COROLLARIO IV.

245. Si tiri dal fuoco F a qualunque punto M del perimetro dell' ellisse la retta FM, e da M si calino MC perpendicolare alla direttrice, ed MP perpendicolare all' asse AB. Sarà pel (§ 55 *delle sez. coni.*) FM

$$= AO - \frac{OP \times OF}{OA} = \frac{AO^2 - OP \times OF}{AO},$$

e sarà

$$MC = GP = GO - OP = \frac{AO^2}{OF} - OP$$

$$-OP = \frac{AO^2 - OP \times OF}{OF}$$. Onde FM : $$MC = \frac{AO^4 - OP^2 \times OF}{AO} : \frac{AO^2 - OP \times OF}{OF}$$ = OF : AO. Quindi se da qualunque punto del perimetro dell' ellisse si tirano due rette, una al fuoco, e l'altra perpendicolare alla direttrice menata dalla banda dell' istesso fuoco, la ragione di tali rette uguaglia sempre quella dell' eccentricità al semiasse maggiore.

COROLLARIO V.

246. Si tiri nell' ellisse qualunque altra retta FN; e, calata da N sulla direttrice la perpendicolare NI, si congiunga MN, e si prolunghi fino all' istessa direttrice in H. Sarà FM : MC = FN : NI; onde FM : FN = MC : NI = MH : NH, e FM — FN : FM = MN : MH. Sicchè se in ordine alla differenza delle rette FM, FN, alla retta FM, e all' altra MN si cerca la quarta proporzionale, tale quarta proporzionale dà la MH.

AVVERTIMENTO.

247. Si noti che la MH può cadere e di qua, e di là per rispetto di MC, secondo la situa-

ſituazione de' punti M, e N; nel qual caſo è ſempre MH maggiore di MC: può confonderſi coll' iſteſſa MC, nel caſo che i punti M, e N ſono ad uguali diſtanze dall' aſſe AB, e dall' iſteſſa banda per riſpetto di eſſo: e finalmente può eſſere parallela alla direttrice CE, nel caſo che i punti M, e N ſono uno di qua, e l' altro di là dall' aſſe, e ad uguali diſtanze dal vertice A. Premeſſe tali coſe, procediamo al ſeguente

PROBL. V.

248. *Inſegnare il modo di determinare l' apogeo del Sole.*

SOLUZIONE.

1. In due giorni dell' anno, che abbiano una diſtanza tra eſſi di circa 2, o 3 meſi, e che per chiarezza chiamo A, e B, ſi determinino con ſomma eſattezza in conſeguenza d' oſſervazioni accuratamente fatte le longitudini meridiane del Sole; e coll' iſteſſa eſattezza ſi determinino ſimilmente le longitudini meridiane, che ha il Sole ne' giorni, che ad eſſi immediatamente ſeguono.

2. Dalle longitudini meridiane del Sole ne' giorni A, e B ſi rilevino quelle della terra ne' medeſimi giorni; e dalle differenze di eſſe da quelle de' giorni ſeguenti ſi rilevino le velocità della linea de' moti veri

ri della terra ne' ſteſſi giorni A, e B.

Fig.26 3. Si ſupponga eſſere AMPD l'orbita terreſtre, AP l'aſſe, XZ la direttrice, O il centro, S il Sole, L., e M i luoghi della terra nella detta orbita ne' momenti delle determinazioni fatte delle longitudini del Sole. S' intendano congiunte le rette SL, SM, LM. S' intenda in oltre calata da L ſu XZ la perpendicolare LC. E finalmente s' intendano prolungate AP, ed LM fino alla direttrice in G, e B. Saranno note le velocità della linea de' moti veri della terra in L, e M, e ſarà noto l'angolo LSM, differenza delle longitudini determinate. Si mettano le velocità della detta linea in L = V, e in M = W; ſarà V : $W = \frac{1}{SL^2} : \frac{1}{SM^2}$ (§ 202); onde $\sqrt{V} : \sqrt{W} = \frac{1}{SL} : \frac{1}{SM} = SM : SL$, e $V : \sqrt{V \times W} = SM : SL$. Perciò s' eſprima SM con V, e SL con $\sqrt{V \times W}$, o ſia colla mezza proporzionale trovata tra V, e W.

4. Nel triangolo LSM, noti i lati SL, SM, e l'angolo LSM, ſi determinino i rimanenti angoli SLM, SML, e la baſe LM.

5. In ordine alli numeri determinati, eſprimenti l' eccentricità OS, il ſemiaſſe mag-

maggiore OP, ed SL, ſi cerchi il quarto proporzionale. S' avrà il numero eſprimente LC dell' iſteſſa unità di quelli, co' quali ſi ſono eſpreſſe le rette SL, SM.

6. In ordine alla differenza de' numeri eſprimenti SL, SM, al numero eſprimente SL, e all' altro eſprimente LM ſi cerchi pure il quarto proporzionale. S' aurà il numero eſprimente LB dell' iſteſſa unità pure di quelli, co' quali ſono ſtate eſpreſſe le SL, SM.

7. Nel triangolo rettangolo LCB, nota l' ipotenuſa LB, e noto il cateto LC, ſi determini l' angolo BLC.

8. Degli angoli SLM, CLB, già determinati, ſe ne trovi la ſomma, o la differenza, ſecondo il caſo eſige; e s' avrà l'angolo CLS, e conſeguentemente LSA.

9. Finalmente dalla longitudine della terra in L ſi ſottragga l' angolo ASL già determinato, il reſiduo darà la longitudine del luogo dell' afelio A della terra; e l' iſteſſo reſiduo, diminuito di 6 ſegni, darà la longitudine del luogo dell' apogeo del Sole.

Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

249. Per ſoggiugnere qui un eſempio dell' eſpoſto metodo relativamente all' anno corrente 1783, ſono ſtato nella neceſſità di ri-

cor-

correre all' Efemeridi di Bologna, mancandomi le longitudini del Sole, che v' abbisognano, ricavate da esattissime osservazioni. Onde con sì fatto calcolo non pretendo stabilire il preciso luogo, che ora occupa l' apogeo del Sole, ma solamente mettere sotto gli occhi d' ognuno la calcolazione da fare, per poterlo determinare secondo il metodo da noi esposto.

ESEMPIO.

Sia da determinarsi il luogo dell' apogeo del Sole.

Nel corrente anno 1783 secondo l' Efemeridi di Bologna è stata la longitudine del Sole nel

22	d' Agosto di	4ˢ.	29°.	7′.	28″
23		5ˢ.	00°.	5′.	22″
	Differ.			57′.	54″
10	d' Ottobre di	6ˢ.	17°.	00′.	13″
11		6ˢ.	17°.	59′.	40″
	Differen.			59″.	27″.

Onde la longitudine della terra nel

22 d' Agosto di	10ˢ.	29°.	7′.	28″
10 d' Ottobre di	0ˢ.	17°.	00′.	13″
Differ.		47°.	52′.	45″.

E la

E la velocità della terra nel

22 d' Agosto di 57'. 54" = 3474"
10 d' Ottobre di 59', 27" = 3567".

Sicchè, supposta la terra in L nel 22 d'Agosto, e in M nel 10 d' Ottobre, e chiamando V la velocità della linea del moto vero della terra in L, e W quella avuta in M; saranno l'angolo LSM = 47°. 52'. 45", V = 3474, e W = 3567.

I.

Per determinare i numeri da esprimere le rette SL, SM.

Log. V = 3 . 5408298
Log. W = 3 . 5523031

Somma = 7 . 0931329

Log. $\sqrt{V \times W}$ = 3 . 5465664.

Sicchè

$\sqrt{V \times W}$ = 3520 . 19.

Onde si può mettere

LS = 3520 . 19

MS = 34

II.

Per determinare nel
rimanenti angoli SL

LS + MS = 6
LS − MS =
½ (SML + SLM) = 6

Onde

Log. tag. ½ (SML+SLM) = 1
Log. (LS − MS) = 1
Som. = 12.
Log. (LS + MS) = 3.
Log tag. ½ (SML − SLM) = 9. 1

Sicchè

½ (SML − SLM) = 51'. 1

E perciò l'angolo

SLM = 65°. 12'. 29" ⅛
SML = 66°. 54'. 45" ⅛.

MS = 34

III.

II

inare nel medesimo triango-
terminare nel t *I la base LM relativamente*
enti angoli SLI

LS + MS = 6
S — MS = 7
+ SLM) = 6

LSM	=	9 . 8702470
SL	=	3 . 5465664
Som.	=	13 . 4168134
SML	=	9 . 9637444 sott.
LM	=	3 . 4530690 .

Onde

L+SLM) = 1
— MS) =

Onde

LM = 2838 . 37 .

= 1
MS) =

IV.

SLM) = *eterminare LC relativamente ad*
, SM.

Sicchè

M) = 51

(OP = 100000)	=	5 . 0000000
SL	=	3 . 5465664
Som.	=	8 . 5465664
g.(OS = 1680.207)	=	3 . 2253627 sott.
Log. LC	=	5 . 3212037 .

l'angolo

MS = 3474.

II.

Per determinare nel triangolo LSM i rimanenti angoli SLM, SML.

LS + MS = 6994 . 19
LS − MS = 46 . 19
$\frac{1}{2}$ (SML + SLM) = 66° . 3' . 37" $\frac{1}{2}$.

Onde

Log. tag. $\frac{1}{2}$ (SML+SLM) = 10 . 3526505
Log. (LS − MS) = 1 . 6645480

Som. = 12 . 0171985
Log. (LS + MS) = 3 . 8447373 sot.

Log. tag. $\frac{1}{2}$ (SML − SLM) = 8 . 1724612.

Sicchè

$\frac{1}{2}$ (SML − SLM) = 51' . 8",

E perciò l'angolo

SLM = 65° . 12' . 29" $\frac{1}{2}$
SML = 66° . 54' . 45" $\frac{1}{2}$.

III.

III.

Per determinare nel medesimo triangolo LSM la base LM relativamente ai lati.

Log. sen. LSM = 9 . 8702470
Log. SL = 3 . 5465664

Som. = 13 . 4168134
Log. sen. SML = 9 . 9637444 sott.

Log. LM = 3 . 4530690 .

Onde

LM = 2838 . 37 .

IV.

Per determinare LC relativamente ad SL, SM.

Log. (OP = 100000) = 5 . 0000000
Log. SL = 3 . 5465664

Som. = 8 . 5465664
Log. (OS = 1680.207) = 3 . 2253627 sott.

Log. LC = 5 . 3212037 .

Sicchè

$$LC = 209509 \cdot 5 \cdot$$

V.

Per determinare LB relativamente pure ad SL, SM.

Log. SL	= 3 . 5465664
Log. LM	= 3 . 4530690
Som.	= 6 . 9996354
Log. (SL—SM)	= 1 . 6645480 sott.
Log. LB	= 5 . 3350874

Onde

$$LB = 216315 \cdot 39 \cdot$$

VI.

Per determinare nel triangolo rettangolo BCL l'angolo BLC.

Log. LC	= 5 . 3212037
Log. sen. maſ.	= 10 . 0000000
Som.	= 15 . 3212037

Log.

Log. L B = 5 . 3350874 sott.

Log. cos. BLC = 9 . 9861163 .

Sicchè

l'ang. B L C = 14°. 24'. 39".

E perciò

l'ang. S L M = 65°. 12'. 29" $\frac{2}{3}$
l'ang. B L C = 14 . 24 . 39 sott.

l'ang. CLS = LSA = 50°. 47'. 50" $\frac{2}{3}$.

Per la qual cosa

Longit. di L..... 10ˢ. 29°. 7'. 28"
Angolo LSA..... 50 . 47. 50 $\frac{2}{3}$ sot.

Longit. dell' afelio A della terra .....9ˢ. 8°. 19'. 37" $\frac{1}{3}$
E conseguentemente longit. dell' apogeo del Sole .....3ˢ. 8°. 19'. 37" $\frac{1}{3}$.

AVVERTIMENTO II.

250. So che gli Astronomi hanno cercata la longitudine dell' apogeo del Sole per

più vie diverſe dalla qui da noi inſegnata; e che a forza di replicate, e vicendevoli correzioni date alle determinazioni, alle quali menano i metodi da eſſi adoperati, ſono giunti finalmente a ſtabilire tale longitudine pel 22 d' Agoſto del corrente anno 1783 di $3^s . 9^o . 14' . 47''$. A noi intanto è piaciuta la via, che abbiamo eſpoſta, per non ſtabilire coſa alcuna, che debba dipendere da determinazioni non ancora fatte; difetto, che ſpeſſo s' incontra ne' libri d'Aſtronomia. E ſe coll' eſempio addotto non s' è rilevata la preciſa longitudine dell' apogeo del Sole; ſe n' è rilevata una, che ſe ne avvicina, la quale col ſuo difetto addita d' eſſervi nelle determinazioni preſe dall' Efemeridi, per mancanza di determinazioni ricavate da accurate oſſervazioni, qualche leggiero difetto.

AVVERTIMENTO III.

851. Dovendo il Sole col ſuo diametro apparire della minima grandezza, qualora appariſce nell' apogeo, della grandezza maſſima, qualora appariſce nel perigeo, e di grandezze uguali, e medie tra la maſſima, e minima, qualora appariſce in punti dall' apogeo ugualmente diſtanti: è facile a chicchefſia comprendere il come coll' andar miſurando del Sole il diametro apparente in diverſi tempi dell' anno, e determinando nel tem-

tempo istesso la longitudine, si può giugnere a determinare il luogo del suo apogeo. Tale luogo intanto, in tal modo determinato, non può avere esattezza alcuna, vedendosi per più giorni il diametro del Sole dell' istessa misura, a cagione della gran distanza della terra dal Sole; la cui variazione non diviene sensibile, se non, scorsi più giorni, giugne a certa misura. Ad ogni modo per tal via s' è all' in grosso conosciuta essere da lungo tempo l' apogeo del Sole al di là del principio di cancro per alcuni gradi. Il che è sufficiente a farci conoscere nell' adoperare il metodo da noi insegnato, se la LB cade di là, o di quà di LC, e conseguentemente se l' angolo BLC si deve sottrarre da SLM, o aggiugnere ad esso, per avere l' angolo SLC, e conseguentemente LSA. Poichè si deve sottrarre, o aggiugnere, secondochè col sottrarre, o aggiugnere risulta l' apogeo al di là del principio di cancro.

AVVERTIMENTO IV.

252. Si noti di vantaggio che la LB nella calcolazione deve, fuori del caso, in cui si trova parallela alla direttrice, venire o eguale ad LC, qualora i punti L, e M si trovano ugualmente distanti dalla linea AP degli apsidi, nel qual caso l' angolo BLC è nullo, o pure maggiore. Sicchè,

risultando minore, è ſicuro indizio che mancano allora d' eſattezza o le longitudini de' punti L, e M adoperate, o le adoperate velocità della linea del moto vero della terra ne' medeſimi punti.

AVVERTIMENTO V.

253. Sebbene la longitudine dell' apogeo del Sole, e conſeguentemente quella dell' afelio della Terra, determinata nell' eſempio addotto, non dia il preciſo luogo, in cui ſi trova oggi corriſpondente tale afelio: nondimeno, per inſegnare i modi di fare le altre determinazioni, che in conſeguenza delle già fatte ſi poſſono eſeguire, ſupporremo qui in ſeguito quanto s' è ſuppoſto, e determinato nel detto eſempio. Perciò ſoggiugniamo i ſeguenti problemi.

PROBL. VI.

254. *Determinare in conſeguenza di quanto s' è ſuppoſto, e determinato nel detto eſempio i raggi vettori SL, SM relativamente al ſemiaſſe maggiore OA dell' orbita, poſto* = 100000.

SOLUZIONE.

1. S' intenda da S calata ſu LC la perpendicolare SE. Eſſendo nel triangolo rettangolo SEL nota l' ipotenuſa SL, poſta = 3520.

3520. 19, e noto l'angolo ELS, determinato = 50°. 47'. 50''½; ſe con tali dati ſi cerca il lato LE, s'avrà LE eſpreſſa relativamente all'unità del numero, con cui s'è eſpreſſa SL. Fatto il calcolo, ſi trova LE = 2225. 53. E perciò, eſſendoſi trovata relativamente alla medeſima unità LC = 209509. 5, ſarà relativamente all'iſteſſa unità EC, o ſia SG = 207279. 97.

2. Eſſendo in oltre relativamente al ſemiaſſe OA, poſto = 100000, determinata SG = 5949967. 417 (§ 242) : ſe in ordine al numero 207279. 97, al numero 5949967. 417, e al numero 3520. 19 ſi cerca il quarto proporzionale, tale quarto proporzionale dà relativamente al detto ſemiaſſe, poſto = 100000, la SL = 101046. 98. Similmente ſi trova relativamente ad AO, poſto = 100000, la SM = 99721. 1. Ch'è quanto biſognava determinare.

COROLLARIO.

255. Eſſendo relativamente al ſemiaſſe AO, poſto = 100000, trovata PS = 98319. 793 (§ 228); ed eſſendo il ſemidiametro apparente del Sole, quando la terra ſi trova in P, o ſia il Sole nel perigeo, = 32'. 35''. 21 = 1955''. 21. Dunque ſe in ordine ad SL, ad SP, e a 1955. 21, o ſia a 101046. 91, a 98319. 793, e a 1955. 21 ſi cerca il quarto proporzionale; tale quar-

quarto proporzionale dà il diametro apparente del Sole, qualora la terra ſi trova in L, = 1902″. 44 = 31′. 42″. 44. Similmente ſe in ordine a SM, a SP, e a 1955″. 21, o ſia a 99721. 1, a 98319. 793, e a 1955. 21 ſi trova pure il quarto proporzionale; tale altro quarto proporzionale dà il diametro apparente del Sole, quando la terra ſi trova in M, = 1927″. 73 = 32′. 7″. 73.

PROBL. VII.

256. *Determinare in conſeguenza di quanto s'è ſuppoſto, e determinato nell' iſteſſo eſpoſto eſempio le anomalie eccentriche, corriſpondenti alle vere ASL, ASM.*

SOLUZIONE.

S' intenda intorno all' aſſe AP deſcritto il cerchio AHP; per L, e M s'intendano menate le FX, HY perpendicolari ad AP; e s'intendano congiunti i raggi OF, OH. Dinoteranno gli angoli AOF, AOH le anomalie eccentriche, corriſpondenti riſpettivamente alle vere ASL, ASM. S'intenda in oltre nell' orbita tirato il ſemiaſſe minore OK; e ſaranno, ſoppoſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000, PS = 98319. 793, e OK = 99985. 86.

Si cerchino in ordine alli numeri eſpri-

men-

menti PS, OK, e a ciaſcuna delle tangenti delle metà delle anomalie vere ASL, ASM i quarti proporzionali.

S'avranno co' tali quarti proporzionali le tangenti delle metà delle anomalie eccentriche AOF, AOH (§ 235); onde i doppj degli angoli corriſpondenti a sì fatte tangenti daranno le anomalie eccentriche AOF, AOH.

Ch'è quanto biſognava determinare.

CALCOLO.

ang. ASL = 50°. 47'. 50'' $\frac{1}{2}$
ang. ASM = 98°. 40. 35 $\frac{1}{2}$.

Perciò

Log. OK	=	4. 9999386
Log. tan. $\frac{1}{2}$ ASL	=	9. 6765168
Som.	=	14. 6764554
Log. PS	=	4. 9926409 sott.
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AOF	=	9. 6838145.

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 25°. 46'. 22'',

e

AOF = 51°. 32'. 44''.

In

In oltre

Log.	OK =	4 . 9999386
Log. tan.	$\frac{1}{2}$ ASM =	10 . 0660197
Som.	=	15 . 0659583
Log.	PS =	4 . 9926409 sott.
Log. tan.	$\frac{1}{2}$ AOH =	10 . 0733174 .

Sicchè

$$\tfrac{1}{2}\text{AOH} = 49^{\circ} . 48' . 48'',$$

e conſeguentemente

$$\text{AOH} = 99^{\circ} . 37' . 36''.$$

PROBL. VIII.

257. *Poſte le determinazioni già fatte, determinare le anomalie medie corriſpondenti alle vere ASL, ASM.*

SOLUZIONE.

S' intenda la linea del moto medio eſſere ST, quando la terra ſi trova in L, e SV, quando ſi trova in M. Dinoteranno gli angoli AST, ASV le anomalie medie riſpettivamente corriſpondenti alle vere ASL, ASM.

ASM. S' intendano in oltre congiunte le SF, SH; e finalmente s' intendano da S calate SI perpendicolare su FO prolungata in I, e SN perpendicolare ad OH.

1. Si calcoli col raggio OA = 100000 il cerchio intero AHP. Sarà, fatto il calcolo, tale cerchio espresso dal numero 31410000000.

2. Si calcolino i settori circolari AOF, AOH, essendo l'angolo AOF = 51°. 32'. 44'', ed AOH = 99°. 37'. 36''. Fatti i calcoli, si trovano espressi il settore AOF dal numero 4497349722. 22, e 'l settore AOH dal numero 8692426604. 93.

3. Si calcolino ne' triangoli rettangoli SIO, SNO i lati SI, SN, essendo nel primo noto l' angolo SOI, come uguale all' anomalia eccentrica AOF, e nel secondo noto l'angolo SON, come complimento a due retti dell'anomalia eccentrica AOH, ed essendo in ambidue note l' eccentricità OS = 1680. 207. Fatt' i calcoli, si trovano SI = 1315. 77, ed SN = 1656. 546.

4. Si calcolino il triangolo SOF, che ha per base OF = 100000, e per altezza SI = 1315. 77, e 'l triangolo SOH, che ha per base OH pure = 100000, e per altezza SN = 1656. 546. Fatt' i calcoli, si trovano espressi il triangolo SOF dal numero 65788500, e 'l triangolo SOH dal numero 82827300. E conseguentemente vengono espressi lo spazio circolare ASF dal numero

mero 4563138222. 22, e lo ſpazio circolare ASH dal numero 8775253904. 93.

5. Finalmente ſi cerchino in ordine al numero eſprimente l' intero cerchio AHP, a ciaſcuno de' numeri eſprimenti i ſpazj circolari ASF, ASH, e alli gr. 360 i quarti proporzionali; tali quarti proporzionali daranno le anomalie medie cercate, o ſieno gli angoli AST, ASV. Fatt' i calcoli, ſi trovano l' anomalia media corriſpondente alla vera ASL, cioè l' angolo AST = 52°. 17'. 58'', e l' anomalia media corriſpondente alla vera ASM, cioè l' angolo ASV = 100°. 34'. 33''.

Ch' è quanto biſognava determinare.

COROLLARIO I.

258. Corriſpondendo all' anomalia vera ASL di 50°. 47'. 50'' $\frac{1}{2}$ l'anomalia media AST di 52°. 17'. 58'', e all'anomalia vera ASM di 98°. 40'. 35'' $\frac{1}{2}$ l'anomalia media ASV di 100°. 34'. 33'' $\frac{1}{2}$; l' equazione del centro, quando la terra s' è trovata in L, è ſtata di 1°. 30'. 7'' $\frac{1}{2}$, e quando s' è trovata in M, è ſtata di 1°. 53'. 57'' $\frac{1}{2}$.

COROLLARIO II.

259. Eſſendo la differenza de' due angoli AST, ASV, o ſia l' angolo TSV = 48°. 16'. 35''. Dunque la linea del moto medio

dio dal mezzodì vero del 22 d' agosto fino al mezzodì vero del 10 d' ottobre s' è mossa per un angolo di 48°. 16'. 35''.

PROBL. IX.

260. *Rilevare dalle determinazioni già fatte il moto medio del Sole,*

SOLUZIONE.

La linea del moto medio dal mezzodì vero del 22 d' agosto fino al mezzodì vero del 10 di ottobre, vale a dire in 49 giorni s'è mossa per 48°. 16', 35'', o sia per 173795'' : però come il mezzodì vero del 22 d' agosto posticipa il medio di 2'. 24'', e 'l mezzodì vero del 10 d' ottobre anticipa il medio di 13'. 9''; così per ridurre i 49 giorni veri in tempo medio, conviene alli giorni 49 aggiugnere 2', 24'', e togliere dalla somma 13'. 9'', Sicchè il tempo medio scorso tra i due detti mezzodì è di 48 gior.. 23 or. 49'. 15'', o sia di 4232955''. E perciò se in ordine a 4232955'', a un giorno medio, o sia 86400'', e a 173795'' si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà in minuti secondi il moto della linea del moto medio del Sole in un giorno medio. Fatto il calcolo, si trova tale moto di 3548'', o sia di 59'. 8''. Per

la qual cosa il moto medio del Sole è di $59'.\ 8''$ a giorno.
Ch' è ciò, che bisognava determinare.

PROBL. X.

261. *Rilevare dalle determinazioni già fatte il tempo vero, in cui il Sole è stato nell' apogeo, ovvero la terra nel suo afelio.*

SOLUZIONE.

Si cerchi in ordine all' angolo TSV, all' angolo TSA, e al tempo medio, in cui la linea del moto medio s' è mossa dal sito ST al sito SV, il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo medio, in cui l' istessa linea del moto medio s' è mossa dal sito SA al sito ST, cioè dà in tempo medio di quanto il momento del passaggio della terra per l' afelio A ha preceduto quello dell' arrivo in L, o sia il mezzodì vero del 22 d' agosto. Fatto il calcolo, essendo l'angolo TSV $= 48°.\ 16'.\ 35''$, l'angolo TSA $= 52°.\ 17'.\ 58''$, e 'l tempo medio, in cui la linea del moto medio s' è mossa dal sito ST al sito SV $= 48^{s}.\ 23^{or}.\ 49'.\ 15''$, si trova il quarto proporzionale di $53^{s}.\ 1^{or}.\ 48'.\ 23''$. Dunque è passata la terra pel suo afelio prima del mezzodì vero del 22 d' agosto per quanto il dinota il tempo medio di $53^{s}.\ 1^{or}.\ 48'.\ 23''$. Or

Or tramezzando tra 'l mezzodì del 22 d' agosto, e 'l mezzodì dell' ultimo di giugno giorni 53; e posticipando il mezzodì vero del 22 d' agosto di 2'. 24'' il mezzodì medio, e 'l mezzodì vero dell' ultimo di giugno di 3'. 14'' il mezzidì medio; trammezzerà tra i due detti mezzodì veri il tempo medio di 53ᵍ. 0ᵒʳ. 0'. 50ᵛ. Se tale tempo medio si sottrae dall' altro di 53ᵍ. 1ᵒʳ. 48'. 23'', il residuo di 1ᵒʳ. 47'. 33'' dà il tempo medio, per cui il momento del passaggio della terra per l' afelio ha preceduto il mezzodì vero dell' ultimo di giugno. Riducendo dunque il tempo medio 1ᵒʳ. 47'. 33'' in tempo vero, con trovare il quarto proporzionale in ordine alla lunghezza del giorno vero 29 di giugno, ch' eccede il giorno medio di 12'', alla lunghezza del giorno medio, e al detto tempo medio da ridurre, o sia in ordine a 24ᵒʳ. 0'. 12'', a 24ᵒʳ., e a 1ᵒʳ. 47'. 33''; tale quarto proporzionale, che, fatto il calcolo si trova essere di 1ᵒʳ. 47'. 32'', dà il tempo vero, per cui il passaggio della terra per l' afelio ha preceduto il mezzodì vero del 30 di giugno. Per la qual cosa tale passaggio è stato in tempo vero nella mattina del 30 di giugno a 10ᵒʳ. 12'. 28''. Ch' è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

262. So che quanto s'è determinato nelli qui esposti problemi non ha l'esattezza, che s'esige dagli Astronomi; essendo ogni cosa appoggiata alla determinazione fattane dell'afelio della terra alquanto difettosa, pel motivo antecedentemente allegato. Intanto ci è piaciuto esporre sì fatte determinazioni, per additare le vie da tenere in farle con scrupolosa esattezza, quando si rilevano da osservazioni esattissime due longitudini del Sole, e le velocità della linea del moto vero dell'istesso Sole ne' punti, a' quali appartengono tali longitudini, e in conseguenza di tali cose si rileva il luogo del detto afelio.

AVVERTIMENTO II.

263. Prima di procedere innanzi è necessario sapere che il luogo dell'apogeo del Sole, creduto costante da Tolomeo, avendolo nell'anno 140 dopo G. C. trovato al 5°. 30' di gemini, dove era stato trovato nell'anno 140 prima di G. C. da Ipparco, e costante lungo tempo dopo Tolomeo, s'è conosciuto finalmente che si va lentamente, e costantemente avanzando secondo l'ordine de' segni, confrontando le determinazioni fattene da diversi Astronomi

mi in tempi diverſi. Per conoſcere intanto il fatto annuale avanzo, baſta paragonare le oſſervazioni di Waltero, che ſono le più accurate, con quelle del famoſo Abate de la Caille. Queſti ha rilevato d'eſſere ſtata la longitudine dell'apogeo del Sole ſecondo le oſſervazioni del Waltero di $3^s . 3^\circ . 57' . 57''$ nel primo di Gennaro del 1496, e ſecondo le oſſervazioni proprie di $3^s . 8^\circ . 38'$ nel primo di Gennaro del 1750. Sicchè in 254 anni la longitudine dell'apogeo del Sole s'è accreſciuta di $4^\circ . 40' . 3''$; il che dà un' accreſcimento annuale di $1' . 6''$. Similmente ſecondo Waltero la longitudine del detto apogeo è ſtata nel principio dell' anno 1503 di $3^s . 4^\circ . 9'$, e ſecondo l' Abate de la Caille nel principio dell'an. 1750 di $3^s . 8^\circ . 38'$. Dunque in anni 247 s'è accreſciuta sì fatta longitudine di $4^\circ . 29'$; il che dà un' accreſcimento annuale di $1' . 5''$. Or eſſendoſi trovato l'accreſcimento annuale della longitudine dell'apogeo del Sole per uno degli eſpoſti confronti di $1' . 6''$, e per l'altro di $1' . 5''$; ſi può ſtabilire col Signor de la Lande di $1' . 5'' \frac{1}{2}$; e di tale miſura il prenderemo ſempre in ſeguito.

COROLLARIO.

264. Quindi eſſendo ſtata determinata dall' Abate de la Caille la longitudine dell' apogeo del Sole pel primo di Gen. del 1750

di $3^s . 8^o . 38'$; pel primo di Gen. del corrente an. 1783 ha dovuta eſſere di $3^s . 9^o . 14' . 1'' \frac{1}{2}$, e pel corrente giorno 28 di Ottobre deve eſſere di $3^s . 9^o . 14' . 55'' \frac{1}{2}$.

AVVERTIMENTO III.

265. Si noti finalmente che in avere ſtabilito l' avanzo annuale della longitudine dell' apogeo del Sole di $1', 5'' \frac{1}{2}$, non ſi deve credere andarſi avanzando realmente per riſpetto delle ſtelle fiſſe in ogni anno il luogo del detto apogeo di $1' . 5'' \frac{1}{2}$; eſſendovi nell' avanzo della detta longitudine compreſa la preceſſione degli equinozj, ch' è di $50'' \frac{1}{3}$ l' anno. Sicchè la longitudine dell' apogeo ſolare s' avanza annualmente di $1' . 5'' \frac{1}{2}$; ma il luogo dell' apogeo non ſi muove realmente in ogni anno ſecondo l' ordine de' ſegni per riſpetto delle ſtelle fiſſe, ſe non di $15'' \frac{1}{6}$.

CAP. III.

Della determinazione di qualunque equinozio medio in conſeguenza delle determinazioni già inſegnate, qualora è determinato l' equinozio vero corriſpondente.

PROBL. XI.

266. Dato un equinozio vero, determinare il medio corriſpondente in conſeguenza delle determinazioni già inſegnate.

Soluzione.

Sia da determinare l' equinozio medio di primavera d' un anno qualunque Q, di cui s' è già determinato il vero corriſpondente.

S'intenda eſſere AMPK l'orbita terreſtre, Fig.27
AP la linea degli apſidi, O il centro, OK il ſemiaſſe minore, e S il Sole; ſaranno A l' afelio della detta orbita, P il perielio, e OS l'eccentricità.

S' intenda in oltre eſſere BCDE l'eclittica, CE la comune ſezione dell' iſteſſa eclittica coll' equatore nel momento dell' equinozio vero, e la retta AP prolungata in B, e D.

e D. Saranno nel detto momento C il principio d'ariete, E il principio di libra; D il luogo dell'apogeo del Sole, B il luogo del perigeo, L il ſito della terra, ed SL la linea del moto vero dell'iſteſſa terra; e conſeguentemente l'arco BCDE dinoterà per l'iſteſſo detto momento l'anomalia vera della terra.

S'intendano di più deſcritto col diametro AP il cerchio ANPF, per L tirata FX perpendicolare ad AP, e congiunte le rette SF, OF.

Finalmente s'intendano da S tirata SI perpendicolare ad OF, ed SV, che ſia il ſito della linea del moto medio nel momento del detto equinozio vero.

1. Si determini la longitudine dell'apogeo del Sole pel tempo dell'equinozio vero. S'avrà noto l'arco CD, e conſeguentemente l'arco BE; onde noto ſi farà pure l'arco BCDE, e ſia l'anomalia vera della terra pel momento del detto equinozio vero.

2. Si metta il ſemiaſſe OA = 100000; ſaranno PS = 98319. 793, SO = 1680. 207 (§ 228), e OK = 99985. 86; e in ordine a PS, OK, e alla tangente della metà dell'anomalia vera già determinata ſi cerchi il quarto proporzionale; s'avrà con tale quarto proporzionale la tangente della metà dell'anomalia eccentrica corriſpondente (§ 236); e quindi s'avrà l'arco ANPF, e conſeguentemente s'avrà l'arco

co PF, misura dell'angolo POF.

3. Si determini col raggio OA = 100000 la quadratura del cerchio ANPF; e con trovare in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli gradi, e minuti dell' arco ANPF, e alla quadratura già determinata del cerchio ANPF il quarto proporzionale. S' avrà la quadratura del settore circolare, terminato dalli raggi OA, OF, e dall'arco ANPF.

4. Nel triangolo rettangolo SIO, nota l' ipotenusa SO, e noto l' angolo SOI; si determini il lato SI, che verrà espresso nelle parti, delle quali OA ne contiene 100000.

5. Si determini la quadratura del triangolo OSF, note già la base OF, e l' altezza SI; e tale quadratura nel supposto caso si sottragga da quella del settore terminato dalli raggi OA, OF, e dall' arco ANPF. Darà il residuo la quadratura dello spazio circolare terminato dalle rette AS, SF, e dall' arco ANPF.

6. In ordine alla quadratura dell' intero cerchio ANPF, alla quadratura dello spazio circolare terminato dalle rette AS, SF, e dall' arco ANPF, e alli gr. 360 dell' intera periferia BCDE si trovi il quarto proporzionale. S' avrà l'anomalia media BCDV, corrispondente alla vera BCDE (§ 194); e la differenza di sì fatte anomalie darà l' equazione del centro, o sia l' arco VE.

7. Finalmente si cerchi in ordine a 59'. 8'',

8″, alli gradi, e minuti dell' arco VE, ed a 24$^{or.}$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà il tempo medio, in cui la linea del moto medio si muove dal sito SV al sito SE, o per cui l' equinozio medio cercato di primavera posticipa il vero. Onde, aggiugnendo tale quarto proporzionale al tempo medio dinotante l' equinozio vero, si avrà l' equinozio medio cercato.
Ch' è ciò, che bisognava determinare.

ESEMPIO.

Il tempo medio, in cui è accaduto l' equinozio vero di primavera nel corrente anno 1783 *in Napoli è stato il gior.* 20 *di Marzo,* 6$^{or.}$. 3′. 25″. *Si cerca il tempo medio, in cui è accaduto l' equinozio medio.*

I.

La longitudine dell' apogeo del Sole nel 20 di Marzo è stata di 3$^{s.}$. 9°. 14′. 15″$\frac{1}{2}$. Sicchè CD, e conseguentemente BE = 99°. 14′. 15″$\frac{1}{2}$; onde l' anomalia vera della terra BCDE nel momento dell' equinozio vero è stata di 260°. 45′. 44″ $\frac{1}{2}$.

II.

Posto il semiasse OA = 100000, sono

PS

PS = 98319 . 793 , SO = 1680 . 207 ,
OK = 99985 . 86 . Quindi

Log. OK = 4 . 9999386
Log. tan. $\frac{1}{8}$ BCDE = 10 . 0703254

Som. = 15 . 0702640
Log. PS = 4 . 9926409 sot.

Log. tan. $\frac{1}{2}$ (ano. eccen.) = 10 . 0776231 .

Onde

$\frac{2}{8}$ *arc.* AF = 50° . 5' . 35" .

E perciò

arc. AF = 100° . 11' . 10" ,

e conſeguentemente

anom. ecc. ANPF = 259° . 48' , 50" ,
ang. POF = 79° . 48' . 50" .

III.

Eſſendoſi poſta OA = 100000 ; ſarà la quadratura del cerchio ANPF = 31410000000 ; e cercando in ordine a 360° , a 259° . 48' . 50" , e alla quadratura trovata il quarto proporzionale , ſi ha la quadratura del ſettore circolare AOFPNA . Fatto il calcolo ſi tro-

trova tale quadratura = 22668761805 . 55 .

IV.

Log. ſen. SOI = 9 . 9931003
Log. SO = 3 . 2253628

Som. = 13 . 2184630
Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SI = 3 . 2184630 .

Onde

SI = 1653 . 72 .

E perciò il triangolo OSF = 82686000 , e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASFPNA = 22586075805 . 55 .

V.

Si cerchi in ordine alla quadratura del cerchio ANPF , alla quadratura del detto ſpazio circolare ASFPNA , e ai gr. 360 il quarto proporzionale ; s'avrà l'anomalia media BCDV . Fatto il calcolo , ſi trova l'arco BCDV = 258° . 51′ . 58″ , e conſeguentemente l' equazione del centro VE = 1° . 43′ . 46″ $\frac{1}{2}$.

VI.

VI.

Si cerchi in ordine a 59'. 8", a 1^s. 43'. 46" $\frac{1}{2}$, e a 24^or. il quarto proporzionale; s'avrà il tempo medio, per cui l'equinozio medio di primavera ha posticipato il vero. Fatto il calcolo, si trova tale tempo di 1^si. 18^or. 7'. 6", che, aggiunto al tempo medio dell'equinozio vero, dà il tempo medio cercato dell'equinozio medio il 22 di Marzo: 0^or. 10'. 31".

AVVERTIMENTO.

267. Se si deve determinare l'equinozio medio d'autunno: in tale caso come M è il luogo della terra nel momento dell'equinozio; così, determinata la longitudine CD dell'apogeo del Sole conveniente al tempo dell'equinozio vero d'autunno, con sottrarre i gradi, e minuti di tale arco da due angoli retti, si ha l'angolo ASM, anomalia vera della terra pel detto momento. Il calcolo intanto procede dell'istesso modo: però nel caso dell'equinozio d'autunno all'area del settore va aggiunta quella del triangolo, e non sottratta, come nel caso dell'equinozio di primavera.

CAP.

CAP. IV.

Si definiſcono, e determinano tutte le ſpezie di anni ſolari.

DEFINIZIONE I.

268. Si chiama *anno anomaliſtico* il tempo, che ſcorre da che la terra parte dal ſuo afelio, fino a che vi ritorna, o da che il Sole appariſce eſſere nel ſuo apogeo, fino a che vi appariſce ritornato.

COROLLARIO.

269. Nell' anno anomaliſtico adunque la terra compie l' intero giro della ſua orbita, e ſcorrere conſeguentemente per tutt' i punti di eſſa. E ſebbene, durante tale tempo, la ſituazione dell' orbita terreſtre riceva certa leggiera mutazione di ſito, con rotare intorno al Sole per quanto baſta a far avanzare l' apogeo ſecondo l' ordine de' ſegni di $15''\frac{1}{6}$: nondimeno non ricevendo alterazione la figura dell' orbita, poichè gl' infiniti diverſi punti del ſuo perimetro conſervano ſempre le medeſime diſtanze dal Sole; neppure riceve alterazione l' attività della forza at-

attraente del Sole ne' medeſimi punti. E perciò, non alterandoſi l'attività della detta forza, coll' andare l'orbita terreſtre variando ſito continuamente intorno al Sole, la velocità della terra non riceve alterazione alcuna; e conſeguentemente non riceve alterazione il tempo, in cui l' iſteſſa terra compie l'intera rivoluzione per la ſua orbita. Quindi l' anno anomaliſtico ſi conſerva ſempre d' una coſtante miſura.

DEFINIZIONE II.

270. Si dice *anno ſidereo* il tempo, che ſcorre dal momento, in cui il Sole corriſponde a una ſtella, fino a quello, in cui vi torna di nuovo a corriſpondere.

COROLLARIO I.

271. Eſſendo le ſtelle fiſſe immobili nella ſfera mondana: è facile ad intendere che il Sole in partire dal corriſpondere a una ſtella, deve partire dall' apparire ſu d' un raggio dell'eclittica, tendente a tale ſtella; e in tornare a corriſpondere alla medeſima ſtella, deve tornare ad apparire ſul medeſimo raggio. Quindi l' anno ſidereo è miſurato dal tempo, che ſcorre da che il Sole appariſce ſu d' un raggio dell' eclittica, fino a che vi appariſce tornato.

COROLLARIO II.

272. Per avere il Sole una differenza di longitudine con una ſtella, deve apparire ſu d' un determinato raggio dell' eclittica; e per tornare ad avere coll' iſteſſa ſtella l' iſteſſa differenza di longitudine, deve tornare ad apparire ſul medeſimo raggio. Sicchè l' anno ſidereo ſi ha ancora dal tempo, che ſcorre, da che il Sole ha una differenza di longitudine con una ſtella, fino a che torna ad avere coll' iſteſſa ſtella la medeſima differenza di longitudine.

AVVERTIMENTO.

Fig.28 273. S' intenda eſſere AMPL l'orbita terreſtre, AP l' aſſe maggiore, e S il Sole; ſaranno A l' afelio di tale orbita, e P il perielio, e conſeguentemente P l'apogeo del Sole, e A il perigeo. S' intenda in oltre eſſere BCDE l'eclittica, ed AP prolungata in B, e D. Se in ogni rivoluzione della terra la ſua orbita reſtaſſe fiſſa nel ſuo ſito: ſiccome in partire la terra dal ſuo afelio A, ſi vedrebbe il Sole ſul raggio SD dell' eclittica; così in tornare in A, ſi vedrebbe il Sole tornato ſull' iſteſſo raggio SD. Onde l' anno ſidereo uguaglierebbe l' anno anomaliſtico. Ma perchè, durante l' anno anomaliſtico, la detta orbita dal ſito AMPL

ſi

ſi trasferiſce nel ſito IMHL ; talchè il ſuo aſſe maggiore, ch' era ſul diametro BD dell' eclittica, paſſa ſul diametro FG, che forma con BD un angoletto di $15''\frac{5}{6}$; perciò, tornata la terra nel ſuo afelio, deve il Sole apparire non ſul raggio SD, ma ſull' altro SF ; e conſeguentemente deve apparire tornato ſul raggio SD tanto tempo prima di compierſi l' anno anomaliſtico, quanto ne biſogna alla linea del moto vero per trasferirſi dal ſito SD al ſito SF.

COROLLARIO III.

274. Quindi l' anno ſidereo è minore dell' anomaliſtico, e tanto minore, quanto tempo eſige la linea del moto vero del Sole per muoverſi preſſo l' apogeo per un angolo di $15''\frac{5}{6}$. Or movendoſi la linea di moto vero nell' apogeo per $57'. 10''$ in $24^{or.}$, ſi muoverà per $15''\frac{5}{6}$ nel tempo di $6'. 22''$. Sicchè l' anno anomaliſtico eccede il ſidereo di $6'. 22''$. Per la qual coſa, determinato l' anno ſidereo, reſta determinato ancora l'anno anomaliſtico. Il come intanto s' è determinato l' anno ſidereo, ſi dirà nel ſeguente

PROBL. XII.

275. *Inſegnare il modo di determinare l'anno ſidereo.*

SOLUZIONE.

1. Da offervazioni accuratamente fatte in un luogo, e in un anno circa il Sole, e una ſtella qualunque ſi rilevino le longitudini avute da tali corpi in un iſtante di tempo; e ſi noti e la differenza di sì fatte longitudini, e 'l tempo mediò dinotante il detto iſtante.

2. Da altre offervazioni fatte nell' iſteſſo, o in diverſo luogo circa i medeſimi corpi in altro anno poſteriore, e circa i medeſimi giorni ſi vadano rilevando relativamente a più giorni le longitudini de' medeſimi corpi, finchè s' incontrino relativamente a un giorno longitudini, che danno una differenza pocó diverſa dalla rilevata dalle altre oſſervazioni.

3. Si cerchi allora coll' ajuto dell' accrecimento giornaliero, che ha in tale tempo la longitudine del Sole, il preciſo tempo medio, in cui ha dovuta la differenza delle longitudini de' due detti corpi eſſere eſattamente uguale alla differenza ricavata dalle altre offervazioni; e tale tempo medio, ridotto, ſe biſogna, alla miſura conveniente al meridiano del luogo delle prime offervazioni, ſi noti pure.

4. Finalmente ſi divida il numero de' giorni, delle ore, e de' minuti ſcorſi tra i due tempi notati, accreſciuto, o diminuito di quan-

quanto esige qualche alterazione sofferta, durante tale tempo, dalla longitudine della stella, pel numero degli anni siderei scorsi tra i medesimi tempi.

Il quoziente dà la quantità cercata dell' anno sidereo. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

CALCOLO I.

Il celebre de la Caille da osservazioni fatte in Parigi dal de la Hire ne' giorni 27, 29, e 30 di Giugno del 1684 rilevò essere stata la longitudine del Sole meno di quella di *Sirio* di 1°. 21'. 59'' nel 29 di Giugno. 0or. 2'. 50'', tempo medio a Parigi. Da osservazioni proprie fatte ne' giorni 28, e 30 di Giugno del 1751 al Capo di Buona Speranza rilevò essere stata la longitudine del Sole meno di quella di *Sirio* di 2°. 30'. 2'' nel 30 di Giugno. 0or. 2'. 56'', tempo medio al Capo, o sia nel 29 di Giugno. 22or. 58'. 41'', tempo medio a Parigi, ch' è di 1or. 4'. 15'' più occidentale del Capo.

La differenza seconda delle longitudini del Sole, e di *Sirio* eccede la prima di 1°. 8'. 3''. Onde avanzandosi la longitudine del Sole in un giorno nel 30 di Giugno di 57'. 12'', ed essendo il giorno 30 di Giugno di 24or. 00'. 12''; se in ordine a 57'. 12'', a 1°. 8'. 3'', e a 24or. 00'. 12'' si cerca

il quarto proporzionale, e tale quarto proporzionale, ch'è di 18i. 4or. 33'. 23", s'aggiugne al tempo trovato 29 Giugno, 22or, 58'. 41", si ha colla somma 1 di Luglio. 3or. 32'. 4" il tempo medio a Parigi, in cui il Sole tornò nel 1751 ad avere una longitudine meno di quella di Sirio di 1°, 21'. 59".

In oltre da più osservazioni l'istesso de la Caille ha rilevato che *Sirio* dal 1684 fino al 1751, vale a dire in *67* anni, s'è avanzato in longitudine di 1'. 3" meno di quanto avrebbe dovuto avanzarsi a tenore della quantità annua della precessione degli equinozj. Sicchè il Sole giunse nel 1751 ad avere con *Sirio* la detta differenza di longitudine tanto tempo prima del momento, in cui avrebbe dovuto giugnervi, se *Sirio* fosse stato perfettamente immobile nella sua situazione, quanto tempo esige il Sole nel 2 di Luglio ad avanzarsi in longitudine per 1'. 3". Or avanzandosi il Sole in longitudine nel 2 di Luglio in un giorno di 57'. 10", ed essendo la lunghezza del 2 di Luglio di 24or. 00'. 11", s'avanzerà di 1'. 3" nel tempo di 26'. 27". E perciò il vero tempo, in cui avrebbe dovuto il Sole tornare alla detta differenza di longitudine con *Sirio* nel 1751 relativamente al meridiano di Parigi, se *Sirio* fosse stato perfettamente immobile nella sua situazione, è 2 Luglio. 3or. 58'. 31".

Per

Per la qual coſa, eſſendo ſcorſi dal 29 Giug. 0or. 2'. 50'' del 1684 ſino al 1 Lugl. 3or. 58'. 31'' del 1751 giorni 24472. 3or. 55'. 41''; ſe tale tempo ſi divide pel numero 67 delle rivoluzioni ſiderali intanto fatte, ſi ha l' anno ſidereo di giorni 365. 6or. 8'. 53''.

CALCOLO II.

L' iſteſſo Signor de la Caille da un' oſſervazione fatta in Parigi dal de la Hire nel 21 di Dicem. del 1684 rilevò eſſere ſtata la longitudine del Sole più di quella di *Sirio* di 171°. 55'. 45'' nel 21 Dicem. 23or. 59'. 50''; e da un' oſſervazione propria fatta nel 25 di Dicembre del 1751 al Capo di Buona Speranza rilevò eſſere ſtata la longitudine del Sole più di quella di *Sirio* di 172°. 43'. 41'' nel 25 Dicem. 0°. 00'. 33'', tempo medio al Capo, o ſia nel 24 Dicem. 22or. 56'. 18'', tempo medio a Parigi.

La differenza ſeconda delle longitudini del Sole, e di *Sirio* eccede la prima di 47'. 56''. Onde, avanzandoſi la longitudine del Sole in un giorno nel 24 di Dicembre di 1°. 1'. 11'', ed eſſendo il 24 di Dicembre di 24or. 00'. 30''; ſe in ordine a 1°. 1'. 11'', a 47'. 56'', e a 24or. 00', 30'' ſi cerca il quarto proporzionale, e tale quarto proporzionale, ch'è di 18or. 48'. 17'',

ſi ſottrae dal tempo trovato 24 Dicem. 22$^{or.}$. 56′. 18″, ſi ha col reſiduo 24 Dicem. 4$^{or.}$. 8′. 1″ il tempo medio a Parigi, in cui il Sole tornò nel 1751 ad avere una longitudine di 171°. 55′. 45″ più di quella di *Sirio*. Tale tempo determinato ſi deve accreſcere, come nell' antecedente calcolo di 24′. 44″, a cagione della diminuzione di 1′. 3″ ſofferta dalla variazione di longitudine di *Sirio* dal 1684 ſino al 1751. Sicchè il vero tempo, in cui avrebbe dovuto il Sole tornare alla detta differenza di longitudine con *Sirio* nel 1751 relativamente al meridiano di Parigi, ſe *Sirio* foſſe ſtato perfettamente immobile nella ſua ſituazione, è 24 Dicem. 4$^{or.}$. 32′. 45″.

Per la qual coſa eſſendo ſcorſi dal 21 Dicem. . 23$^{or.}$. 59′. 50″ del 1684 fino al 24 Dicem: 4$^{or.}$. 32′. 45″ del 1751 giorni 24472. 4$^{or.}$. 33′. 55″; ſe tale tempo ſi divide pel numero 67 delle rivoluzioni ſiderali intanto fatte, ſi ha l' anno ſidereo di giorni 365. 6$^{or.}$. 9′. 27″.

COROLLARIO I.

276. Eſſendoſi l' anno ſidereo trovato col primo calcolo di gior. 365. 6$^{or.}$. 8′. 53″, e col calcolo ſecondo di gior. 365. 6^{or}. 9′. 27″; ſi può tale anno ſicuramente ſtabilire col Signor de la Caille di gior. 365. 6$^{or.}$. 9′. 10″.

CO-

COROLLARIO II.

277. Eccedendo in oltre l'anno anomaliſtico di 6'. 22" l'anno ſidereo (§ 274); ſarà l'anno anomaliſtico di gior. 365. 6ore. 15'. 32".

DEFINIZIONE III.

278. Si chiama *anno tropico* il tempo, che ſcorre tra due equinozj ſuſſecutivi, tutti e due di primavera, o tutti e due d'autunno, o pure tra due ſolſtizj ſuſſecutivi, tutti e due di ſtate, o tutti e due d'inverno; ovvero che ſcorre da che il Sole parte da qualunque grado di longitudine, fino a che ritorna al medeſimo grado di longitudine.

AVVERTIMENTO I.

279. Contraſſegnino EC l'interſecazione dell'eclittica coll'equatore, C il principio d'ariete, ed E il principio di libra. Quando la terra giugne in L, il Sole appariſce ſul raggio SC, ed accade l'equinozio di primavera. Se in una rivoluzione annua della terra la ſua orbita reſtaſſe immobile nel ſuo ſito, e neppure variaſſe ſito la comune ſezione EC dell'eclittica coll'equatore; tornata la terra in L, accaderebbe di nuovo l'equino- Fig. 28

zio di primavera, e ſi vedrebbe il Sole tornato ſull' iſteſſo raggio SC dell' eclittica: onde l' anno tropico uguaglierebbe e l' anno ſidereo, e l' anno anomaliſtico. Se poi mutaſſe ſito ſolamente l' orbita terreſtre, e reſtaſſe coſtante l' interſecazione EC dell'eclittica coll' equatore; in tale caſo l' anno tropico uguaglierebbe ſolamente il ſidereo, e non già l' anomaliſtico. Ma retrocedendo i punti equinoziali in ogni rivoluzione della terra per la ſua orbita di $50'' \frac{1}{3}$; quando torna ad accadere il detto equinozio, il Sole deve apparire in un raggio dell'eclittica, che forma con SC un angolo di $50'' \frac{1}{3}$. Per tale angolo adunque ſi deve muovere la linea del moto vero, accaduto di nuovo l' equinozio, perchè ſi compiſca l' anno ſidereo,

COROLLARIO I.

280. Quindi l' anno tropico è tanto minore del ſidereo, quanto tempo eſige la linea del moto vero in muoverſi per un angolo di $50'' \frac{1}{3}$, tornata nella fine della rivoluzione all' interſecazione dell' eclittica coll' equatore. E perchè sì fatta interſecazione ſi trova corriſpondere ora a un ſito dell' orbita, e ora a un altro; perciò la linea del moto vero in muoverſi per l' angolo di $50'' \frac{1}{3}$, acciò ſi compiſca l' anno ſidereo, non è ſempre dell' iſteſſa velocità. Quindi non è ſempre dell' iſteſſa miſura il tem-

tempo da togliere dall' anno ſidereo, per avere l' anno tropico. Per la qual coſa l' anno tropico non ha coſtante miſura.

AVVERTIMENTO II.

281. Si noti ch' eſſendo ſtata la longitudine dell' apogeo del Sole nel dì primo di Gennaro del corrente anno 1783 di 3^s. 9°. $14'$. $1''\frac{1}{2}$, o ſia di $357241''\frac{1}{2}$, ed eſſendo il moto annuo di tale apogeo di $65''\frac{1}{2}$ per riſpetto del punto equinoziale di primavera; ſe ſi dividono i $357241''\frac{1}{2}$ per gli $65''\frac{1}{2}$, il quoziente 5454 dinota che nell' anno 5454 avanti il corrente, o ſia nell' anno 3672 avanti G. C. ha dovuto il detto apogeo corriſpondere al punto equinoziale di primavera. Similmente ſi trova aver dovuto l' iſteſſo apogeo corriſpondere al punto ſolſtiziale di ſtate nell' anno 1274, e che corriſponderà al punto equinoziale d' autunno nell' anno 6220.

COROLLARIO II.

282. Eſige dunque l' apogeo del Sole anni 4946, perchè ſi variaſſe la ſua longitudine di 90°, e conſeguentemente anni 9892, perchè ſi variaſſe di gr. 180, e anni 19784, perchè ſi variaſſe dell' intera periferia. E perciò, avendo tale apogeo corriſpoſto al punto equinoziale di primavera nell' anno

3672 avanti G. C., e al punto ſolſtiziale di ſtate nell' anno 1274, e dovendo corriſpondere al punto equinoziale d' autunno nell' anno 6220; tornerà a corriſpondere al punto equinoziale di primavera nell' anno 16112, al punto ſolſtiziale di ſtate nell'anno 21058, e al punto equinoziale d' autunno nell' anno 26004.

COROLLARIO III.

203. In oltre la linea del moto vero del Sole, o per meglio dire della terra, per compiere l'anno ſidereo, s'è dovuta muovere per un angolo di $50''\frac{1}{3}$ preſſo al punto A, dove è della minima velocità, terminato l'anno tropico 3672 avanti G.C., computato da equinozio ad equinozio di primavera; terminato l'anno appreſſo, s'è dovuta muovere da un punto dell' arco AL alquanto diſtante da A, dove la ſua velocità è alquanto maggiore; terminato l'altr' anno appreſſo, s'è dovuta muovere da un punto dell' iſteſſo arco AL maggiormente diſtante da A, dove la ſua velocità è ulteriormente maggiore; e così procedendo innanzi fino all' anno 6220, quando ſi dovrà muovere da un punto, che ſarà preſſo il punto P, dove la ſua velocità è maſſima. Sicchè il tempo da togliere dall' anno ſidereo, per avere il tropico, è maſſimo per l'anno 3672 avanti G. C., è minimo per l'anno 6220, e per

e per gli anni ſucceſſivi tra eſſi ſi va ſucceſſivamente diminuendo dal maſſimo al minimo.

COROLLARIO IV.

284. Quindi l' anno tropico 3672 avanti G. C. ha dovuto eſſere della minima miſura; l' anno tropico 6220 ſarà della miſura maſſima; e gli altri tra eſſi hanno dovuto eſſere, e ſeguiranno ad eſſere ſucceſſivamente creſcenti dalla miſura minima alla maſſima, ſuppoſto però l' anno computato ſempre da equinozio ad equinozio di primavera.

AVVERTIMENTO III.

285. Si noti che il contrario accaderà dall' anno 6220 fino all' anno 16112, dovendo, durante tale tempo, l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio di primavera andare continuamente ſcemando dalla miſura maſſima alla minima.

AVVERTIMENTO IV.

286. Si noti pure che ciò, che s' è detto dell' anno tropico, computato da equinozio ad equinozio di primavera, è l' oppoſto di ciò, che deve dirſi dell' anno tropico, computato da equinozio ad equinozio

d'

d' autunno . Tale anno tropico ha dovuto essere della massima misura nell' anno 3672 avanti G. C. ; sarà della misura minima nell' anno 6220; e gli altri tra essi hanno dovuto essere, e seguiranno ad essere successivamente decrescenti dalla misura massima alla minima . Di più l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio di primavera dall' anno 3672 avanti G. C. fino all' anno 1274 ha dovuto sempre essere minore del computato da equinozio ad equinozio d' autunno, e la disuguaglianza ha dovuta procedere sempre scemando . L' anno tropico 1274 ha dovuto essere dell' istessa misura e computato da equinozio ad equinozio di primavera , e computato da equinozio ad equinozio d' autunno , perchè in tale anno l' apogeo del Sole è stato corrispondente al punto solstiziale di state (§ 281) ; vale a dire corrispondente al punto distante dagli equinoziali di gr. 90 , e conseguentemente la terra è stata in ambidue gli equinozj all' istessa distanza dal detto apogeo . Finalmente dal 1274 fino al 6220 l' anno tropico, computato da equinozio ad equinozio di primavera, è stato, e seguirà ad essere sempre maggiore del computato da equinozio ad equinozio d' autunno ; e la disuguaglianza è andata, e seguirà ad andare sempre crescendo , finchè nell' anno 6220 l' uno diverrà della massima, e l' altro della minima misura .

AV-

AVVERTIMENTO V.

287. Da quanto s' è detto facilmente ſi rileva che ſe d' un anno tropico ſe ne fanno due miſure, una con determinare il tempo, che ſcorre da che il Sole parte da qualunque longitudine A, fino a che vi ritorna, e l' altra con determinare il tempo, che ſcorre da che l' iſteſſo Sole parte da qualſiſia altra longitudine B, fino a che ritorna alla medeſima; tali due miſure dell' anno tropico debbono avere qualche differenza tra eſſe; purchè i punti dell' eclittica, a' quali appartengono le longitudini A, e B, non ſieno ad uguali diſtanze da quello, a cui ſi trova corriſpondere l' apogeo ſolare: e tale differenza di miſure deve eſſere maggiore, o minore, ſecondochè maggiore, o minore è la diſuguaglianza delle differenze, che hanno le longitudini A, e B colla longitudine del detto apogeo: anzi l' anno tropico determinato relativamente alla longitudine A è di minore, o di maggiore grandezza del determinato relativamente alla longitudine B, ſecondochè la differenza della longitudine A, e della longitudine dell' apogeo ſolare è minore, o maggiore di quella della longitudine dell' iſteſſo apogeo, e della longitudine B: e di più l' anno tropico determinato relativamente alla longitudine A è della minima mi-

misura, se la longitudine A è l' istessa di quella del detto apogeo; ed è della massima, se la longitudine A è l' istessa di quella del perigeo.

PROBL. XIII.

288. *Determinare la lunghezza dell' anno tropico e della minima, e della massima misura.*

SOLUZIONE.

Movendosi in 24$^{or.}$ la linea di moto vero nell' afelio della terra, e per conseguenza nell' apogeo del Sole per 57$'$. 10$''$, e nel perielio della terra, e conseguentemente nel perigeo del Sole per 1°. 1$'$. 12$''$; si muoverà per 50$''\frac{1}{3}$ nel tempo di 21$'$. 7$''$ nel detto afelio, e di 19$'$. 44$''$ nel detto perielio. Onde l' anno sidereo eccede il tropico di 21$'$. 7$''$, quando il tropico è della minima misura, e di 19$'$. 44$''$, quando è della misura massima. E perciò, essendosi determinato l' anno sidereo di gior: 365. 6$^{or.}$. 9$'$. 10$''$, sarà l' anno tropico della minima misura di gior. 365. 5$^{or.}$. 48$'$. 3$''$, e della misura massima di gior. 365. 5$^{or.}$. 49$'$. 26$''$. Ch' è quanto bisognava determinare.

CO-

COROLLARIO I.

289. Differiſce adunque l' anno tropico della miſura minima dall' anno tropico della miſura maſſima di 1'. 23".

COROLLARIO II.

290. Quindi ne derivano le ſeguenti conſeguenze. 1. Che in ogni rivoluzione annua della terra l' anno tropico computato da che il Sole parte da una longitudine uguale a quella del ſuo apogeo, fino a che ritorna all' iſteſſa longitudine, differiſce di 1'. 23" dall' anno tropico computato da che il Sole parte dall' altra longitudine uguale a quella del ſuo perigeo, fino a che ritorna alla medeſima longitudine. 2. Che in ogni rivoluzione annua della terra le miſure dell' anno tropico, computate relativamente a due longitudini diverſe del Sole, non poſſono avere differenza maggiore di 1'. 23". 3. Che l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio di primavera dal 3672 avanti G. C., in cui è ſtato della minima miſura, è andato ſempre creſcendo, e ſeguirà ſucceſſivamente a creſcere fino al 6220, in cui diverrà della miſura maſſima, e tutto l'accreſcimento in 9892 anni giugnerà a 1'. 23". 4. Finalmente che l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio d' au-

autunno dal 3672 avanti G. C., in cui è ſtato della miſura maſſima, è andato ſempre diminuendoſi, e ſeguirà ſucceſſivamente ad andarſi diminuendo fino al 6220, in cui ſarà della miſura minima, e tutta la diminuzione in anni 9892 giugnerà pure a 1'. 23''.

AVVERTIMENTO I.

291. Si noti che l'anno tropico, computato da equinozio ad equinozio o di primavera, o d'autunno, il quale ſi va nel periodo di anni 9892 variando dalla miſura minima alla maſſima, o dalla maſſima alla minima, e variando sì lentamente, ch' eſſendo la variazione in tutta l'eſtenſione del periodo di 1'. 23'', appena giugne ad 1'' in anni 119, ſe ſi prenda coſtantemente d'una miſura mezzana tra la minima di $365^{gi}.\ 5^{or}.\ 48'.\ 3''$, e la maſſima di $365^{gi}.\ 5^{or}.\ 49'.\ 26''$, vale a dire di $365^{gi}.\ 3^{or}.\ 48'.\ 44''\ \frac{1}{2}$, ſi ha l'anno tropico, chiamato dagli Aſtronomi *anno tropico medio*. Di tale anno fanno uſo gli Aſtronomi nelle determinazioni de' moti ſolari, come anno di coſtante miſura; come anno, che non ci allontana mai dalla miſura del corrente, ſe non di aſſai poco; e come anno, che alla fine d'ognuno de' detti periodi ſi trova aver miſurato l'iſteſſo tempo, ch' è ſtato miſurato dagli anni tropici diſu-

gua-

guali, che il compongono.

COROLLARIO III.

292. Quindi poſſiamo ſicuramente fiſſare le miſure degli anni ſolari, cioè dell' anno anomaliſtico di gior. 365. 6or. 15'. 32", dell' anno ſidereo di gior. 365. 6or. 9', 10", e dell' anno tropico medio di gior. 365. 5or. 48'. 44" ½.

AVVERTIMENTO II.

293. So che gli Aſtronomi comunemente, non ben ſviluppata la teorica delle variazioni della miſura dell' anno tropico, e del periodo di eſſe, ſi ſono ingegnati di determinare la lunghezza dell' anno tropico medio coll'ajuto delle determinazioni di due equinozj, tutti e due di primavera, o tutti e due d' autunno, fatti in anni rimoti l' uno dall' altro, e con dividere il numero de' giorni, delle ore, e de' minuti ſcorſi tra tali equinozj pel numero degli anni ſcorſi tra i medeſimi equinozj. Le determinazioni dell' anno tropico medio in tal modo eſeguite, ſono riuſcite quale più, e quale meno approſſimanti alla vera, ſecondochè più, o meno eſattezza hanno avute le determinazioni degli equinozj, de' quali ſi ſono avvaluti. Però anche la determinazione più approſſimante alla vera ha dovuto avere qual-

qualche difetto ; non eſſendo ſtata compreſa nel numero degli anni adoperati tutta l' intera variazione , alla quale è ſoggetto l' anno tropico in ognuno de' detti periodi di variazioni .

AVVERTIMENTO III.

294. So ancora che alcuni Aſtronomi, per determinare l' anno tropico medio dell' iſteſſo modo, ma con maggiore eſattezza, ſono ricorſi agli equinozj non veri , ma medii ; ſenza badare che la differenza del tempo corſo tra due rimotiſſimi equinozj veri da quello corſo tra i due corriſpondenti equinozj medii , diviſa pel gran numero degli anni ſcorſi tra i medeſimi equinozj , non può dare una quantità ſenſibile . Onde la quantità dell' anno tropico medio , che riſulta ſecondo il detto modo , facendo uſo degli equinozj medii, non può avere differenza ſenſibile da quella , che riſulta facendo uſo degli equinozj veri .

AVVERTIMENTO IV.

295. Si noti di vantaggio ch' eſſendo nel corrente anno 1783. l' avanzo giornaliero della longitudine del Sole nell' equinozio di primavera di 59' . 28" , e nell' equinozio d' autunno di 58' . 50" ; ſi muoverà il Sole per $50''\frac{1}{3}$ nell' equinozio di primavera nel

nel tempo di 20'. 18", e nell' equinozio d' autunno nel tempo di 20'. 31". Or essendo l'anno sidereo di gior. 365. 6or.. 9'. 10", deve essere l'anno tropico corrente di gior. 365. 5or.. 48'. 52", computandosi da equinozio ad equinozio di primavera, e di gior. 365. 5or.. 48'. 39", computandosi da equinozio ad equinozio d' autunno. Sicchè l'anno tropico corrente, computato da equinozio ad equinozio di primavera, eccede l' anno tropico medio di $7''\frac{1}{2}$, e computato da equinozio ad equinozio d' autunno manca dall' anno tropico medio di $5''\frac{1}{2}$.

AVVERTIMENTO V.

296. Si noti pure ch' essendo l'anno tropico medio di gior. 365. 5or.. 48'. $44''\frac{1}{2}$, e 'l moto in longitudine del Sole in tale spazio di tempo di 360° — $50''\frac{1}{3}$; sarà il moto medio del Sole in longitudine per un giorno medio, o sia per 24or. medie di 59'. 8". 11"', e per un anno civile comune di 365 giorni di 11s. 29°. 44'. 53".

AVVERTIMENTO VI.

297. Si noti ancora che nelle tavole inserite dal Signor de la Lande nella sua Astronomia viene preso il moto medio in longitudine del Sole per un giorno di 59'. 8". 3, e per un anno di 365 giorni di

$11^s \cdot 29^o \cdot 45', 40'' \cdot 5$; perchè non s' è tenuto conto che la linea di moto medio nell' anno tropico medio si muove non per l' intera periferia dell' eclittica, ma per l' intera periferia diminuita di $50'' \frac{1}{3}$, a cagione della precessione annua degli equinozj. Quindi è che il moto medio secolare in longitudine del Sole secondo le dette tavole, siccome si ha prendendo 100 volte il moto medio d' un anno di $11^s \cdot 29^o \cdot 45' \cdot 40'' \cdot 5$, e aggiugnendovi 25 volte il moto medio d' un giorno di $59' \cdot 8'', 3$, per gli 25 anni bisestili, che racchiude un secolo, così risulta, toltene le intere periferie, di $45' \cdot 55'' \cdot 6$. Secondo il nostro computo però risulta di $11^s \cdot 29^o \cdot 26' \cdot 44'' \, 35'''$, vale a dire di $1^o \cdot 19' \cdot 11''$ meno.

AVVERTIMENTO VII.

298. Si noti finalmente che dall' anno tropico, ridotto alla sua giusta misura, ci avvaliamo e negli usi della vita civile, e ne' computi astronomici, essendo il solo, che non va col suo principio vagando per le diverse stagioni.

CAP.

CAP. V.

Dell' Epoche, o ſieno Radici della longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell' apogeo ſolare; de' modi di determinarle, e degli uſi delle medeſime.

DEFINIZIONE I.

299. Si chiama *epoca*, o *radice* delle longitudini medie del Sole quella longitudine media determinata per un aſſignato tempo medio relativamente al meridiano di qualche luogo, la quale ſi ſtabiliſce per procedere da eſſa alla determinazione della longitudine media, conveniente al Sole in qualunque altro tempo medio.

DEFINIZIONE II.

300. Si chiama ſimilmente *epoca*, o *radice* delle longitudini dell' apogeo ſolare quella longitudine determinata per un aſſignato tempo medio relativamente al meridiano di qualche luogo, la quale ſi ſtabiliſce per procedere da eſſa alla determinazione della longitu-

gitudine conveniente all' apogeo ſolare in qualunque altro tempo medio.

AVVERTIMENTO I.

301. Si noti che relativamente all' apogeo s' è detto ſemplicemente longitudine, ſenza ſpecificare la media, o la vera; perchè per riſpetto dell' apogeo tali due longitudini s' uniſcono inſieme.

AVVERTIMENTO II.

302. Gli Aſtronomi, per la facile calcolazione delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell' apogeo ſolare, hanno coſtrutte delle tavole, nelle quali ſi trovano ordinatamente notati tutt' i giorni dell' anno colla diſtinzione de' meſi, e notati in corriſpondenza di ciaſcun giorno in colonne diſtinte e l' avanzo fatto dalla longitudine media del Sole, e l' avanzo fatto dalla longitudine dell' apogeo dal mezzodì medio, da cui s' incomincia l' anno, fino al mezzodì medio del giorno, a cui ſi trovano corriſpondere. E acciocchè tali tavole poteſſero ſervire e per gli anni comuni, e per gli anni biſeſtili; eſſendo i biſeſtili d' un giorno più lungo de' comuni, s' è in eſſe tavole ſuppoſto incominciare ogni anno biſeſtile dal mezzodì medio del primo di Gennaro, e ogni anno comune dal mezzodì medio del gior-

giorno innanzi, vale a dire dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno avanti: motivo per cui nelle dette tavole per gli due primi mesi, Gennaro, e Febraro vanno notati i giorni in due serie verticali distinte, una per gli anni bisestili, e l' altra per gli anni comuni; e và disposta la prima coll' anticipazione d' un giorno per rispetto della seconda; acciò i detti avanzi di longitudini, notati in corrispondenza de' giorni degli anni comuni, possano corrispondere ad altri tanti giorni degli anni bisestili. E' d' avvertire intanto che nell' uso di sì fatte tavole, siccome per determinare coll' ajuto di esse per esempio la longitudine media del Sole pel mezzodì del 7 di Maggio di qualsisia anno A, conviene aggiugnere l' avanzo di longitudine, che nelle tavole si trova notato in corrispondenza del detto giorno, alla longitudine media del Sole pel mezzodì medio, da cui si suppone nelle medesime tavole incominciato l' anno A; così conviene che sia già prima determinata la longitudine media del Sole pel mezzodì medio, da cui l' anno A si suppone incominciato; e tale mezzodì deve esser quello del primo di Gennaro, se l' anno A è bisestile, o quello dell' ultimo di Dicembre dell' anno avanti, se A è anno comune.

COROLLARIO.

303. L' epoche adunque delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell'apogeo ſolare ſi debbono determinare relativamente a ogni anno pel mezzodì medio di qualche luogo, e mezzodì, da cui ogni anno medio nelle dette tavole ſi ſuppone incominciare. Onde quando in ſeguito ſi dirà *epoca delle longitudini medie del Sole*, o *epoca delle longitudini dell' apogeo ſolare* per l' anno 1750 per eſempio a Napoli, intenderemo la longitudine media del Sole, o la longitudine dell' apogeo ſolare pel mezzodì medio a Napoli, da cui ſi ſuppone nelle tavole aſtronomiche il detto anno incominciato, vale a dire pel mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre del 1749.

AVVERTIMENTO III.

304. Qui in ſeguito ſi vedrà che, determinate le dette epoche per un anno qualunque, con facilità ſi determinano per qualunque altro anno poſteriore, o anteriore ad eſſo. Procediamo intanto al

PROBL. XIV.

305. *Determinare l' epoca, o ſia radice delle longitudini dell' apogeo ſolare per un anno qualunque.*

So-

Soluzione.

Sia da dererminare l' epoca delle longitudini dell' apogeo ſolare per l' anno corrente 1783.

Si determini il luogo dell' apogeo ſolare del modo già inſegnato nel § 248 pel detto anno. Si ſupponga già determinato di $3^s.\ 9^o.\ 14'.\ 47''$ pel 22 d' Agoſto. Or dal mezzodì dell' ultimo di Dicembre del 1782 fino al mezzodì del 22 d' Agoſto del 1783 ſono ſcorſi giorni 235. Dunque, avanzandoſi l' apogeo ſolare in un anno di $65''\frac{1}{2}$, in giorni 235 l' avanzo dell' iſteſſo apogeo ha dovuto eſſere di $42''$. E perciò il luogo dell' apogeo ſolare nel mezzodì medio dell' ultimo di Dicemb. del 1782, o ſia l' epoca delle longitudini dell' apogeo ſolare pel corrente anno 1783 ha dovuta eſſere di $3^s.\ 9^o.\ 14'.\ 5''$.

Ch' è ciò, che biſognava determinare.

COROLLARIO.

306. Avanzandoſi l' apogeo ſolare di $1'.\ 5''\frac{1}{2}$ in un anno; ſe dall' epoca pel 1783 ſi toglie $1'.\ 5''\frac{1}{2}$, ſi ha l' epoca delle longitudini dell' apogeo ſolare per l' anno 1782 di $3^s.\ 9^o.\ 12'.\ 59''\frac{1}{2}$. Se all' iſteſſa epoca del 1783 s' aggiugne $1'.\ 5''\frac{1}{2}$, ſi ha l' epoca pure delle longitudini dell' apogeo

ſolare per l'anno 1784 di $3^s . 9^o . 15' . 10'' \frac{1}{2}$. Dell'iſteſſo modo ſi poſſono determinare l'epoche delle longitudini dell'apogeo ſolare per quanti altri anni ſi vogliono, e anteriori, e poſteriori all'anno corrente 1783.

AVVERTIMENTO.

307. Nelle tavole aſtronomiche, che vanno nell'Aſtronomia del Signor de la Lande, ſi trovano tutte l'epoche delle longitudini dell'apogeo ſolare notate da 100 in 100 anni dall'anno giuliano 800 avanti G. C. fino all'anno zero, e dall'anno zero fino all'anno giuliano 1500; da 20 in 20 anni dall'anno gregoriano 1600 fino al 1700; e da anno in anno dal 1700 fino all'anno 1800. Nelle medeſime tavole ſi trovano regiſtrati in corriſpondenza de' giorni di ciaſcun anno gli avanzi, che fa il detto apogeo dal principio dell'anno fino alli medeſimi giorni. Quindi coll'ajuto di sì fatte tavole, ſe ſi vuole determinare quale ſarà la longitudine dell'apogeo ſolare nel 21 di Luglio del 1788 per eſempio, baſta all'epoca delle longitudini dell'apogeo dell'anno 1788, ch'è nelle tavole di $3^s . 9^o . 19' . 33''$, aggiugnere $36'' . 3$, che ſi trovano notati pure nelle tavole in corriſpondenza del 21 di Luglio, come avanzo, che fa il detto apogeo dal principio d'ogni anno fino

no al detto giorno; che la ſomma $3^s . 9^o . 20' . 9'' . 3$ dà la longitudine dell' apogeo ſolare cercata.

PROBL. XV.

308. *Inſegnare il modo di determinare l'epoca, o ſia radice delle longitudini medie del Sole per un anno qualunque.*

SOLUZIONE.

Sia da determinare l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno A.

1. Si ſcelga una declinazione, o aſcenſione retta del Sole con eſattezza determinata nell' anno A in conſeguenza d' oſſervazioni diligentemente fatte; e ſia T il tempo vero, in cui ha avuto il Sole tale declinazione, o aſcenſione retta nel detto anno.

2. Dalla declinazione, o aſcenſione retta determinata ſi rilevi la longitudine vera del Sole; e 'l tempo vero T ſi riduca in tempo medio: e tale tempo ſi dica per chiarezza M.

3. Si determini la longitudine dell' apogeo ſolare pel tempo medio M, e ſi ſottragga dalla longitudine vera conveniente del Sole nell' iſteſſo tempo M. S' avrà l'anomalia vera del Sole pel medeſimo tempo M.

4. Da tale anomalia vera ſi rilevi prima l' ano-

l'anomalia eccentrica, e poscia la media secondo i modi antecedentemente insegnati; e a sì fatta anomalia media s' aggiunga la longitudine dell' apogeo pel tempo M. S' avrà la longitudine media del Sole pel medesimo tempo medio M.

5. Si determini il tempo medio scorso fino a quello, che dinota M, dal mezzodì medio del primo di Gennaro dell' anno A, se tale anno è bisestile, o dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno avanti, se è anno comune; e si rilevi l' avanzo fatto dalla longitudine media del Sole, durante tale intervallo di tempo.

6. Finalmente sì fatto avanzo di longitudine media si sottragga dalla longitudine media del Sole determinata pel tempo M. Il residuo darà l' epoca cercata dalle longitudini medie del Sole per l' anno A.
Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

309. Si noti che se per l' anno A si determina l' equinozio medio di primavera, e si determina altresì l' avanzo fatto dalla longitudine media del Sole dal mezzodì medio, da cui va principiato l' anno A, fino al detto equinozio; con sottrarre tale avanzo dalli gr. 360, si ha pure l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno A.

AV-

AVVERTIMENTO II.

310. Si noti pure che col metodo indicato nel § *prec.* fu determinata l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 di $9^s . 10^o . 0o' . 43'' . 4$, ſecondo ſi trova nelle tavole aſtronomiche, che vanno nell' Aſtronomia del Signor de la Lande. Stabilita intanto tale epoca, veggiamo come da eſſa ſe ne poſſono ricavare quante altre ſe ne vogliono, ſuppoſto il moto medio in longitudine del Sole quale viene ſuppoſto nelle dette tavole, cioè di $11^s . 29^o . 45' . 40'' . 5$ per un' anno comune, o ſia per giorni 365, di $0^s . 0^o . 44' . 48'' . 8$ per un' anno biſeſtile, o ſia per 366 giorni, e di $0^s . 0^o . 45' . 55'' . 6$ per un ſecolo.

PROBL. XVI.

311. *Inſegnare il modo, ſtabilita l' epoca delle longitudini medie del Sole per un anno qualunque A, di determinare l' epoca per qualunque altro anno B, poſteriore ad A.*

Soluzione.

Principiandoſi ogni anno comune dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno precedente, e ogni anno biſeſtile dal mezzodì medio del primo di Gennaro dell'

dell' istesso anno: è facile ad intendere che l' intervallo tra i principj di due anni susseguenti è di giorni 365, se i due anni sono o ambidue comuni, o il primo è bisestile, e 'l secondo comune; ed è di giorni 366, se il primo è comune, e 'l secondo bisestile. Quindi se dall'anno A inclusivamente fino all' anno B v' è un numero P d' anni non seguiti immediatamente da bisestili, e un numero Q d' anni immediatamente seguiti da bisestili; per avere l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno B, basta all' epoca per l' anno A aggiugnere due prodotti, se bisogna, uno che nasce moltiplicando per P il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, e l' altro, che si ha moltiplicando per Q il moto medio in longitudine del Sole per giorni 366; e sarà l' epoca la somma, che s' avrà, tralasciate le intere periferie. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

ESEMPIO I.

Sia dall' epoca $9^s.\ 10^o.\ 00'.\ 43''.4$ *delle longitudini medie del Sole per l' anno* 1750 *da ricavarne quella pel* 1751.

Essendo l' anno 1751 comune, saranno in tale caso P = 1, Q = 0. Sicchè

Epoca pel
1750..... $9^s.\ 10^o.\ 00'.\ 43''.4$

Mo-

Moto med.
del ☉ per
365 gior. ... 11ˢ. 29°. 45'. 40''. 5 agg.

Epoca pel
1751 ..... 9ˢ. 9°. 46'. 23''. 9

ESEMPIO II.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 *da ricavarne quella pel* 1752.

Essendo l'anno 1752 bisestile, saranno in tale caso P = 1, Q = 1. Sicchè

Epoca pel
1750 ..... 9ˢ. 10°. 00'. 43''. 4
Moto med.
del ☉ per
365 gior. .... 11ˢ. 29°. 45'. 40''. 5 } agg.
Moto med.
del ☉ per
366 gior. ... 0ˢ. 0°. 44'. 48''. 8

Epoca pel
1752 ..... 9ˢ. 10°. 31'. 12''. 7

ESEMPIO III.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 *da ricavarne quella per l' anno corrente* 1783.

Dall'

Dall' anno 1750 inclusivamente fino all' anno 1783 vi sono anni 33, de' quali 8 sono immediatamente seguiti da bisestili, e i rimanenti 25 no. Sicchè in sì fatto caso sono P=25, Q=8. Or il moto medio in longitudine del Sole per 365 giorni, moltiplicato per 25, dà, toltene le intere periferie, 11ˢ. 24°. 1′. 52″.5, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 8, dà 5°, 58′. 30″. 4. Sicchè

Epoca pel 1750.....	9ˢ.	10°.	00′.	43″. 4	
	11.	24.	1.	52. 5	agg.
	0.	5.	58.	30. 4	agg.
Epoca pel 1783.....	9ˢ.	10°.	1′.	6″. 3	

ESEMPIO IV.

Sia dall' epoca 9ˢ. 10°. 31′. 12″. 7 *delle longitudini medie del Sole per l' anno* 1752 *da ricavarne quella per l' anno* 1784.

Dall' anno 1752 inclusivamente fino all' anno 1784 vi sono anni 32, de' quali 8 sono immediatamente seguiti da bisestili, e i rimanenti 24 no. Sicchè in tale altro caso sono P=24, e Q=8. Or il moto medio in longitudine del Sole per 365 giorni, moltiplicato per 24, dà, toltene le perifo-

ſerie intere, $11^{s}.\ 24^{o}.\ 16'.\ 12''$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 8, dà $5^{o}.\ 58'.\ 30''.\ 4$. Siechè

Epoca pel
1752..... $9^{s}.\ 10^{o}.\ 31'.\ 12''.\ 7$
$11\ .\ 24\ .\ 16\ .\ 12$
$5\ .\ 58\ .\ 30\ .\ 4$

Epoca pel
1784..... $9^{s}.\ 10^{o}.\ 45'.\ 55''$.

PROBL. XVII.

312. *Inſegnare il modo, ſtabilita l' epoca delle longitudini medie del Sole per un anno qualunque A, di determinare l' epoca per qualunque altro anno B, anteriore ad A.*

SOLUZIONE.

Principiandoſi ogni anno comune dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno precedente, e ogni anno biſeſtile dal mezzodì medio del primo di Gennaro dell' iſteſſo anno: è facile ad intendere che l' intervallo tra i principj di due anni ſuſſecutivi, preſi in ordine retrogrado, è di giorni 365, ſe i due anni ſono o ambidue comuni, o il primo è comune, e 'l ſecondo è bi-

biſeſtile; ed è di giorni 366, ſe il primo è biſeſtile, e 'l ſecondo comune. Quindi ſe dall' anno A eſcluſivamente fino all' anno B incluſivamente, procedendo ſempre in ordine retrogrado, v' è un numero P d' anni non preceduti immediatamente da biſeſtili, e un numero Q d' anni immediatamente preceduti da biſeſtili; per avere l'epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno B, baſta dall' epoca dell' anno A togliere due prodotti, ſe biſogna, uno, che naſce moltiplicando per P il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, e l' altro, che ſi ha moltiplicando per Q il moto medio del Sole per giorni 366; e ſarà l'epoca il reſiduo, che s'avrà, ſupplendo, quando il biſogno l' eſigerà, al difetto del numero, da cui ſi ſottrarrà, con aggiugnervi coſtantemente 12^s. Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

ESEMPIO I.

Sia dall' epoca $9^s.\ 10^\circ.\ 00'.\ 43''.\ 4$ *delle longitudini medie del Sole per l' anno* 1750 *da ricavarne quella pel* 1749.

Eſſendo l'anno 1750 comune, ſaranno in tale caſo P=1, e Q=0. Sicchè

Epoca pel
1750..... $9^s.\ 10^\circ.\ 00'.\ 43''.\ 4$

Mo-

Moto med.
del ☉ per
gior. 365 .... 11 . 29 . 45 . 40 . 5 ſott.

Epoca pel
1749 ..... 9ˢ . 10° . 15′ . 2″ . 9 .

ESEMPIO II.

Sia dall'epoca delle longitudini medie del Sole per l'anno 1750 *da ricavarne quella pel* 1747.

Dall' anno 1750 eſcluſivamente fino al 1747 incluſivamente vi ſono anni 3 , de' quali uno è preceduto da un biſeſtile , e i due altri no. Sicchè in tal caſo ſono P=2, e Q=1 . Or il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365 , moltiplicato per 2, dà , toltane l' intera periferia, 11ˢ . 29° . 31′ . 21″, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366 è di 44′ . 48″ . 8 . Sicchè

11ˢ . 29° . 31′ . 21″
44′ . 48 . 8

Som. 0ˢ . 00° . 16′ . 9″ . 8 .

E perciò

Epoca pel
1750 ....., 9ˢ . 10° . 00′ . 43″ . 4
0 . 00 . 16 . 9 . 8 ſott.

Epoca pel
1747 ..... 9ˢ . 9° . 44′ . 33″ . 6 .

ESEMPIO III.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 *da ricavarne quella pel* 1700.

Dall' anno 1750 esclusivamente fino all' anno 1700 inclusivamente vi sono anni 50, de' quali 12 sono preceduti da bisestili, e i rimanenti 38 no. Onde in tale altro caso sono P = 38, e Q = 12. Or il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, moltiplicato per 38, dà, toltene le periferie intere, $11^s.\ 20^\circ.\ 55'.\ 39''$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 12, dà $8^\circ.\ 57'.\ 45''.\ 6$. Sicchè

$11^s.\ 20^\circ.\ 55'.\ 39''$
$8\ .\ 57\ .\ 45\ .\ 6$ agg.

Som. $11^s.\ 29^\circ.\ 53'.\ 24''.\ 6$.

E perciò

Epoca pel
1750..... $9^s.\ 10^\circ.\ 00'.\ 43''.\ 4$
$11\ .\ 29\ .\ 53\ .\ 24\ .\ 6$ sott.

Epoca pel
1700..... $9^s.\ 10^\circ.\ 7'.\ 18''.\ 8$.

ESEM-

ESEMPIO IV.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1700 *da ricavarne quella per l' anno* 1600 .

Dall' anno 1700 esclusivamente fino al 1600 inclusivamente vi sono anni 100 , delli quali 24 sono preceduti da bisestili , e i restanti 76 no. Sicchè in sì fatto caso sono P = 76, e Q = 24 . Or il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, moltiplicato per 76, dà, toltene le intere periferie, $11^s . 11^\circ . 51' . 18''$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 24 , dà $17^\circ . 55' . 31'' . 2$. Sicchè

$11^s . 11^\circ . 51' . 18''$
$17 . 55 . 31 . 2$ agg.

Som. $11^s . 29^\circ . 46' . 49'' . 2$.

E perciò

Epoca pel
1700..... $9^s . 10^\circ . 7' . 18'' . 8$
$11 . 29 . 46 . 49 . 2$ sott.

Epoca pel
1600..... $9^s . 10^\circ . 20' . 29'' . 6$.

a dà la longitudine media cercata del Sole

AVVERTIMENTO IV.

316. Si noti finalmente che ſapendoſi coll' ajuto delle dette tavole determinare la longitudine media del Sole al mezzodì a Parigi per qualunque giorno di qualſiſia anno, con facilità ſi può determinare per qualunque altro tempo medio a Parigi; e che ſapendoſi determinare per qualunque tempo medio a Parigi, con facilità anche ſi può determinare per qualunque tempo medio a qualſiſia altro luogo, nota la differenza de' meridiani tra tale luogo, e Parigi. Eſpoſto tutto ciò, reſta ora d' eſporre in che modo, determinata per qualunque tempo la longitudine media del Sole, ſi può determinare la longitudine vera corriſpondente. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

CAP.

CAP. VI.

Del modo di ricavare per riguardo della terra dalle anomalie medie le anomalie vere corrispondenti, e le corrispondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo il vero luogo del Sole.

PROBL. XVIII.

317. *Insegnare il modo, data qualunque anomalia media della terra, di determinare l' anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

SOLUZIONE.

Contrassegnino AIPL l' orbita terrestre, AP il suo asse maggiore, O il suo centro, OI il suo semiasse minore, e S il fuoco, dove risiede il Sole. Saranno dell' orbita della terra A l' afelio, e P il perielio; e saranno noti il semiasse maggiore OA, il semiasse minore OI, e nota l' eccentricità OS, e le distanze AS, PS. Fig. 29, 30, 31, e 32.

S' intenda intorno ad AP descritto il cerchio

chio AKPR, e s'intenda l'angolo AOG dinotare la data anomalia media. Si ſupponga in oltre eſſere in T la terra, quando la ſua anomalia media è AOG. Per T s'intenda tirata HF perpendicolare ad AP, e s'intendano congiunte le rette SG, ST, OF. Finalmente dal punto S s'intenda calata ſu FO prolungata, ſe biſogna, la perpendicolare SQ. Sarà SQ uguale all'arco circolare FG (§ 195), differenza delle due anomalie media, ed eccentrica.

E perchè per riguardo della terra l'archetto GF, differenza delle dette anomalie, è ſempre aſſai piccolo; perciò per riguardo della terra tale archetto ſi può ſenza ſenſibile errore prendere pel ſuo ſeno. Onde per riguardo della terra sì fatto ſeno ſi può ſenza errore ſenſibile prendere come uguale ad SQ; e conſeguentemente ſenza ſenſibile errore ſi può prendere SG parallela ad OF, e l'angolo GOF come uguale ad SGO. Quindi

1. Nel triangolo GOS, noti il lato GO, come uguale al ſemiaſſe maggiore, il lato OS, eccentricità dell'orbita, e l'angolo GOS, conſeguente dell'anomalia media data AOG, ſi determini l'angolo OGS. Si farà noto il ſuo uguale GOF, e conſeguentemente nota l'anomalia eccentrica AOF.

2. In ordine al ſemiaſſe minore OI, alla diſtanza PS del perielio dal Sole, e alla tangente della metà dell'anomalia eccentri-

ca

ca AOF, già determinata, ſi cerchi il quarto proporzionale. S' avrà con tale quarto proporzionale la tangente della metà dell' anomalia vera AST (§ 236); onde il doppio dell' angolo corriſpondente a sì fatta tangente darà la cercata anomalia vera AST: e di più colla differenza delle due anomalie vera, e media s' avrà l' equazione del centro corriſpondente. Ch' è quanto biſognava inſegnare.

ESEMPIO I.

Sia data l' anomalia media di 62°. 20'. 18", *determinare l' anomalia vera corriſpondente, e la corriſpondente equazione del centro.*

CALCOLO.

Poſta OA = 100000, ſono OI = 99985. 86, OS = 1680. 207, PS = 98319. 793. Fig. 29
Dunque

GO + OS = 101680. 207
GO — OS = 98319. 793.

In oltre eſſendo l' angolo AOG = 62°. 20'. 18", ſarà la ſemiſomma di OSG, OGS = 31°. 10'. 9". E perciò

Log. (GO — OS) = 4. 9926409
Log.tan. $\frac{1}{2}$ (OSG + OGS) = 9. 7816736 agg.

Som. = 14. 7743145

Log.

Log. (GO + OS) = 5 . 0072363 sott.

Log.san. $\frac{1}{2}$(OSG—OGS) = 9 . 7670782 .

Onde

$\frac{1}{2}$(OSG — OGS) = 30° . 19′, 22″.

E perciò

SGO = GOF = 50′ . 47″,

e conseguentemente

anom. eccen. AOF = 61° . 29′ . 31″.

Di più

Log. PS	= 4 . 9926409	
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AOF	= 9 . 7744018	agg.
Som.	= 14 . 7670427	
Log. OI	= 4 . 9999386	sott.
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AST	= 9 . 7671041 .	

Sicchè

$\frac{1}{2}$ AST = 30° . 19′ . 27″.

Per la qual cosa

l'anomalia vera AST = 60° . 38′ . 54″.

e con-

e conſeguentemente

l'equazione del centro = 1°. 41'. 24".

ESEMPIO II.

Sia data l'anomalia media di 142°. 30'. 24'', *determinare l'anomalia vera corriſpondente, e la corriſpondente equazione del centro.*

CALCOLO.

GO + OS = 101680 . 207
GO — OS = 98319 . 793 . Fig. 30

Ed eſſendo l'angolo AOG = 142°. 30'. 24'', ſarà $\frac{1}{2}$ (OSG + OGS) = 71°. 15'. 12''. Perciò

Log. (GO—OS) = 4.9926409
Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG+OGS) = 10.4693017 agg.

Som. = 15.4619426
Log. (GO + OS) = 5.0072363 ſott.

Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG—OGS) = 10.4547063 .

Onde

$\frac{1}{2}$ (OSG — OGS) = 70°. 39'. 34''.

E per-

E perciò

SGO = GOF = 35'. 38";

e conseguentemente

Anomalia eccentrica AOF = 141°. 54'. 46".

Di più

Log.	PS =	4 . 9926409	
Log. tan. ½	AOF =	10 . 4619553	agg.
Som.	=	15 . 4545962	
Log.	OI =	4 . 9999386	sott.
Log. tan. ½	AST =	10 . 4546576	

Sicchè

½ AST = 70°. 39'. 26".

Per la qual cosa

l'anomalia vera AST = 141°. 18'. 52",

e conseguentemente

l'equazione del centro = 1°. 11'. 32".

ESEM-

ESEMPIO III.

Sia data l'anomalia media 216°. 50'. 14", *determinare l'anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

CALCOLO.

GO + OS = 101680 . 207
GO — OS = 98319 . 793 . Fig. 31

Essendo l'anomalia media, e conseguentemente l'arco AKPG = 216°. 50'. 14", sarà l'arco PG, e conseguentemente l'angolo POG = 36°. 50'. 14"; onde sarà $\frac{1}{2}$ (OSG + OGS) = 71°. 34'. 53". E perciò

Log. (GO—OS) = 4 . 9926409
Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG+OGS) = 10 . 4775342

Som. = 15 . 4701751
Log. (GO + OS) = 5 . 0071363 sott.

Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG—OGS) = 10 . 4629388 ,

Sicchè

$\frac{1}{2}$(OSG—OGS) = 70°. 59'. 46".

E perciò

SGO = GOF = 35'. 7",

e con-

e conſeguentemente l' anomalia eccentrica, o ſia l'arco

$$AKPF = 217^\circ . 25' . 21''.$$

Di più

$$\begin{array}{rl} Log.\ PS & = 4 . 9926409 \\ Log.\ tan.\ \frac{1}{2} AKPF & = 10 . 4701846 \\ \hline Som. & = 15 . 4628255 \\ Log.\ OI & = 4 . 9999386 \quad \text{ſott.} \\ \hline Log.\ tan.\ \frac{1}{2} AST & = 10 . 4628869 . \end{array}$$

Dunque

$$\frac{1}{2} AST = 70^\circ . 59' . 39'',$$

e

$$AST = 141^\circ . 59' . 18''.$$

E perciò l' anomalia vera, complimento alli gr. 360 dell'angolo AST, ſarà = 218°. 00'. 42'', e conſeguentemente l' equazione del centro ſarà = 1°. 10'. 28''.

ESEMPIO IV.

Sia data l' anomalia media di 305°. 31'. 44'', *determinare l' anomalia vera corriſpondente*

dente, e la corrispondente equazione del centro.

CALCOLO.

GO + OS = 101680 . 207 Fig. 32
GO — OS = 98319 . 793 .

Essendo l'anomalia media, e conseguentemente l'arco circolare AKPG = 305°. 31'. 44'', sarà l'arco AG, e conseguentemente l'angolo AOG = 54°. 28'. 16''; onde sarà $\frac{1}{2}$ (OSG + OGS) = 27°. 14'. 8'', E perciò

Log. (GO—OS) = 4.9926409
Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG+OGS) = 9.7115667

Som. = 14.7042076
Log. (GO + OS) = 5.0072363 sott.

Log.tan. $\frac{1}{2}$(OSG—OGS) = 9.6969713 .

Sicchè

$\frac{1}{2}$ (OSG — OGS) = 26°. 27'. 35''.

Onde

SGO = GOF = 46'. 33'',

e conseguentemente l'anomalia eccentrica, o sia l'arco

AKPS

$$AKPF = 306^{\circ}.\ 18'.\ 17''.$$

Di più

Log. PS	=	4 . 9926409
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AKPF	=	9 . 7043052
Som.	=	14 . 6969461
Log. OI	=	4 . 9999386 sott.
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AST	=	9 . 6970075 .

Dunque

$$\tfrac{1}{2}\,AST = 26^{\circ}.\ 27'.\ 41'',$$

e

$$AST = 52^{\circ}.\ 55'.\ 22''.$$

E perciò l'anomalia vera, complimento alli gr. 360 dell'angolo AST, sarà = 307°. 4'. 38'', e conseguentemente l'equazione del centro sarà = 1°. 32'. 54''.

AVVERTIMENTO I.

318. Si noti che, determinata in tutt'i casi l'anomalia eccentrica, e conseguentemente determinato l'angolo AOF; essendo nel triangolo FOS noti i due lati FO, OS, e l'

e l' angolo compreſo FOS, ſi poſſono coll' ajuto della Trigonometria determinare l' angolo OSF, e 'l lato SF. Or ſe, determinata pure l' anomalia vera, e conſeguentemente in tutt' i caſi determinato l' angolo AST, in ordine alla ſecante dell' angolo ASF, alla ſecante dell' angolo AST, e al lato SF, o pure in ordine al coſeno dell' angolo AST, al coſeno dell' angolo ASF, e al lato SF ſi cerca il quarto proporzionale; ſi ha con tale quarto proporzionale la ST, diſtanza della terra dal Sole, e ſi ha eſpreſſa nelle parti, delle quali il ſemiaſſe maggiore OA ne contiene 100000.

AVVERTIMENTO II.

319. Si può la diſtanza ST determinare per altra via aſſai più ſemplice, ed eccola. Si metta il ſeno maſſimo = R. Eſſendo

R : *ſen.* AOF = OF : FH
R : *ſen.* AST = ST : TH,

ſarà

FH : TH, ovvero
OK : OI = OF x *ſen.* AOF : ST x *ſen.* AST;
e, per OK = OF, ſarà
1 : OI = *ſen.* AOF : ST x *ſen.* AST.

Sicchè

$$ST \times \textit{sen.}\ AST = OI \times \textit{sen.}\ AOF .$$

E perciò

$$\textit{sen.}\ AST : \textit{sen.}\ AOF = OI : ST ;$$

vale a dire che il ſeno dell' anomalia vera ſta al ſeno dell' anomalia eccentrica, come il ſemiaſſe minore alla diſtanza ST. Per la qual coſa ſi determina la diſtanza ST con trovare il quarto proporzionale in ordine al ſeno dell' anomalia vera, al ſeno dell' anomalia eccentrica, e al ſemiaſſe minore dell' orbita.

ESEMPIO.

Poſte le determinazioni fatte nel primo de' precedenti eſempj, ſia da determinare la diſtanza ST.

CALCOLO.

Log. ſen. AOF =	9 . 9438653	
Log. OI =	4 . 9999386	
Som. =	14 . 9438039	
Log. ſen. AST =	9 . 9403309	ſott.
Log. ST =	5 . 0034730	

Sic-

Sicchè

$$ST = 100802 . 9 .$$

AVVERTIMENTO III.

320. Si noti di vantaggio che ſecondo il modo inſegnato in eſporre il propoſto probl. ſono ſtate calcolate per riguardo dell' orbita terreſtre le tavole dell' equazioni del centro, le quali vanno nell' Aſtronomia del Signor de la Lande ſotto il titolo di Tavole dell' equazioni dell' orbita ſolare. Tali tavole racchiudono l' equazioni corriſpondenti a tutte le anomalie medie della terra, procedenti dal gr. zero fino al gr. 360mo coll' avanzo ſucceſſivo di 10′ in 10′, e vanno in più pagine diſtribuite, con avere notati in fronte i primi ſei ſegni delle anomalie, e a piede con ordine retrogrado gli altri ſei. E' d' avvertire intanto che i gradi, e minuti per gli primi ſei ſegni procedono da ſu in giù nella prima colonna verticale d' ogni pagina, e per gli ſegni rimanenti procedono da giù in su nella colonna ultima; il che s' è fatto, acciò in una iſteſſa linea ſieno notati i due gradi d' anomalie medie, a' quali corriſponde l' iſteſſa equazione. Coll' ajuto di sì fatte tavole rieſce faciliſſimo, data qualunque anomalia media della terra, il determinare la ſua anomalia vera coriſpon-

dente; perchè baſta l'equazione del centro, che ſi trova nella detta tavola corriſpondente alla detta anomalia media, ſottrarla dall' iſteſſa anomalia, ſe eſſa appartiene alli primi ſei ſegni delle anomalie, e aggiugnerla alla medeſima, ſe appartiene agli altri ſei ſegni: avvertendo però, qualora l' anomalia media data non ſi trova eſattamente nelle tavole, di prendere l' equazione, che ſi trova corriſpondere all' anomalia media più proſſima inferiore, e aggiugnervi, o toglierne, ſecondo il biſogno, la parte proporzionale, come ſi pratica nell' uſo delle tavole trigonometriche.

AVVERTIMENTO IV.

321. Si noti finalmente che l'eſpoſto problema è il probl. famoſo del Keplero, che ha per la ſua ſoluzione eſercitati i più illuſtri Aſtronomi, e Geometri. Keplero per iſciorlo ricorſe al metodo delle falſe poſizioni. Walliſio ne diede una ſoluzione geometrica coll'ajuto della cicloide, che piacque all' immortale Newtone d'inſerirla ne' ſuoi principj filoſofici, e matematici. Il Keile, il de la Hire, l'Hermanno, il Caſſini, e 'l Simpſon ne hanno date in diverſi tempi ſoluzioni diverſe, che conducono per vie diverſe alle approſſimazioni. Noi ci ſiamo contentati d' eſporre la ſoluzione del Caſſini, come la più comoda per la pratica. E' da

ſa-

ſapere però che tale ſoluzione, per riguardo d' alcuni degli altri pianeti, ha biſogno di qualche correzione, che ſi darà a ſuo luogo; e che per riguardo delle Comete non è praticabile. Il come ſi dovrà ſciorre sì fatto probl. per riguardo delle Comete, ſi dirà a luogo opportuno. Intanto procediamo ad inſegnare il modo di determinare il luogo vero del Sole per qualſiſia tempo. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

PROBL. XIX.

322. *Inſegnare il modo di determinare il luogo vero del Sole per qualunque tempo dato.*

SOLUZIONE.

1. Il tempo dato, ſe è tempo vero, ſi riduca al corriſpondente tempo medio.

2. Si determini per tale tempo medio e la longitudine media del Sole, e la longitudine dell' apogeo ſolare, ſecondo s' è già inſegnato.

3. La longitudine dell' apogeo ſi ſottragga dalla longitudine media del Sole, accreſciuta queſta, ſe biſogna, d' una intera periferia. S' avrà col reſiduo l' anomalia media del Sole, e conſeguentemente l' anomalia media della terra.

4. Dall' anomalia media della terra ſi rilevi l' anomalia vera del modo già inſegna-

10, che sarà l'istessa dell'anomalia vera del Sole.

5. All' anomalia vera del Sole già determinata s'aggiunga la longitudine dell'apogeo solare prima determinata.

La somma darà la longitudine vera cercata del Sole, o sia il cercato luogo vero del Sole. Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

323. Si noti che negli esempj, che qui soggiugniamo, facciamo uso delle tavole, che vanno nell'Astronomia del Signor de la Lande, calcolate relativamente al meridiano di Parigi. Sicchè i tempi, che saranno dati relativamente al meridiano di Napoli, si dovranno riferire al meridiano di Parigi, con toglierne da essi costantemente 47'. 30'', quant' è la differenza de' meridiani di sì fatti luoghi, e per cui il mezzodì di Napoli anticipa quello di Parigi.

ESEMPIO I.

Sia da determinare il luogo vero, al quale ha corrisposto il Sole nel corrente anno 1783 a dì 6 Agosto. 7or. 25'. 12'', tempo vero a Napoli.

CAL-

CALCOLO.

Tempo vero a Napoli An. 1783. 6 Agosto.	7or. . 25′ . 12″	
Diff. de' mer. tra Nap., e Parigi	47 . 30	sott.
Tem. vero a Parigi An. 1783. 6 Agosto ..	6or. . 37′ . 42″	
Equaz. del temp. pel 6 d' Agosto	5′ . 24″	agg.
Temp. med. a Parigi An. 1783. 6 Agosto.	6or. . 43′ . 6″	

Di più

Epoca delle long. med. del ☉ pel 1783...	9s .	10° .	1′ .	5″ . 6
Avanzo fino al 6 d'Ago...	7 .	4 .	52 .	16
Per 6or.			14 . 47 .	1
Per 43′			1 . 46	
Per 6″				0 . 3
Log. med. del ☉	4s .	15° .	9′ .	55″ .

In oltre

Epoca delle long. dell' apog. ſolare pel 1783.....	3ˢ.	9°.	14′.	5″	
Avanzo fino al 6 d'Ago...			39 .	1	agg.
Long. dell'apog. ſolar. pel detto temp. med. a Parigi.....	3ˢ.	9°.	14′.	44″.	1

Sicchè

Long. med. del ☉	4ˢ.	15°.	9′.	55″	
Long. dell'apog. ſolare....	3 .	9 .	14 .	44 .	1 ſot.
Anom. med. del ☉.....	1ˢ.	5°.	55′.	10″.	9
Equaz. del centro corriſpon.....		1 .	6 .	37 .	8 ſot.
Anom. vera del ☉.....	1ˢ.	4°.	48′	33″.	1

Finalmente

Long. dell'a-

pog.

pog. solare... 3^s. 9°. $14'$. $44''$. 1
Anom. vera
del ☉ ..... 1 . 4 . 48 . 33 . 1 agg.

Luogo vero
del ☉ da de-
terminare.... 4^s. 14°. $3'$. $17''$. 2 .

ESEMPIO II.

Sia da determinare il luogo vero, al quale dovrà il Sole corrispondere nell' anno prossimo 1784 *à* 5 *Febraro*. 20^{or}. $55'$. $36''$, *tempo vero a Napoli*.

CALCOLO.

Tempo vero a Napoli
An. 1784. 5 Febraro. 20^{or}. $55'$. $36''$
Diff. de' merid. tra
Nap. e Parigi..... 47 . 30 sott.

Tempo vero a Parigi
An. 1784. 5 Febr... 20^{or}. $8'$. $6''$
Equaz. del temp. pel
5 di Febr..... $14'$. $28''$ agg.

Temp. med. a Parigi
An. 1784. 5 Febr.. 20° . $22'$. $34''$

Di più
Epoca della

long.

long. med. del ☉ pel 1784..	9ˢ.	10°.	45'.	54''. 4
Avanzo fino al 5 Febr....	1 .	4 .	29 .	51 . 6
Per 20or....			49 .	16 . 9
Per 22'....				54 . 2
Per 34''....				1 . 4
Long. med. del ☉.....	10ˢ.	16°.	5'.	58''. 5

In oltre

Epoca delle long. dell' apog. ſolare pel 1784.....	3ˢ.	9°.	15'.	11''
Avanzo fino al 5 Febr....				6 . 3
Per 20or. 22'. 34''.....				1 . 7
Long. dell'apog. ſolar....	3ˢ.	9°.	15'.	19''.

Sicchè

Long. med. del ☉.....	10ˢ.	16°.	5'.	58''. 5
Long. dell'apog. ſolare...	3 .	9 .	15 .	19

ſott.

Anom. med. del ☉	7ˢ.	6°.	50'.	39''. 5

Equaz.

Equaz. del centr. corrispon.....	1 .	10.	26 .	9	agg.
Anom. vera del ☉.....	7^s .	8° .	$1'$.	$6''$.	4

Finalmente

Long. dell'apog. solare...	3^s .	9° .	$15'$.	$19''$	
Anom. vera del ☉.....	7 .	8 .	1.	6 .	4 agg.
Luogo vero del ☉ cercato -	10^s .	17° .	$16'$.	$25''$.	4 .

AVVERTIMENTO II.

324. Prima di procedere innanzi sta bene avvertire che nelle calcolazioni già insegnate delle longitudini del Sole non s'è tenuto conto di più leggiere correzioni da darle; e ciò s'è fatto non perchè non le giudichiamo necessarie, ma per evitare il difetto di supporre teoriche non ancora sviluppate. Di sì fatte correzioni intanto se ne tratterà ne' luoghi opportuni; e quando le teoriche di esse saranno sviluppate, sarà facile rettificare le dette calcolazioni. Del resto, esposte le teoriche principali, che risguardano il moto periodico della terra, ragion

gion vuole che ſi proceda ora ad eſporre le principali teoriche, che riſguardano i moti periodici di tutti gli altri pianeti primarj: però prima premetteremo i modi di determinare le parallaſſi orizzontali de' corpi celeſti, ſoggetti a parallaſſi; acciò nelle dette teoriche non s' abbia a ſupporre la quantità della correzione da dare alle altezze di tali pianeti ne' biſogni. Per ciò ſia il

CAP. VII.

S' inſegnano i principali metodi di determinare le parallaſſi orizzontali de' corpi celeſti, ſoggetti alla parallaſſe, e quanto vi ha immediato rapporto.

PROBL. XX.

325. *Inſegnare il modo di determinare la parallaſſe orizzontale d' un corpo celeſte, ſoggetto alla parallaſſe, coll' ajuto d' oſſervazioni corriſpondenti, fatte contemporaneamente in luoghi d' uguali longitudini, e di diſuguali latitudini.*

So-

SOLUZIONE.

Contraſſegnino AT la terra, Q il ſuo centro, A, e B i luoghi di due oſſervatori, nell' iſteſſo meridiano terreſtre ABT eſiſtenti, RZO il meridiano celeſte de' medeſimi luoghi. Per A, e B s' intendano tirati i raggi QZ, Qz, e per Q s' intendano menati i piani HO, ho, a' quali ſieno perpendicolari le rette QZ, Qz. Dinoteranno de' detti luoghi A, e B i punti Z, e z i zenit, e i piani HO, ho gli orizzonti razionali. Sia di più PR l' aſſe mondano, e ſieno P il polo ſettentrionale, e R il polo auſtrale. Finalmente ſia S il ſito del corpo celeſte, di cui ſi vuole determinare la parallaſſe orizzontale, e ſito, che ha nel momento, in cui ai due oſſervatori in A, e B appariſce nel loro meridiano RZO. Fig. 33, e 34

Due caſi poſſono accadere: può accadere che gli oſſervatori, guardando in S il detto corpo celeſte, abbiano le facce rivolte verſo poli oppoſti, come il dinota la *Fig.* 33; e può accadere che le abbiano rivolte verſo l' iſteſſo polo, come il dinota la *Fig.* 34. In ambi i caſi, ſuppoſte tirate le rette AC, QE, BD, è chiaro dinotare E il vero luogo del corpo S, e C, e D i luoghi ideali per riſpetto degli oſſervatori in A, e B (§ 15 *tom.* 2). Onde dinotano l' archetto CE, e conſeguentemente l' angoletto ASQ

ASQ la parallaſſe, che compete a S all' altezza, in cui è veduto da A, e l' archetto DE, e conſeguentemente l' angoletto BSQ la parallaſſe, che li compete all' altezza, in cui è veduto nell' iſteſſo tempo da B. Sicchè l' archetto CD dinota nel primo caſo la ſomma delle dette parallaſſi, e nel ſecondo caſo la differenza. Ciò poſto

1. Si miſuri con eſattezza da ognuno degli oſſervatori l' altezza meridiana del corpo S, e ſi corregga della conveniente refrazione. Si conoſcerà relativamente al luogo A l' altezza meridiana HC, e conſeguentemente l' arco CZ, che ſenza ſenſibile errore ſi può prendere per miſura dell' angolo CAZ (§ 34 *tom.* 2); e relativamente al luogo B ſi conoſcerà l' altezza hD, e conſeguentemente l' arco Dz, che pure ſenza ſenſibile errore ſi può prendere per miſura dell'angolo DBz.

2. In ciaſcuno de' luoghi A, e B ſi determini, ſe non ſi trova già determinata, l' altezza del polo viſibile. Relativamente al luogo A in ambi i caſi ſi farà noto l'arco PZ; onde noto ſi farà pure l' arco CP, ſomma delli due CZ, ZP. Relativamente poi al luogo B nel primo caſo della *Fig.* 33 ſi farà noto l' arco Ro, e conſeguentemente Rz; onde noto ſi farà pure l' arco zP, e conſeguentemente l' arco DP, differenza de' due zP, zD; e nel ſecondo caſo della *Fig.* 34 ſi farà noto l' arco Po, e conſeguentemente l' arco Pz; onde noto ſi farà

farà anche l'arco DP, ſomma de' due Pz, zD.

3. Determinati gli archi CP, DP, diſtanze de' punti C, e D dal polo ſettentrionale P, colla differenza di eſſi ſi fa noto l'arco CD, ſomma, o differenza delle dette parallaſſi di S.

4. Finalmente ſi metta la cercata parallaſſe orizzontale di S = X, e ſi metta il ſeno maſſimo = M. Eſſendo la parallaſſe d' un corpo celeſte a qualunque altezza apparente alla ſua parallaſſe orizzontale, come il ſeno della diſtanza apparente dal zenit al ſeno maſſimo (§ 42 *del tom.* 2); ſaranno

$$CE : X = \textit{ſen.}\ CZ : M$$
$$DE : X = \textit{ſen.}\ Dz : M .$$

Onde

$$CE = \frac{1}{M} (X \times \textit{ſen.}\ CZ)$$
$$DE = \frac{1}{M} (X \times \textit{ſen.}\ Dz) ,$$

e conſeguentemente

$$CD = CE \pm DE =$$
$$\frac{1}{M} (X \times \textit{ſen.}\ CZ \pm X \times \textit{ſen.}\ Dz) .$$

E perciò

$$sen.\ GZ \pm sen.\ Dz : M = CD : X .$$

Per la qual cosa se in ordine alla somma, o differenza de' seni delle distanze de' luoghi ideali G, e D del corpo S dalli rispettivi zenit Z, e z, al seno massimo, e all' archetto CD già determinato in conseguenza delle osservazioni fatte in A, e B si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà la cercata parallasse orizzontale del corpo S. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

ESEMPIO.

Nel dì 30 *di Marzo del* 1738 *due osservatori, uno in Parigi, e l' altro sotto l' istesso meridiano a* 30 *gr. di latitudine australe osservarono l' altezza del centro del Sole, e fu trovata, corretta dalla corrispondente refrazione, dal primo di* 44°. 57'. 5'', *e dal secondo di* 56°. 12'. 33''. *Si vuole determinare la parallasse orizzontale del Sole, essendo l' altezza del polo settentrionale a Parigi di* 48°. 50'. 10'', *e l' altezza del polo australe al luogo del secondo osservatore di gr.* 30.

CAL-

CALCOLO.

Si ſupponga in A Parigi, e in B il luo- Fig. 33
go dell' altro oſſervatore; ſaranno

$$HC = 44° \cdot 57' \cdot 5''$$
$$hD = 56 \cdot 12 \cdot 33 .$$

Dunque

$$ZC = 45° \cdot 2' \cdot 55''$$
$$Dz = 33 \cdot 47 \cdot 27 .$$

Di più

$$PO = 48° \cdot 50' \cdot 10''$$
$$Ro = 30° .$$

Sicchè

$$PZ = 41° \cdot 9' \cdot 50''$$
$$Rz = 60° .$$

E perciò

$$PC = 86° \cdot 12' \cdot 45''$$
$$RD = 93 \cdot 47 \cdot 27 ,$$

e

$$DP = 86° \cdot 12' \cdot 33'' ;$$

e conſeguentemente

$$DC = PC - PD = 12''.$$

Di vantaggio

$$\begin{array}{rl} \textit{ſen.}\ ZC &= 7077064 \\ \textit{ſen.}\ Dz &= 5561626 \\ \hline \text{Som.} &= 12638690 \\ \textit{ſen. maſſimo} &= 10000000. \end{array}$$

Sicchè

$12638690 : 10000000 = 12'' : \textit{paral. oriz.}$

Per la qual coſa la parallaſſe orizzontale del Sole nella fine di Marzo è $= 9''.4$.

AVVERTIMENTO I.

Fig. 33, e 34. 326. Si noti che l' archetto CD, ſomma, o differenza delle parallaſſi, che competono al corpo S alle altezze, alle quali viene veduto nel medeſimo tempo dalli due oſſervatori in A, e B, ſi può con maggiore facilità determinare, ſenza biſogno di conoſcere e l' altezza del polo viſibile in A, e l' altezza del polo viſibile in B, a queſt' altro modo. 1. Si miſurino in A, e B nel giorno convenuto le altezze meridiane del corpo S, e ſi correggano dalle con-

ve-

venienti refrazioni. S' avranno noti gli archi HC, hD, e conſeguentemente noti gli archi CZ, Dz. 2. Si miſurino dagli ſteſſi oſſervatori le altezze meridiane d' una medeſima ſtella, e ſi correggano pure dalle convenienti refrazioni. S' avverta però che tali altezze ſi poſſono determinare o nella notte delle precedenti determinazioni, o in altre antecedenti, o ſeguenti, e nell' iſteſſa notte da ambi gli oſſervatori, o in notti diverſe, niente importando che tali altezze ſieno miſurate in giorni diverſi; perchè conſervandoſi coſtanti le declinazioni delle ſtelle per lungo tempo, le altezze meridiane di eſſe non poſſono per lungo tempo ricevere variazioni ſenſibili. 3. Delle altezze meridiane della ſtella, e del corpo S, determinate in A, e corrette del modo già detto, ſe ne faccia la differenza, e delle determinate in B, corrette pure del modo già detto, ſe ne faccia anche la differenza. Darà, eſſendo la ſtella priva di parallaſſe, l' eccesſo d' una delle determinate differenze ſull' altra l' archetto CD, ſomma, o differenza delle dette parallaſſi di S. Per la qual coſa ſe in ordine alla ſomma, o differenza de' ſeni degli archi CZ, Dz già determinati, al ſeno maſſimo, e all' archetto CD, determinato del modo anzi detto, ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà la parallaſſe orizzontale del corpo S pel tempo delle oſſervazioni.

ESEMPIO.

Nel 5 d'Ottobre del 1751 fu trovata l'altezza meridiana del lembo ſettentrionale di Marte, corretta dalla refrazione, al Capo di Buona Speranza dall'Abate de la Caille di 65°, e da Wargentino a Stockholm di 21°. 46'. In tale tempo l'altezza meridiana della ſtella λ d'aquario, corretta pure dalla refrazione, fu trovata al Capo di 65°. 1'. 28''. 8, e a Stockholm di 21°. 47'. 57''. 7. Si vuole determinare in conſeguenza di tali oſſervazioni la paralliaſſe orizzontale di Marte.

CALCOLO.

Fig. 33. Si ſupponga in A Stockholm, e in B il Capo; ſaranno

$$HC = 21°.\ 46'$$
$$hD = 65°.$$

Dunque

$$CZ = 68°.\ 14'$$
$$Dz = 25°.$$

Inoltre l'altezza a Stockholm

della ſtella = 21°. 47'. 57''. 7
di Marte = 21 . 46 ſott.

Diff. I = 1'. 57''. 7.

L'al-

L' altezza al Capo

della ſtella = 65°. 1'. 28''. 8
di Marte = 65°. ſott.
Diff. II = 1'. 28''. 8.

Onde l' eccesſo della differenza prima ſulla ſeconda = 28''. 9.

Di più

ſen. CZ = 9287017
ſen. Dz = 4226183
Som. = 13513200
ſen. maſſi. = 10000000.

Sicchè

13513200 : 10000000 = 28''. 9 : *paral. oriz.*

Per la qual coſa la parallaſſe orizzontale di Marte nel dì 5 d' Ottobre del 1751 fu = 21''. 3.

AVVERTIMENTO II.

327. Se i due oſſervatori ſi trovano ſotto meridiani diverſi; allora conviene che uno di eſſi determini coll' ajuto d' un eſatto orologio a pendolo, accomodato al moto me-

dio, il tempo, in cui il corpo S fa una rivoluzione diurna ; e determini altresì di quanto, durante tale rivoluzione , s' accresce, o diminuisce la sua altezza meridiana. Posto il tempo della detta rivoluzione = T, posto l'accrescimento, o decrescimento dell' altezza meridiana del corpo S nel tempo T = *a*, e posto che il luogo dell' osservatore sia più occidentale , o più orientale dell' altro osservatore del tempo *t*; con trovare in ordine al tempo T, al tempo *t*, e al detto accrescimento , o decrescimento *a* il quarto proporzionale, si ha con tale quarto proporzionale di quanto si deve diminuire, o accrescere l'altezza meridiana del corpo S, già determinata, per averla della misura conveniente a un luogo dell' istessa latitudine , e che sia sotto il meridiano del luogo dell' altro osservatore . Fatta intanto tale determinazione , si procederà del modo già insegnato nel rimanente del calcolo, per rilevarne del corpo celeste la parallasse orizzontale, che l'apparteneva nel tempo delle osservazioni.

ESEMPIO.

A 25 *d'Ottobre del* 1751 *fu trovata l'altezza meridiana del lembo settentrionale di Venere, corretta dalla refrazione, al Capo di Buona Speranza dall' Abate della Caille di* 77°. 38', *e da Bradley a Greenwich di* 17°. *In*

la-

tale tempo l' altezza meridiana della ſtella b d' aquario , corretta pure dalla refrazione , fu trovata al Capo di 77°. 45'. 26''. 2 , e a Gréenwich di 17°. 7'. 15''. 3 . Si vuole determinare in conſeguenza di tali oſſervazioni la parallaſſe orizzontale di Venere .

CALCOLO.

Trovò Bradley che allora Venere faceva la ſua rivoluzione diurna in 23^or. . 54', e che , durante tale rivoluzione , s' accrebbe la ſua altezza meridiana , corretta dalla refrazione , di 17'. 25''. Sicchè , eſſendo Gréenwich più occidentale del Capo di 1^or. 14', cercando il quarto proporzionale in ordine a 23^or. . 54', a 1^or. . 14', e al detto accreſcimento diurno di 17'. 25''; ſi hanno 53''. 9 , che ſi debbono togliere dall' altezza di 17° del lembo ſettentrionale di Venere , determinata a Gréenwich , per averlo dell' altezza 16°. 59'. 6''. 1 avuta nel parallelo di Gréenwich , e ſotto l' iſteſſo meridiano del Capo . Si ſupponga A dinotare tale luogo , e B dinotare il Capo ; ſaranno Fig. 33

HC = 16°. 59'. 6''. 1
hD = 77 . 38 .

Dunque

CZ = 73°. 00'. 53''. 9
Dz = 12°. 21'

In oltre l' altezza in A

della ſtella = 17°. 7'. 15''. 3
di Venere = 16 . 59 . 6 . 1 ſott.

Diff. I. = 8'. 9'' 2. .

L' altezza in B

della ſtella = 77°. 45'. 26''. 2
di Venere = 77 . 38

Diff. II = 7'. 26''. 2 .

Onde l' eccesſo della differenza prima ſulla ſeconda = 43''.

Di più

ſen. CZ = 9563811
ſen. Dz = 2138829

Som. = 11702640
ſen. maſſ. = 10000000 .

Sicchè

11702640 : 10000000 = 43'' : *paral. oriz.*
Per la qual coſa la parallaſſe orizzontale di Venere nel dì 25 d'Ottobre del 1751 fu = 36''. 7 .

AV.

AVVERTIMENTO III.

328. Coll' esposto metodo s' ingegnò l' illustre Abate de la Caille di determinare le parallassi orizzontali della Luna, del Sole, di Marte, e di Venere nel 1751, confrontando le proprie osservazioni fatte nel Capo di Buona Speranza in tale anno colle fatte da altri Astronomi in diversi luoghi d' Europa, invitati a tali osservazioni con un foglio, in cui erano limitate le stelle da osservare, e prefissa l' estensione del tempo per le osservazioni; acciò tra le molte osservazioni fatte da ogni osservatore d' Europa ve ne fossero delle corrispondenti a quelle fatte da lui nel Capo. Ridusse poi tutte le determinate parallassi alle misure convenienti pel 14 di Settembre del detto anno, che fu il giorno dell' opposizione di Marte col Sole, e furono la parallasse orizzontale

della Luna a Parigi nelle mezzane distanze dalla terra	= 57'. 3"
del Sole nelle mezzane distanze dalla terra	= 10". $\frac{1}{4}$
di Marte	= 23". 6
di Venere	= 36". 8.

E' d' avvertire intanto che a ſuo luogo ſi determinerà con più eſattezza e la parallaſſe orizzontale, che compete alla Luna nella mìnima diſtanza dalla terra, e quella, che le compete nella diſtanza maſſima; e ſi determineranno pure le alterazioni, alle quali è ſoggetta tale parallaſſe per la forma della terra ſchiacciata ne' ſuoi poli. Ed è d'avvertire altresì che, in trattare a ſuo luogo del paſſaggio di Venere innanzi il diſco ſolare, s' inſegnerà il come s' è coll' ultima preciſione determinata la parallaſſe orizzontale del Sole, ch' è di $9''$ nelle diſtanze mezzane dalla terra.

AVVERTIMENTO IV.

329. Si noti finalmente che i luoghi A, e B delle oſſervazioni conviene che ſi ſcelgano quanto più è poſſibile diſtanti tra eſſi in longitudine; perchè quanto più ſono diſtanti in longitudine, tanto più ſenſibile rieſce l'archetto CD, e con maggiore eſattezza conſeguentemente ne riſultano le determinazioni delle parallaſſi orizzontali. Intanto procediamo all' altro metodo.

PROBL. XXI.

330. *Inſegnare il modo di determinare la parallaſſe orizzontale di qualunque corpo celeſte S, ſoggetto alla parallaſſe, coll' ajuto della ſua parallaſſe oraria.* So-

SOLUZIONE.

1. Si ſcelga una ſtella di nota declinazione, che appariſca tanto vicina al corpo S, da poter vedere l'una, e l'altro ſcorrere il campo d' un cannocchiale ſecondo la direzione d' un' iſteſſa retta, o ſecondo direzioni di rette vicine tra eſſe quanto più può riuſcire poſſibile, e parallele; giacchè i moti diurni de' corpi celeſti appariſcono fatti per cerchi, che ſenza ſenſibile errore ſi poſſono prendere per paralleli.

2. Adattato un orologio eſatto al moto medio del Sole, ſi determinino in una notte i tempi de' paſſaggi pel meridiano e della ſtella ſcelta, e del corpo S, e ſi notino.

3. Più ore dopo tali paſſaggi, o più ore prima de' ritorni di eſſi ſi dirigga un cannocchiale a sì fatti corpi, e cannocchiale, che abbia nel fuoco del ſuo obiettivo adattato l'ordigno, chiamato il *reticolo a quattro fili*; i quali fili s' interſecano nel centro, o ſia nell'aſſe del cannocchiale, facendo tra eſſi angoli ſemiretti, come il dimoſtra la *Fig.* 35. Fig.35

4. Diretto il cannocchiale ai detti corpi, ſi vada adattando il tubo, che porta il reticolo, in modo con girarlo alquanto ora da una banda, e ora dall'altra, e ora più, e ora meno, che appariſca il più occidentale de' detti corpi ſcorrere il campo del can-

cannocchiale ſecondo la direzione d' uno de' detti fili, per eſempio del filo AB.

5. Trovata tale ſituazione del detto tubo, e aſſicurateſene con replicate eſplorazioni, ſi muova il cannocchiale tanto, che il più occidentale de' detti corpi appariſca ricominciare a ſcorrere il campo del cannocchiale ſecondo la direzione di AB. Si vedrà l' altro corpo ſcorrere o per l' iſteſſa linea AB, o per una parallela ad eſſa. Sia LM tale parallela, e ſieno AB la linea, per cui appariſce ſcorrere la ſtella, ed LM quella, per cui appariſce ſcorrere il corpo S. Saranno corriſpondenti AB al parallelo della ſtella, LM al parallelo del corpo S, e 'l filo CD, perpendicolare ad AB, ed LM, ad un orario, motivo per cui chiameremo in ſeguito CD il *filo orario*.

6. Senza mutare più il ſito del cannocchiale, ſi vadano notando ſucceſſivamente i tempi, ne' quali la ſtella giugne al filo orario CD, e 'l corpo S va pervenendo prima al filo EF, indi al filo orario CD, e finalmente all' altro filo GH; e s' eſplori, per eſattezza dell' oſſervazione, ſe il tempo, in cui appariſce il corpo S ſcorrere PQ, uguaglia l' altro, in cui appariſce ſcorrere QR; altrimenti ſi replichi l' operazione, finchè sì fatti tempi rieſcano eſattamente uguali.

7. S' aſpettino i nuovi paſſaggi pel meridiano de' medeſimi corpi, e ſi determini-

ne

no pure i tempi, ne' quali succedono.

8. Contrassegnino HZO il meridiano del luogo, HO l'orizzonte razionale, EQ l'equatore, P il polo visibile, PD l'orario a cui corrisponde il filo orario della *Fig.* 35, e ZA il verticale, in cui apparisce il corpo S nel momento del suo passaggio pel detto filo. Sarà C il suo luogo apparente in tale momento. Or passando la stella, e 'l corpo S per punti dell' orario PD co' luoghi apparenti di essi, e punti vicinissimi, e conseguentemente per punti, dove soffrono uguali refrazioni: è facile ad intendere che, corrispondendo ne' momenti de' detti passaggi i luoghi apparenti de' detti corpi all' orario PD, ne' medesimi momenti debbono corrispondere il luogo vero dell' una, e 'l luogo ideale dell' altro pure a un istesso orario, o ad orarj sì poco distanti tra essi, che senza sensibile errore si possono prendere per un' istesso. Sia sì fatto orario PG. Sarà B il luogo ideale allora del corpo S, dovendosi sempre trovare il luogo apparente, e 'l luogo ideale nell' istesso verticale. E come il luogo vero d' un corpo celeste è sempre nell' istesso verticale col luogo apparente, e col luogo ideale; si supponga perciò essere V il luogo vero del corpo S nel momento, in cui il luogo apparente è C, e l' ideale è B; e per V s' intendano menati l' orario PF, e l' arco IL del parallelo procedente per V. Dinoterà Fig. 36

BV la *parallaſſe d' altezza*, appartenente al corpo S nel momento del ſuo paſſaggio pel detto filo orario, e conſeguentemente FG dinoterà la *parallaſſe d' aſcenſione retta*, o ſia la *parallaſſe oraria*, che l'appartiene nel medeſimo momento.

9. Trovandoſi nel momento del paſſaggio della ſtella pel filo orario il luogo apparente di eſſa nell'orario PD, e 'l luogo vero nell'orario PG, e pervenendo tali luoghi nel medeſimo momento al meridiano; ſe in ordine al tempo ſcorſo tra i due paſſaggi della ſtella pel meridiano, già determinati, o ſia in ordine al giorno ſidereo, al tempo ſcorſo tra 'l paſſaggio dell' iſteſſa ſtella pel filo orario, e 'l paſſaggio ſecondo pel meridiano, e alli gr. 360 della periferia dell' equatore, ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale determina l' arco EG dell'equatore, e conſeguentemente l'angolo orario ZPB.

10. Similmente trovandoſi nel momento del paſſaggio del corpo S pel filo orario il luogo apparente di eſſo nell'orario PD, e 'l luogo vero nell'orario PF, e pervenendo tali luoghi nel medeſimo momento al meridiano; ſe in ordine al tempo ſcorſo tra i due paſſaggi del detto corpo pel meridiano, già pure determinati, al tempo ſcorſo tra 'l paſſaggio del medeſimo corpo pel filo orario, e 'l paſſaggio ſecondo pel meridiano, e alli gr. 360 della periferia del parallelo, che allora

lora appariſce deſcrivere, ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale determina l'arco IV dell'iſteſſo parallelo, e conſeguentemente determina l'arco EF dell' equatore; e perciò determina pure l'angolo orario ZPV. E quindi, determinati gli archi EG, EF, reſta determinata colla differenza di eſſi la detta parallaſſe oraria FG del corpo S.

11. Si cerchi in oltre il quarto proporzionale in ordine al tempo ſcorſo tra i due paſſaggi pel meridiano del corpo S, già determinati, al tempo ſcorſo tra i paſſaggi dell'iſteſſo corpo pel filo EF, e 'l filo orario CD, e alli gr. 360 della periferia del parallelo, che il medeſimo corpo appariſce allora deſcrivere; tale quarto proporzionale determina l'arco dell'iſteſſo parallelo, e arco corriſpondente a PQ. Or, eſſendo PQ = QO, il detto arco deve uguagliare l'arco dell' orario, che tramezza tra la periferia del parallelo di S, e quella del parallelo della ſtella; il quale arco, ſebbene ſia quello, che tramezza tra le periferie de' detti paralleli procedenti per gli luoghi apparenti de' detti corpi, nondimeno ſi può ſenza ſenſibile errore prendere per quello, che tramezza tra le periferie de' paralleli procedenti per gli luoghi corretti dalla refrazione, o ſia tra la periferia del parallelo procedente pel luogo vero della ſtella, e quella del parallelo procedente pel luogo ideale del Fig. 35

del corpo S; vale a dire che il detto arco deve uguagliare la differenza, che paſſa tra la declinazione della ſtella, e quella del luo-
Fig.36 go ideale B del corpo S.

12. Per determinare l' arco del cerchio maſſimo, che uguaglia in grandezza l' arco del parallelo corriſpondente a PQ della *Fig.* 35., ſi cerchi il quarto proporzionale in ordine al raggio del cerchio maſſimo, al raggio del detto parallelo, che non può avere ſenſibile differenza dal raggio del parallelo, che appariſce deſcrivere la ſtella col ſuo luogo vero, a alli minuti trovati dell' arco corriſpondente a PQ, o ſia in ordine al ſeno maſſimo, al coſeno della declinazione della ſtella, e ai detti minuti; tale quarto proporzionale dà i minuti dell'arco da determinare di cerchio maſſimo, o ſia della differenza, che paſſa tra la declinazione della ſtella, e la declinazione del luogo ideale
Fig.36 B del corpo S.

13. Determinata tale differenza di declinazioni, con aggiugnerla alla declinazione della ſtella, o con ſottraerla da eſſa, ſecondo il caſo facile ad avvertire, ſi ha la declinazione del punto B; vale a dire che ſi ha l'arco BG, e conſeguentemente ſi rende noto l'arco PB.

14. Nel triangolo ſferico BZP, noto l' arco BP, determinato del modo già detto, noto l' arco PZ, complimento della latitudine del luogo terreſtre, e noto l' angolo BPZ,

BPZ, che ſi rileva del modo già inſegnato, ſi determinino il lato ZB, e l'angolo PZB.

15. Nel triangolo ſferico PZV, noti i due angoli VZP, VPZ, e 'l lato PZ, ſi determini il lato ZV. Si farà nota anche la parallaſſe d'altezza BV.

16. Finalmente in ordine al ſeno di BZ, al ſeno maſſimo, e alla parallaſſe d'altezza BV ſi cerchi il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà la cercata parallaſſe orizzontale del corpo S (§ 36 *del tom.* 2). Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

331. Si noti che nella ſoluzione dell'eſpoſto problema abbiamo ſuppoſto oſſervati i paſſaggi della ſtella, e del corpo S pel filo orario del cannocchiale, trovandoſi tali corpi dalla banda orientale. Chi ha compreſa l'eſpoſta ſoluzione, da ſe agevolmente comprende il come ſi deve procedere, qualora s'oſſervano i detti paſſaggi, trovandoſi i corpi dalla banda occidentale.

AVVERTIMENTO II.

332. Si noti pure che, determinata d'un corpo celeſte la parallaſſe oraria FG, determinata la declinazione del luogo ideale B, e determinato l'angolo orario BPZ, ſi può la parallaſſe orizzontale determinare coll'

ajuto d'una formola generale. Tale formola intanto si ha a questo modo. Si mettano il seno massimo = R, e la cercata parallasse orizzontale = X. Essendo pel § 84 *della Trig. sfer.*

sen. BZ : *sen.* PZ = *sen.* BPZ : *sen.* PBZ,

sarà

sen. BZ × *sen.* PBZ = *sen.* PZ × *sen.* BPZ.

In oltre pel § 36 *tom.* 2

R : *sen.* BZ = X : BV.

Dunque

$$\frac{1}{X} \times BV = \frac{1}{R} \times sen.\ BZ.$$

E perciò

$$\frac{1}{X} \times BV \times sen.\ PBZ =$$

$$\frac{1}{R} \times sen.\ BZ \times sen.\ PBZ = \frac{1}{R} \times sen.\ PZ \times sen.\ BPZ.$$

Or potendosi prendere il triangoletto sferico BLV, rettangolo in L, senza errore sensibile per triangolo rettilineo, sarà

R : *sen.* PBZ = BV : VL.

Sic-

Sicchè

$$R \times VL = BV \times \textit{sen.}\ PBZ.$$

Ma

$$\frac{1}{X} \times BV \times \textit{sen.}\ PBZ = \frac{1}{R} \times \textit{sen.}\ PZ \times \textit{sen.}\ BPZ.$$

Dunque

$$\frac{1}{X} \times R \times VL = \frac{1}{R} \times \textit{sen.}\ PZ \times \textit{sen.}\ BPZ.$$

Finalmente

$$R : \textit{cos.}\ BG = FG : VL.$$

Dunque

$$R \times VL = FG \times \textit{cos.}\ BG.$$

E perciò

$$\frac{1}{X} \times FG \times \textit{cos.}\ BG = \frac{1}{R} \times \textit{sen.}\ PZ \times \textit{sen.}\ BPZ.$$

Per la qual cosa la formola cercata sarà

$$X = \frac{R \times FG \times \textit{cos.}\ BG}{\textit{sen.}\ PZ \times \textit{sen.}\ BPZ},$$

ovvero

paral. oriz. =

(R × *paral. orar.* × cos. *decl. del luog. idea.* B) : (cos. *altez. del pol.* × sen. *ang. orar.* BPZ)

COROLLARIO I.

333. Quindi sarà la parallasse oraria, o sia la

paral. d' ascen. rett. =

(*paral. oriz.* × cos. *altez. del pol.* × sen. *ang. orar.* BPZ) : (R × cos. *decl. del luog. idea.* B).

Con tale formola adunque, data la parallasse orizzontale, data l' altezza del polo, dato l' angolo orario BPZ, e data la declinazione del luogo ideale B, si può determinare la parallasse d' ascensione retta.

COROLLARIO II.

334. Essendo in oltre R : *sen.* BZ = *paral. oriz.* : *paral. d' altez.* BV ; sarà

$$BV = \frac{1}{R} (\textit{paral. oriz.}) \times \textit{sen.}\ BZ).$$

Or pel § 122 della Trig. sferica sta BV : BL = *sen.* PV × *sen.* VZ : R × *cos.* PZ — *cos.* PV

PV x *cof.* ZV, o a un di preſſo BV : BL = *ſen.* BP x *ſen.* BZ : R x *cof.* PZ — *cof.* PB x *cof.* BZ . Sicchè la parallaſſe di declinazione BL = (BV (R x *cof.* PZ — *cof.* PB x *cof.* BZ)) : (*ſen.* PB x *ſen.* BZ) = (*paral. oriz.* x *ſen.* BZ (R x *cof.* PZ — *cof.* PB x *cof.* BZ)) : (R x *ſen.* PB x *ſen.* BZ).

PROBL. XXII.

335. *Inſegnare un altro metodo di determinare la parallaſſe orizzontale d' un corpo celeſte coll' ajuto ſolamente d' un eſatto orologio accomodato al moto medio del Sole, e d' un buon quadrante.*

SOLUZIONE.

1. In una notte ſi determinino del corpo celeſte l' altezza meridiana, e 'l tempo del paſſaggio pel meridiano; e dall' altezza meridiana, corretta dalla refrazione, ſi rilevi la declinazione, che avrà ſolamente l' alterazione della parallaſſe.

2. Più ore dopo il paſſaggio pel meridiano, o più ore prima del ritorno al meridiano ſi determinino dell' iſteſſo corpo l' altezza, e 'l tempo, in cui ha tale altezza; e sì fatta altezza ſi corregga pure dalla refrazione.

3. In ritornare il corpo al meridiano ſi determinino di nuovo l' altezza meridiana,

e 'l tempo del paſſaggio pel meridiano; e pure da tale altra altezza meridiana, corretta anche dalla refrazione, ſi rilevi la declinazione del corpo, che avrà pure la ſola alterazione della parallaſſe. Si farà noto il tempo medio ſcorſo tra i due paſſaggi del corpo pel meridiano, o ſia il tempo medio impiegato dal corpo nella rivoluzione diurna pel parallelo, che appariſce deſcrivere; e ſi farà nota altresì la variazione ſofferta dalla declinazione dell' iſteſſo corpo, alterata dalla ſola parallaſſe, durante il detto tempo.

4. Contraſſegnino del luogo delle oſſervazioni HZO il meridiano celeſte, HO l'orizzonte razionale, P il polo viſibile, e Z il zenit; e contraſſegnino di più EQ l' equatore, AZ il verticale, in cui è ſtato oſſervato il corpo fuori del meridiano, AC l' altezza apparente determinata, e AB l' altezza corretta dalla refrazione. Sarà noto l' arco BZ. Si ſupponga di vantaggio eſſere ſtata allora AV l' altezza vera del corpo celeſte; e s' intendano menati per V, e B gli archi orarj PF, PG, e per V l' arco IV del parallelo procedente per V. Si cerchi il quarto proporzionale in ordine al tempo medio ſcorſo tra i due determinati paſſaggi del corpo pel meridiano, al tempo medio ſcorſo tra 'l paſſaggio del vero luogo V dell' iſteſſo corpo dall' orario PF al meridiano PE, e ai gr. 360 della periferia del

Fig. 36

del parallelo descritto dal corpo, durante il primo de' detti tempi; tale quarto proporzionale determina l'arco IV, e conseguentemente l'arco EP dell'equatore; e perciò determina l'angolo orario VPZ.

5. Si cerchi il quarto proporzionale in ordine al tempo medio scorso tra i due determinati passaggi del corpo pel meridiano, al tempo scorso tra i due momenti notati nella prima, e seconda osservazione, e alla variazione sofferta dalla declinazione del corpo, durante il primo de' detti tempi; tale altro quarto porzionale dà di quanto si deve accrescere, o diminuire, secondo il caso facile ad avvertire, la declinazione trovata in conseguenza della prima osservazione, e corretta dalla refrazione, per avere la declinazione BG del luogo ideale B. Onde si fa noto anche l'arco BP.

6. Nel triangolo BZP, noti i tre lati, coll' ajuto della Trig. sfer, si determini l' angolo azzimuttale BZP.

7. Nel triangolo VZP, noti i due angoli VZP, VPZ già determinati, e 'l lato PZ compreso, si determini l'arco ZV. Si farà nota la parallasse d' altezza BV colla differenza degli archi noti BZ, VZ.

8. Finalmente si cerchi il quarto proporzionale in ordine al seno di BZ, al seno massimo, e alla parallasse BV d'altezza già determinata. Tale quarto proporzionale dà la cercata parallasse orizzontale.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

336. Eſpoſti i metodi di determinare la parallaſſe orizzontale d' un corpo celeſte, adattabili ad ogni corpo celeſte, ſoggetto a parallaſſe, ſi dovrebbero ora ſoggiugnere i metodi ſpeziali, adattabili a ſpeziali pianeti; ma dal ciò fare ci aſteniamo per ora, dovendoſi eſporre ne' luoghi opportuni, quando ne ſaranno ſviluppate le teoriche, dalle quali derivano. E' da ſapere intanto che la determinazione eſatta della parallaſſe orizzontale d' ogni corpo celeſte, ſoggetto a parallaſſe, è della maſſima importanza per l' Aſtronomia, sì perchè coll' ajuto della parallaſſe orizzontale d' un corpo celeſte ſi determina la parallaſſe, che l' appartiene a qualunque altezza ideale, trovando il quarto proporzionale in ordine al ſeno maſſimo, al coſeno dell' altezza ideale, e alla parallaſſe orizzontale (§ 36 *del tom.* 2); come anche perchè coll' ajuto della ſteſſa parallaſſe orizzontale d' un corpo celeſte ſi determina in ſemidiametri terreſtri la diſtanza del medeſimo corpo dal centro della terra; il che s' ottiene con dividere per la parallaſſe orizzontale il numero coſtante 57°. 17'. 44'', o ſia il numero 206264'' (§ 42 *del tom.* 2). Per la qual coſa, poſte la parallaſſe orizzontale della Luna, quale è a

Pari-

Parigi nelle ſue medie diſtanze = 57′. 3″ = 3423″, la parallaſſe orizzontale di Marte = 23″. 6, e la parallaſſe orizzontale di Venere = 36″. 8, ſaranno in ſemidiametri terreſtri la diſtanza dal centro della terra

della Luna nelle medie diſtanze	=	60 $\frac{5}{6}$
di Marte	=	8740
di Venere	=	5605.

AVVERTIMENTO II.

337. Si noti pure che la parallaſſe orizzontale d'un corpo celeſte varia di miſura, variando la diſtanza di eſſo corpo dal centro della terra, accreſcendoſi l' una a proporzione che l' altra ſi diminuiſce. Di fatto, poſte d' un corpo celeſte la parallaſſe orizzontale = P, e la ſua diſtanza dal centro della terra = D, è $P = \frac{1}{D}(57^{\circ}.\ 17'.\ 44'')$ (§ 42 *del tom.* 2). Onde variandoſi la diſtanza D, ſi deve variare anche la miſura della parallaſſe orizzontale P. Del reſto, determinata d' un corpo celeſte la parallaſſe orizzontale P a una ſua diſtanza D dal centro della terra, è facile a determinarla relativamente a qualunque altra ſua diſtanza M dal medeſimo centro della terra; poichè ſi ha

ha con trovare il quarto proporzionale in ordine ad M, a D, e a P.

CAP. VIII.

S' insegna a determinare coll' ajuto d' osservazioni le opposizioni, e le congiunzioni col Sole de' pianeti primarj.

PROBL. XXIII.

338. *Insegnare il modo di determinare coll' ajuto d' osservazioni il tempo, e 'l luogo d' una opposizione col Sole di qualunque pianeta superiore.*

SOLUZIONE.

1. Quando si conosce d' essere un pianeta superiore prossimo all' opposizione col Sole, il che s' argomenta dal vederlo passare pel meridiano poco dopo la mezza notte; accomodato un orologio esatto al moto medio del Sole, e regolato col mezzogiorno, si determini tanto il momento del suo passaggio pel meridiano, quanto la sua altezza meridiana.

2. Si cerchi l' ascensione retta del Sole pel

pel mezzodì vero, che ha preceduto il detto momento, e s'accreſca dell' avanzo fatto fino all' iſteſſo momento. S' avrà in tal modo l' aſcenſione retta del Sole pel medeſimo detto momento.

3. All' iſteſſa aſcenſione retta del Sole pel detto mezzodì s' aggiungano i gradi, e minuti dell' arco dell' equatore, che ha dovuto ſcorrere pel meridiano dall' iſteſſo mezzodì fino al detto momento. S' avrà in tale altro modo l' aſcenſione retta, conveniente al pianeta pel momento del ſuo paſſaggio pel meridiano.

4. Dalla determinata altezza meridiana del pianeta, corretta dalla refrazione, e dalla parallaſſe, ſe ne ha ſenſibile, e paragonata coll' altezza dell' equatore relativamente al luogo delle oſſervazioni, ſi rilevi la declinazione del pianeta per l' iſteſſo detto momento.

5. Si rilevino di più pel medeſimo momento la longitudine, e la latitudine del pianeta dall' aſcenſione retta, e dalla declinazione, già determinate, e la longitudine del Sole dall' aſcenſione retta ſua, e dall' obbliquità dell' eclittica. S' avranno per l' iſteſſo detto momento la longitudine, e la latitudine del pianeta, e la longitudine del Sole.

Se le longitudini determinate del pianeta, e del Sole ſi trovano differire di gr. 180, ſi conclude d' eſſer ſtato il pianeta in oppoſizio-

lizione col Sole nel momento del ſuo oſſervato paſſaggio pel meridiano, e d' eſſere accaduta l' oppoſizione col Sole nel luogo indicato dalla determinata longitudine del pianeta. Se poi ſi trova la detta differenza di longitudini maggiore di gr. 180; allora

6. Si replichi l' oſſervazione nella notte ſeguente, e ſi ripetino i ſimili calcoli già fatti; e ciò ſi vada facendo più volte, finchè s' incontri per le oſſervazioni d' una notte la detta differenza di longitudini eſſere alquanto maggiore di gr. 180, e per quelle della notte ſeguente eſſere alquanto minore.

7. Si mettano il tempo, in cui ſi trova la differenza delle longitudini del pianeta, e del Sole alquanto maggiore di gr. 180 = A, quello, in cui ſi trova minore = B, e la differenza di tali tempi, o ſia il tempo impiegato dal pianeta in una ſua rivoluzione diurna = T; e ſi rilevino dalle longitudini già determinate per gli tempi A, e B di quanto nel tempo T la longitudine del pianeta retrogrado s' è diminuita, e di quanto quella del Sole s' è accreſciuta. S' avrà colla ſomma di tale diminuzione d' una longitudine, e accreſcimento dell' altra la variazione accaduta, durante il tempo T, tra la longitudine del pianeta, e quella del Sole; la quale variazione per chiarezza mettiamo = V.

8. Or dovendo dal tempo A fino al momen-

mento dell' oppoſizione tra le longitudini del pianeta, e del Sole per una variazione della miſura, che dinota l'eccesſo della differenza di quella, che hanno nel tempo A, ſu i gra. 180; mettendo tale variazione = W, e cercando in ordine a V, a W, e a T il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà il tempo da aggiugnere ad A, per avere quello dell' oppoſizione. Sicchè aggiugnendo ad A il detto quarto proporzionale, che per chiarezza mettiamo = M, la ſomma A + M dà il tempo cercato dell' oppoſizione del pianeta col Sole.

9. Finalmente in ordine al tempo T, al tempo M, e alla diminuzione ſofferta dalla longitudine del pianeta durante il tempo T ſi cerchi il quarto proporzionale; ſi ha in tal modo la diminuzione ſofferta dalla longitudine del pianeta, durante il tempo M. Onde togliendo tale quarto proporzionale dalla longitudine del pianeta pel tempo A, ſi ha la longitudine cercata del pianeta pel momento dell' oppoſizione. Similmente in ordine al tempo T, al tempo M, e all' accreſcimento acquiſtato dalla longitudine del Sole, durante il tempo T, ſi cerchi il quarto proporzionale; ſi ha pure con tale altro quarto proporzionale l' accreſcimento acquiſtato dalla longitudine del Sole, durante il tempo M. E perciò aggiugnendo tale quarto proporzionale alla longitudine del Sole

pel

pel tempo A, ſi ha la longitudine del Sole pel momento dell' oppoſizione; la quale longitudine deve differire dalla già determinata del pianeta pel medeſimo momento di gr. 180. Ch' è quanto biſognava inſegnare.

ESEMPIO.

Il famoſo Caſſini da più paſſaggi di Saturno, e del Sole pel meridiano, offervati in Luglio del 1725, e da più altezze meridiane determinate dell' iſteſſo Saturno rilevò d' eſſere ſtate nel 10 del detto meſe a $12^{or.}.\ 1'.\ 36''$ la

longit. di Saturno $= 9^{s}.\ 18^{o}.\ 51'.\ 28''$
latitu. auſtr. di Satur. $=\quad\quad 7'.\ 6''$
longit. del ☉ $= 3^{s}.\ 18^{o}.\ 28'.\ 2''$,

le quali due longitudini di Saturno, e del Sole differiſcono di $6^{s}.\ 0^{o}.\ 23'.\ 26''$, vale a dire di $23'.\ 26''$ più di gr. 180; e d' eſſere ſtate nel 11 dell' iſteſſo meſe a $11^{or.}.\ 57'.\ 12''$ la

longit. di Saturno $= 9^{s}.\ 18^{o}.\ 46'.\ 44''$
latit. auſtr. di Satur. $=\quad\quad 6'.\ 57''$
longit. del ☉ $= 3^{s}.\ 19^{o}.\ 25'.\ 4''$;

le quali due altre longitudini di Saturno, e del Sole differiſcono di $5^{s}.\ 29^{o}.\ 21'.\ 40''$, vale a dire di $38'.\ 16''$ meno di gr. 180.

Ecco-

Eccone la continuazione del

CALCOLO.

Tempo II° = 11 Luglio 11^{or}. 57'. 12''
Tempo I° = 10 Luglio 12 . 1 . 36 sot.

Tempo T = 23^{or}. 55'. 36'' .

In oltre

Long. di Saturno { I^{a} = 9^{s}. 18°. 51'. 28'' / II^{a} = 9 . 18 . 46 . 44 sott.

Diminuz. sofferta nel tempo T = 4'. 44''

Similmente

Long. del ☉ { II^{a} = 3^{s}. 19°. 25'. 4'' / I^{a} = 3^{s}. 18 . 28 . 2 sott.

Accresci. nel tempo T = 57'. 2''

Sicchè

4'. 44''
57 . 2 agg.

V = 1°. 1'. 46'' .

E' di più W = 23'. 26". Dunque cercando in ordine a 1°. 1', 46", a 23'. 26", e a 23or.. 55'. 36" il quarto proporzionale, ſi ha M = 9or.. 5'. E perciò il tempo dell' oppoſizione di Saturno col Sole fu il 10 Luglio 12or.. 1'. 36", aggiuntevi 9or.. 5', cioè il 10 Luglio 21or.. 6'.. 36". Finalmente eſſendoſi nel tempo di 23or.. 55'. 36" diminuita la longitudine di Saturno retrogrado di 4'. 44", e accreſciuta quella del Sole di 57'. 2", dovette in 9or.. 5' diminuirſi quella di Saturno di 1'. 48", e accreſcerſi quella del Sole di 21'. 39". E perciò nel momento dell' oppoſizione di Saturno col Sole dovette allora eſſere la longitudine

Si Saturno = 9s. 18°. 49'. 40"
del ☉ = 3 . 18 . 49 . 41 .

COROLLARIO.

339. Eſſendoſi diminuita allora la latitudine auſtrale di Saturno nel tempo di 23or.. 55'. 36" di 9", nel tempo di 9or.. 5' dovette diminuirſi di 3". Sicchè la latitudine auſtrale di Saturno nel momento della detta oppoſizione dovette eſſere di 7'. 3".

AVVERTIMENTO I.

340. L'eſempio addotto è quello, che ſi tro-

trova nella pagina 348 dell' Aſtronomia del famoſo Caſſini. Se non s' è addotto l' intero calcolo, è ſtato per evitare un fallo, che vi ſi trova; avendo il Caſſini determinata l' aſcenſione retta del pianeta pel momento del ſuo paſſaggio pel meridiano, con aggiugnere i gradi, e i minuti dell' arco dell' equatore, ſcorſo pel meridiano fino al detto momento dal mezzodì precedente, non all' aſcenſione retta del Sole pel medeſimo mezzodì, ma a quella, che l' apparteneva nel detto momento del paſſaggio del pianeta pel meridiano.

AVVERTIMENTO II.

341. Si noti che l' aſcenſione retta del pianeta, e la declinazione ſi poſſono determinare pure coll' ajuto di qualche ſtella vicina del modo inſegnato nel capo precedente in occaſione delle determinazioni delle parallaſſi de' corpi celeſti.

AVVERTIMENTO III.

342. Si noti pure che gli Aſtronomi prima dell' invenzione degli orologj a pendolo, in determinare le oppoſizioni de' pianeti ſuperiori, ſi avvalſero per determinare l' aſcenſione retta, e la declinazione d' un pianeta delle diſtanze dell' iſteſſo pianeta da due ſtelle, che determinavano con uno ſtrumento

quanto incomodo nella pratica, altrettanto difficile a ſomminiſtrare eſatte determinazioni.

AVVERTIMENTO IV.

343. Si noti finalmente che da ciò, che s'è inſegnato nell' eſpoſto probl., ſi rileva in che modo coll' ajuto d' oſſervazioni ſi poſſono per qualunque tempo determinare la longitudine, e la latitudine geocentriche d' un pianeta ſuperiore. Procediamo intanto al modo di determinare le congiunzioni de' pianeti primarj col Sole coll' ajuto anche d' oſſervazioni. Perciò ſia il

PROBL. XXIV.

344. *Inſegnare il modo di determinare coll' ajuto d' oſſervazioni il tempo, e 'l luogo d' una congiunzione col Sole di qualſiſia pianeta primario.*

SOLUZIONE.

Tre caſi ſi poſſono dare. 1. Se il pianeta è pianeta ſuperiore. 2. Se è pianeta inferiore, e la congiunzione è anche inferiore. 3. Se è pianeta inferiore, e la congiunzione è ſuperiore. In tutti e tre tali caſi:

1. Quando ſi conoſce d' eſſere un pianeta proſſimo alla congiunzione col Sole; accomo-

modato un orologio esatto al moto medio del Sole, e regolato col mezzogiorno, si cerchi il suo passaggio pel meridiano, che sarà poco dopo il mezzodì nel primo, e secondo caso, e poco prima nel terzo caso; e si determini tanto il momento di tale passaggio, quanto l' altezza meridiana.

2. Si cerchi l' ascensione retta del Sole pel mezzodì vero, che anticipa, o posticipa alquanto il detto momento, e s' accresca, o diminuisca della variazione, che soffre nell' intervallo, per cui il mezzodì anticipa, o posticipa il medesimo momento. S' avrà in tal modo l' ascensione retta del Sole per l' istesso detto momento.

3. L' istessa ascensione retta del Sole pel detto mezzodì s' accresca, o diminuisca della misura dell' arco dell' equatore, che scorre pel meridiano nell' intervallo, per cui l' istesso mezzodì anticipa, o posticipa il detto momento. S' avrà in tale altro modo l' ascensione retta del pianeta pel momento del suo passaggio pel meridiano.

4. Si proceda come nel probl. prec., e si rilevino pel momento del passaggio del pianeta pel meridiano la longitudine, e la latitudine del pianeta, e la longitudine altresì del Sole.

Se le longitudini determinate del pianeta, e del Sole si trovano uguali, si conchiude d' essere stato il pianeta in congiunzione col Sole nel momento del suo osser-

vato paſſaggio pel meridiano, e d' eſſere accaduta la congiunzione col Sole nel luogo indicato dalle determinate longitudini. Se poi ſi trovano alquanto diſuguali, e quella del pianeta alquanto maggiore nel primo, e ſecondo caſo, o alquanto minore nel terzo caſo; allora

5. Si replichi l' oſſervazione nel giorno ſeguente, e ſi ripetino i ſimili calcoli già fatti; e ciò ſi vada facendo più volte, finchè s' incontri per le oſſervazioni d'un giorno eſſere la longitudine del pianeta alquanto maggiore di quella del Sole nel primo, e ſecondo caſo, o alquanto minore nel terzo caſo, e per le oſſervazioni del giorno ſeguente eſſere alquanto minore nel primo, e ſecondo caſo, o alquanto maggiore nel terzo caſo.

6. Si mettano il tempo, in cui ſi trova la longitudine del pianeta alquanto maggiore di quella del Sole nel primo, e ſecondo caſo, o alquanto minore nel terzo caſo = A, quello, in cui ſi trova alquanto minore nel primo, e ſecondo caſo, o alquanto maggiore nel terzo caſo = B, e la differenza di tali tempi, o ſia il tempo impiegato dal pianeta in una rivoluzione diurna = T; e ſi rilevino dalle longitudini già determinate per gli tempi A, e B di quanto nel tempo T la longitudine del pianeta s'è accreſciuta nel primo, e terzo caſo, procedendo diretto, o diminuita nel ſecondo caſo

ſo, procedendo di moto retrogrado, e di quanto s' è accreſciuta quella del Sole. S' avrà colla differenza di tali accreſcimenti, o colla ſomma della diminuzione d' una longitudine, e dell' accreſcimento dell' altra la variazione accaduta, durante il tempo T, tra la longitudine del pianeta, e quella del Sole; la quale variazione per chiarezza mettiamo = V.

7. Or dovendoſi dal tempo A fino al momento della congiunzione tra le longitudini del pianeta, e del Sole fare una variazione della miſura, che dinota l' eccesſo, o difetto della longitudine del pianeta pel momento A ſu quella del Sole; mettendo tale variazione = W, e cercando in ordine a V, a W, e a T il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà il tempo da aggiugnere ad A, per avere quello della congiunzione. Sicchè aggiugnendo ad A il detto quarto proporzionale, che per chiarezza mettiamo = M, la ſomma A + M dà il tempo cercato della congiunzione del pianeta col Sole.

8. Finalmente in ordine al tempo T, al tempo M, e all' accreſcimento, o diminuzione ſofferta dalla longitudine del pianeta, durante il tempo T, ſi cerchi il quarto proporzionale; ſi ha in tal modo l' accreſcimento acquiſtato, o la diminuzione ſofferta dalla longitudine del pianeta, durante il tempo M. Onde aggiugnendo tale quar-

to proporzionale alla longitudine del pianeta pel tempo A nel primo, e terzo caso, o sottraendolo da essa nel caso secondo, si ha la longitudine cercata del pianeta pel momento della congiunzione. Similmente in ordine al tempo T, al tempo M, e all'accrescimento acquistato dalla longitudine del Sole, durante il tempo T, si cerchi il quarto proporzionale; si ha pure con tale altro quarto proporzionale l'accrescimento acquistato dalla longitudine del Sole, durante il tempo M. E perciò aggiugnendo sì fatto quarto proporzionale alla longitudine del Sole pel tempo A, si ha la longitudine del Sole pel momento della congiunzione; la quale longitudine deve uguagliare la già determinata del pianeta pel medesimo momento. Ch' è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

345. Si noti che dovendosi i pianeti primarj, per le determinazioni delle congiunzioni col Sole, osservare di giorno, e non di notte, senza l'ajuto di cannocchiale tali osservazioni non è possibile che si possano eseguire. Quindi s' intende perchè gli antichi, che ci hanno lasciate le determinazioni di più opposizioni de' pianeti superiori, fatte in conseguenza d' osservazioni, non ci hanno in conseguenza d' osservazioni lasciate neppure una congiunzione determinata nè di pia-

pianeta ſuperiore, nè di pianeta inferiore.

AVVERTIMENTO II.

346. Si noti pure che, con determinare le oppoſizioni, e le congiunzioni de' pianeti primarj in conſeguenza d' oſſervazioni, ſi hanno in conſeguenza d' oſſervazioni i luoghi di sì fatti pianeti veduti dalla terra, quali ſi vedrebbero dal Sole; il che ci ſomminiſtra il vantaggio di poter procedere alle altre determinazioni da fare circa gli ſteſſi pianeti, come ſi vedrà in ſeguito. Gli antichi, a' quali mancavano le determinazioni delle congiunzioni de' pianeti in conſeguenza d' oſſervazioni, per procedere alle altre determinazioni circa i pianeti inferiori, ricorſero alle determinazioni delle maſſime elongazioni dal Sole di sì fatti pianeti; perſuaſi che, determinandoſi il luogo geocentrico d' un pianeta inferiore in una ſua maſſima elongazione dal Sole, reſtaſſe anche determinato il luogo eliocentrico; il che è aſſolutamente falſo, verificandoſi ciò nel ſolo caſo, che le orbite de' pianeti inferiori foſſero cerchi, che aveſſero il Sole nel centro, e che foſſero di più nel piano dell' eclittica, vale á dire nel caſo, che non ha luogo in natura.

AVVERTIMENTO III.

347. Che nel detto caſo con determinare in una maſſima elongazione dal Sole d'un pianeta inferiore il luogo geocentrico, reſterebbe determinato anche il luogo eliocentrico, è facile a dimoſtrarlo. Si ſupponga eſſere il cerchio ABC l'orbita di Venere; e ſi ſupponga che tale orbita ſia nel piano dell'eclittica, e che abbia il Sole nel ſuo centro S. Si ſupponga in oltre eſſere la terra in T in una maſſima elongazione di Venere dal Sole. Apparirà allora Venere in una retta procedente da T tangente la ſua orbita. Sia TB tale retta. Sarà allora Venere in B. S' intendano congiunte le rette ST, SB. Determinando in conſeguenza d' oſſervazioni pel momento della ſuppoſta maſſima elongazione di Venere dal Sole la ſua longitudine geocentrica, e calcolando quella del Sole pel medeſimo momento; colla differenza di tali longitudini ſi farebbe noto l' angolo STB, elongazione maſſima di Venere dal Sole. E' noto anche l'angolo TBS, come retto. Dunque noto ſi farebbe pure l'angolo TSB, elongazione di Venere dalla terra, guardata Venere dal Sole. E perciò eſſendo noto il luogo della terra guardata dal Sole, come oppoſto al luogo del Sole guardato dalla terra, noto ſi farebbe il luogo di Venere

Fig. 37

guar-

guardato dal Sole . Per la qual cosa nel ſuppoſto caſo con determinare il luogo geocentrico di Venere in qualunque ſua maſſima elongazione dal Sole , reſterebbe determinato anche il ſuo luogo eliocentrico: anzi come nel triangolo rettangolo TBS ſarebbero noti non ſolamente tutti gli angoli , ma anche il lato TS , diſtanza della terra dal Sole; che ſi può per ogni momento determinare; con determinare i lati SB, TB , ſi farebbero note le diſtanze di Venere e dal Sole, e dalla terra.

AVVERTIMENTO IV.

348. Mancano intanto alle orbite de' pianeti inferiori tutte e tre le ſuppoſte condizioni: onde con determinare il luogo geocentrico d'un pianeta inferiore in una maſſima elongazione dal Sole, non può in conto alcuno reſtare determinato il ſuo luogo eliocentrico anche nel caſo , che il pianeta ſi trovaſſe nel ſuo afelio , o nel ſuo perielio. Di fatto contraſſegnino ABPC l'orbita Fig.38
di Venere, AP la linea degli apſidi, ed S il Sole. Si ſupponga Venere nel perielio P nel momento d' una ſua maſſima elongazione dal Sole , trovandoſi la terra in T , e s' intendano congiunte le rette TP , TS ; ſarà il triangolo TPS rettangolo in P . Si ſupponga in oltre dal punto P calata ſul piano dell'eclittica la perpendicolare PQ, e

ſi

ſi ſuppongano congiunte le rette TQ, SQ. Eſſendo retti i tre angoli SPT, SQP, e TQP, ſarà il quadrato di TS uguale alla ſomma de' quadrati di SP, PT, e conſeguentemente maggiore de' quadrati di SQ, QT di quanto è il doppio del quadrato di PQ; e perciò l'angolo TQS è ottuſo. Or determinandoſi in conſeguenza d' oſſervazioni l' angolo della ſuppoſta elongazione maſſima di Venere dal Sole, non ſi ha l' angolo STP, ma l' angolo STQ. Onde, non eſſendo il triangolo TQS rettangolo in Q, dall' angolo STQ determinato non ſi può rilevarne l'angolo TSQ; e conſeguentemente dal luogo geocentrico di Venere determinato nel ſuppoſto caſo non ſi può rilevarne il luogo eliocentrico, e molto meno ſi poſſono rilevare le diſtanze curtate QS, QT, che ha allora Venere dal Sole, e dalla terra. Quindi anche nel caſo, che Venere ſia in una maſſima elongazione dal Sole nel ſuo perielio, o nel ſuo afelio, dalla longitudine geocentrica, che l'appartiene allora, determinata in conſeguenza d' oſſervazioni, non ſe ne poſſono rilevare nè la longitudine eliocentrica, nè le ſue diſtanze curtate dal Sole, e dalla terra, come s'è dalla comune degli Aſtronomi creduto.

AVVERTIMENTO V.

349. Si noti di vantaggio che non ci pren-

prendiamo la pena d' insegnare il modo di determinare le massime elongazioni dal Sole de' pianeti inferiori, sì perchè facilmente si comprende da quanto s' è fin qui insegnato; come anche perchè non stimiamo opportuno intertenerci in determinazioni, che non conducono al fine, a cui sono state destinate. E si noti altresì ch' essendo state dagli antichi Astronomi fondate le teoriche de' moti periodici de' pianeti inferiori sulle determinazioni de' luoghi eliocentrici, e delle distanze di essi dal Sole, e dalla terra, rilevate dalle determinazioni delle massime elongazioni di essi dal Sole: è facile ora ad intendere d' essere state tali teoriche fondate su falsi fondamenti. Onde non è da maravigliarsi, se tali teoriche ci sieno state dagli antichi tramandate assai difettose.

AVVERTIMENTO VI.

350. Dovrei qui soggiugnere quanto occorre determinare circa i passaggi innanzi il disco solare di Venere, e di Mercurio; ma dal ciò fare per ora m' astengo, per trattare tale soggetto in luogo più opportuno, quando saranno sviluppate le teoriche, che ne abbisognano. Procediamo intanto alle determinazioni de' tempi periodici, e de' moti medii de' pianeti primarj. Perciò sia il

CAP. IX.

Delle determinazioni de' tempi periodici, e de' moti medii de' pianeti primarj.

DEFINIZIONE.

351. Chiameremo relativamente a qualunque pianeta primario *oppoſizioni*, o *congiunzioni limitative d' un ſuo periodo* due oppoſizioni, o due congiunzioni, l' una, che ſi conſidererà come principio d' un periodo del pianeta, e l' altra, che ſarà la prima a ſuccedere, terminato l' iſteſſo periodo.

COROLLARIO.

352. Potendoſi d' un pianeta ogni oppoſizione col Sole, o congiunzione conſiderare come principio d' un ſuo periodo; avrà d' un pianeta ogni oppoſizione col Sole, o congiunzione la corriſpondente oppoſizione, o congiunzione limitativa del ſuo periodo.

AVVERTIMENTO I.

353. Nell' Aſtronomia del Caſſini, come an-

anche in quella nel de la Lande si trovano registrate delle serie d' oppoſizioni di Saturno, e di Giove, e oppoſizioni, che ſono ſtate per molti anni ſucceſſivi in conſeguenza d' oſſervazioni determinate. Or ſe nella ſerie di quelle di Saturno, per eſempio, ſe ne prende una per principio d' un periodo di tale pianeta; la longitudine, che ſi trova aver avuto Saturno allora, ci fa conoſcere nell' iſteſſa ſerie qual' è di tale oppoſizione la corriſpondente oppoſizione limitativa del medeſimo periodo; eſſendo quella, in cui la longitudine di Saturno, dopo aver compito l' intero giro dell' eclittica, ſi trova la più proſſima in eccesſo alla longitudine anzi detta.

AVVERTIMENTO II.

354. Per riguardo di Marte ogni oppoſizione col Sole ha per corriſpondente oppoſizione limitativa del ſuo periodo l' oppoſizione, che immediatamente ſegue. Di fatto contraſſegni ACF l' orbita della terra, Fig. 39
LNQ quella di Marte, ed S il Sole. Si ſupponga nel tempo d' una oppoſizione di Marte col Sole eſſere la terra in A; ſarà Marte in L. Dopo un anno la terra torna in A, fatta una ſua rivoluzione periodica, e Marte s' oſſerva circa la ſua congiunzione col Sole, e conſeguentemente circa il punto O; e dopo ſcorſi alquanto due anni s' oſſer-

ossérva di nuovo Marte in oppoſizione col Sole. Sia B il luogo della terra in tale altra oppoſizione di Marte col Sole; ſarà M il luogo di Marte: E perciò due oppoſizioni di Marte, che ſi ſuccedono immediatamente l'una dopo l'altra, ſono oppoſizioni limitative d'un periodo di sì fatto pianeta.

AVVERTIMENTO III.

355. Per riguardo poi di Venere due ſue congiunzioni col Sole, che ſi ſuccedono immediatamente l'una dopo l'altra, però una ſuperiore, e l'altra inferiore, ſono congiunzioni limitative d'un periodo di tale pianeta. Di fatto contraſſegnino LNQ l'orta della terra, ACF quella di Venere, ed S il Sole. Si ſupponga nel tempo d'una congiunzione ſuperiore di Venere col Sole eſſere la terra in O; ſarà Venere in A. Dopo circa 9 meſi s'oſſerva Venere in congiunzione inferiore col Sole. Or ſe in tale tempo ſi ſuppone eſſere M il luogo della terra, B deve eſſere il luogo, dove deve eſſere pervenuta Venere, fatta una ſua rivoluzione periodica. Per la qual coſa due congiunzioni di Venere col Sole, che immediatamente ſi ſeguono, però una ſuperiore, e l'altra inferiore, ſono congiunzioni limitative d'un periodo dell'iſteſſa Venere.

AV-

AVVERTIMENTO IV.

356. Per riguardo finalmente di Mercurio due ſue congiunzioni col Sole, tutte e due ſuperiori, o tutte e due inferiori, che ſi ſeguono immediatamente, ſono congiunzioni limitative d' un periodo di tale altro pianeta. Di fatto contraſſegnino LNQ l'orbita della terra, ACF quella di Mercurio, ed S il Sole. Si ſupponga nel tempo d'una congiunzione ſuperiore di Mercurio col Sole eſſere la terra in L; ſarà Mercurio in D. Dopo circa 4 meſi s' oſſerva Mercurio di nuovo in congiunzione ſuperiore col Sole. Or ſe in tale tempo ſi ſuppone eſſere N il luogo della terra, F deve eſſere il luogo, dove deve eſſere pervenuto Mercurio, fatta una ſua rivoluzione periodica. Quindi due congiunzioni ſuperiori di Mercurio col Sole, che immediatamente ſi ſuccedono l' una dopo l' altra, ſono congiunzioni limitative d' un periodo di sì fatto pianeta. L' iſteſſo ſi dimoſtra, ſe le congiunzioni ſi ſuppongono ambedue inferiori. Premeſſe intanto tali coſe, procediamo ora al ſeguente generale

PROBL. XXV.

357. *Inſegnare il modo di determinare il tempo periodico di qualunque pianeta primario.*

So-

SOLUZIONE.

1. Nella ſerie delle determinazioni delle oppoſizioni col Sole, trattandoſi di pianeta ſuperiore, o di congiunzioni, trattandoſi di pianeta inferiore, fatte in conſeguenza d'accurate oſſervazioni, ſe ne ſcelgano due, che ſieno oppoſizioni, o congiunzioni limitative d' un periodo del pianeta, di cui ſi vuole determinare il tempo periodico; e ſe ne rilevi tanto il tempo ſcorſo tra le ſcelte determinazioni, quanto il moto in longitudine avuto dal pianeta, durante tale tempo.

2. In ordine a tale moto, alli gr. 360 dell' intera periferia dell'eclittica, e al tempo già rilevato ſi cerchi il quarto proporzionale. S' avrà con tale quarto proporzionale a un di preſſo il tempo periodico del pianeta.

3. Si ſcelgano due altre oppoſizioni col Sole dell' iſteſſo pianeta, trattandoſi di pianeta ſuperiore, o due altre congiunzioni col Sole, trattandoſi di pianeta inferiore, ed oppoſizioni, o congiunzioni accuratamente determinate, e determinate in tempi rimoti l'uno dall' altro, quanto più rieſce poſſibile; e ſi rilevi tanto il tempo ſcorſo tra le due ſcelte oppoſizioni, o congiunzioni, quanto il moto in longitudine avuto dal pianeta, durante tale tempo; il quale moto

to ſi ricava dal numero delle rivoluzioni intere, che ha dovuto intanto fare il pianeta, e che ſi argomentano dal tempo periodico già a un di preſſo determinato, e dal di più, che non giugne a un' intera rivoluzione, e che le longitudini avute nelle ſcelte oppoſizioni, o congiunzioni dinotano.

4. Finalmente in ordine al determinato moto in longitudine, alli gr. 360 dell' intera periferia dell' eclittica, e al tempo già determinato ſi cerchi un altro quarto proporzionale.

Darà tale altro quarto porpozionale con maggiore eſattezza il tempo periodico cercato. Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

ESEMPIO I.

Sia da determinare il tempo periodico di Saturno.

Nella ſerie delle oppoſizioni di Saturno col Sole, rapportata dal Caſſini, ſi hanno le ſeguenti oppoſizioni limitative d' un periodo di Saturno, una delle quali è accaduta nel 1702 a 29 Settem. $8^{or}.\ 51'$, e l' altra è accaduta nel 1732 a 6 Ottob. $0^{or}.\ 26'$; e di più la longitudine di Saturno è ſtata nella prima di tali oppoſizioni di $6°.\ 9'.\ 30''$, e nella ſeconda di $13°.\ 27'.\ 20''$. Ciò poſto, procediamo al

CALCOLO.

an. 1732 . Ottob. 6 gior. 0 or. . 26'
an. 1702 . Settem. 29 . 8 . 51 sott.

Diff. = an. 30 . 6 gior. . 15 or. . 35'.

Di tali anni 30 ne sono stati 8 bisestili. Sicchè la determinata differenza importa anni comuni 30 . 14 gior. . 15 or. . 35', ovvero gior. 10964. 15 or. . 35', o pure 15789095'. Di più

13° . 27' . 20"
6 . 9 . 30 sott.

Resid. = 7° . 17' . 50" agg.
360°.

Som. = 367° . 17' . 50".

Sicchè il moto in longitudine avuto da Saturno dalla prima delle dette opposizioni fino alla seconda è stato di 367° . 17' . 50", o sia di 1322270".

Si cerchi adunque in ordine a 1322270", a 360°, o sia a 1296000", e al tempo di 15789095' il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 15475407'. Sicchè il empo periodico di Saturno è a un di presso di 15475407', ovvero di gior. 10746. 19 or. . 27', o pure d'anni comuni 29 . gior. 161 .

161 . 19or. . 27', vale a dire di circa anni comuni 29 ½.

In oltre la più antica oſſervazione, che ſi ha circa le oppoſizioni di Saturno col Sole, è quella fatta dalli Caldei, che il Caſſini trova d' eſſere ſtata fatta nell'an. 228 avanti G. C. a 2 Marz. 1or., avendo avuto Saturno allora la longitudine di 5s. 8°. 23'. Paragoniamo ora coll' iſteſſo Caſſini tale oppoſizione coll' accaduta nel 1714 a 26 Febr. 8or. . 15', in cui Saturno ſi trovò colla longitudine di 5s. 7°. 56'.

Per determinare il tempo ſcorſo tra le due oppoſizioni, ſi proceda a queſto modo.

1. Si ſommino gli anni 228 avanti G.C. cogl' anni 1714, e ſi hanno anni 1942, che per li 485 biſeſtili, che racchiudono, fanno anni comuni 1943, e gior. 120.

2. Se ne ſottraggano gior. 10, per la ſoppreſſione de' gior. 10 fatta nella riforma del calendario gregoriano, gior. 1 per l' anno 1700, ch' è ſtato per la ſteſſa riforma anno comune, e non biſeſtile, e gior. 4 pel 26 di Febr., che cade 4 giorni prima del 2 di Marzo. Sicchè la trovata ſomma ſi riduce ad anni comuni 1943, e gior. 105.

3. Finalmente eſſendo accaduta l' oppoſizione ſeconda a 8or, 15' dopo il mezzodì, e la prima a 1or., ſarà il tempo ſcorſo tra tali due oppoſizioni di anni comuni 1943. gior. 105. 7or. . 15'.

Per determinare poi il moto in longitu-

dine di Saturno, durante l'intervallo delle medeſime due oppoſizioni, ſi proceda a queſt' altro modo.

1. Si divida il numero degli anni comuni 1943 pel numero di quelli, che ſi ſono conoſciuti formare a un di preſſo un intero periodo di Saturno, o ſia per $29\frac{1}{2}$. Il quoziente intero 65 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Saturno tra le due oppoſizioni. Sicchè tale moto è di $360^{\circ} \times 65 = 23400^{\circ}$.

2. Si ſottragga di più la longitudine di $5^{s}.\ 8^{\circ}.\ 23'$, avuta da Saturno nella prima oppoſizione, dalla longitudine di $5^{s}.\ 7^{\circ}.\ 56'$, avuta nell'oppoſizione ſeconda, o ſia da eſſa, eſſendo minore della prima, accreſciuta di 12^{s}; e 'l reſiduo, ch'è di $11^{s}.\ 29^{\circ}.\ 33'$, o ſia di $359^{\circ}.\ 33'$, s' aggiunga alli gr. 23400 prima determinati. La ſomma di $23759^{\circ}.\ 33'$ darà il moto in longitudine di Saturno, durante l'intervallo corſo tra le due oppoſizioni.

Fatte tali determinazioni, ſi cerchi in ordine a $23759^{\circ}.\ 33'$, a 360°, e a anni comuni 1943. gior. 105. $7^{or.}.\ 15'$, o ſia a $1425573'$, a $21600'$, e a $1021392435'$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $15475936'$. Sicchè il tempo periodico di Saturno con più preciſione è di $15475936'$, o ſia di gior. 10747. $4^{or.}.\ 16'$, o pure di an. comu. 29. gior. 162. $4^{or.}.\ 16'$.

CO-

COROLLARIO I.

358. Essendosi trovato il tempo periodico di Saturno di 15475936′; se in ordine a tale tempo, al tempo d' un anno comune, o sia di gior. 365, ovvero di 525600′, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 12°. 13′. 35″, dà il modo medio di Saturno in un anno comune. E quindi ne risulta il moto medio di Saturno in un giorno di 2′. 00″. 35‴, e 'l moto medio in 100 anni comuni di 4ˢ. 22°. 38′. 20″, tralasciate le tre intere periferie.

COROLLARIO II.

359. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di 50″ $\frac{1}{3}$, e conseguentemente di 24′ $\frac{3}{4}$ in an. 29 $\frac{1}{2}$, o sia in un intero periodo di Saturno; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, o sia a 21600′, a 24′ $\frac{3}{4}$, e al tempo periodico di Saturno già determinato di 15475936′ si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di gior. 12. 7ᵒʳ. 3′, dà il tempo, che impiega Saturno col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo

d' aggiugnere al tempo della ſua rivoluzione tropica, per avere il tempo della ſua rivoluzione ſiderale. Sicchè una rivoluzione ſiderale di Saturno ſi fa in an. comu. 29. gior. 174. 11^{or}. 19′.

ESEMPIO II.

Sia da determinare il tempo periodico di Giove.

Nella ſerie delle oppoſizioni di Giove col Sole, rapportata dal de la Lande, ſi hanno le ſeguenti oppoſizioni limitative d' un periodo di Giove, una delle quali è accaduta nel 1736 a 4 Ago. 4^{or}. 26′. 26″, e l'altra è accaduta nel 1748 a 9 Ago. 4^{or}. 32′. 8″; e di più la longitudine di Giove è ſtata nella prima di tali oppoſizioni di 10^{s}. 12°. 22′. 58″, e nella ſeconda di 10^{s}. 17°. 16′. 42″. Ciò poſto, procediamo al

CALCOLO.

an. 1748. Ago. 9. 4^{or}. 32′. 8″
an. 1736. Ago. 4. 4^{or}. 26′. 26″ ſot.

Diff. = an. 12. gior. 5. 0^{or}. 5′. 42″.

Di tali anni ne ſono ſtati 3 biſeſtili. Sicchè la determinata differenza importa an. comu. 12. gior. 8. 0^{or}. 5′. 42″, ovvero gior. 4388. 0^{or}., 5′. 42″, o ſia 379123542″. Di

Di più

$$\begin{array}{lll} 10^s. & 17^\circ . 16' . 42'' & \\ 10^s. & 12^\circ . 22' . 58'' & \text{sott.} \\ \hline \text{Diff.} = & 4^\circ . 53' . 44'' & \\ & 360^\circ . & \text{agg.} \\ \hline \text{Som.} = & 364^\circ . 53' . 44''. & \end{array}$$

Sicchè il moto in longitudine avuto da Giove dalla prima delle dette opposizioni fino alla seconda è stato di $364^\circ . 53' . 44''$, o sia di $1313624''$.

Si cerchi dunque in ordine a $1313624''$, a 360°, o sia a $1296000''$, e a $379123542''$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $374037098''$. Sicchè il tempo periodico di Giove è a un di presso di $374037098''$, ovvero di gior. $4329 . 3^{or.} . 11' . 38''$, o pure di an. comu. 11 . gior. $314 . 3^{or.} . 11' . 38''$, vale a dire di circa an. comu. $11\frac{4}{5}$.

In oltre tra le opposizioni di Giove col Sole, determinate da Tolomeo, ve n'è una, che il Cassini trova d'essere stata fatta nell' an. 137 a 8 Ottob. $3^{or.} . 8'$, avendo avuto allora Giove la longitudine di $14^\circ . 19'$. Paragoniamo ora sì fatta opposizione coll'accaduta nel 1714 a 8 Ottob. $0^{or.} . 26'$, avendo avuto in tale altro tempo Giove la longitudine di $14^\circ . 53' . 2''$.

Per determinare il tempo scorso tra le

due oppoſizioni, ſi proceda a queſto modo.

1. Si ſottraggano gli anni 137 dalli 1714, e ſi hanno anni 1577, che per li biſeſtili 394, che racchiudono, fanno an. comu. 1578, e gior. 29.

2. Se ne ſottraggano giorni 10 per la ſoppreſſione de' gior. 10 fatta nella riforma del calendario, e gior. 1 per l'anno 1700, ch' è ſtato comune a cagione dell' iſteſſa riforma, e non biſeſtile. Sicchè la trovata differenza ſi riduce ad an. comu. 1578, e gior. 18.

3. Finalmente, eſſendo accaduta l' oppoſizione ſeconda a 26′ dopo il mezzodì dell' 8 di Ottob., e la prima a 3$^{or.}$. 18′ anche dell' 8 di Ottob.; ſarà il tempo ſcorſo tra tali due oppoſizioni di an. comu. 1578. gior. 17. 21$^{or.}$. 8′.

Per determinare poi il moto in longitudine di Giove, durante l' intervallo delle medeſime due oppoſizioni, ſi proceda a queſt' altro modo.

1. Si divida il numero degli anni 1578 pel numero di quelli, che ſi ſono conoſciuti formare a un di preſſo un intero periodo di Giove, o ſia per 11 $\frac{4}{5}$. Il quoziente intero 133 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Giove tra le due oppoſizioni. Sicchè tale moto è di $360° \times 133 = 47880°$.

2. Si ſottragga di più la longitudine di 14°. 19′, avuta da Giove nella prima oppoſi-

posizione, dalla longitudine di 14°. 53'. 2", avuta nell' oppoſizione ſeconda; e 'l reſiduo, ch' è di 34'. 2", s'aggiunga alli gr. 47880 già determinati. La ſomma di 47880°. 34'. 2" darà il moto in longitudine di Giove, durante l' intervallo corſo tra le due oppoſizioni.

Fatte tali determinazioni, ſi cerchi in ordine a 47880°. 34'. 2", a 360°, e alli an. comu. 1578. gior. 17. 21or.. 8', o ſia a 172370042", a 1296000", e a 829422548' il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 6236185'. Sicchè il tempo periodico di Giove con più preciſione è di 6236185', o ſia di gior. 4330, 16or. 25', ovvero di an. comu. 11. gior. 315. 16or.. 25'.

COROLLARIO I.

360. Eſſendoſi trovato il tempo periodico di Giove di 6236185'; ſe in ordine a tale tempo, al tempo d' un anno comune, vale a dire di gior. 365, o ſia di 525600', e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica ſi trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 30°. 20'. 29", dà il moto medio di Giove per un anno comune. E quindi ne riſulta il moto medio per un giorno di 4'. 59". 15"', e 'l moto medio per 100 anni comuni di 5s. 4°. 8'. 20", tralaſciate le 8 intere periferie.

CO-

COROLLARIO II.

361. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di $50'' \frac{1}{3}$, e conseguentemente di $9'. 54''$ in un intero periodo di Giove, o sia in anni $11 \frac{4}{5}$; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, o sia a $1296000''$, a $9'. 54''$, o sia a $594''$, e al tempo periodico di Giove $623618\frac{5}{4}$ si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di gior. 1. 23^{or}. 38', dà il tempo, che impiega Giove col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè una rivoluzione siderale di Giove si fa in an. comu. 11. gior. 317. 16^{or}., 3'.

ESEMPIO III.

Sia da determinare il tempo periodico di Marte.

Nella serie delle oppositioni di Marte, rapportata dal de la Lande, si hanno le seguenti oppositioni limitative d' un periodo di tale pianeta, una delle quali è accaduta nel 1715 a 21 Apr, 10^{or}. $58' \frac{1}{2}$, e l' altra è accaduta nel 1717 a 11 Giu. . 9^{or}. 10';

10'; e di più la longitudine di Marte è ſtata nella prima di tali oppoſizioni di 7ˢ. 1°. 9', 30'', e nella ſeconda di 8ˢ. 20°. 37'. 15''. Ciò poſto, procediamo al

CALCOLO.

an. 1717 . Giu. 11 . 9^or. . 10'
an. 1715 . Apr. 21 . 10^or. . 58' $\frac{1}{2}$ ſot.

Diff. = an. 2 . gior. 50 . 22^or. . 11' $\frac{1}{2}$;

la quale differenza importa gior. 780. 22^or. 11' $\frac{1}{2}$, ovvero 1124531' $\frac{1}{2}$.
Di più

8ˢ. 20°. 37'. 15''
7 . 1 . 9 . 30 ſott.

Diff. 1ˢ. 19°. 27'. 45''
12ˢ agg.

Som. 13ˢ. 19°. 27'. 45''.

Sicchè il moto in longitudine avuto da Marte dalla prima delle dette oppoſizioni fino alla ſeconda è ſtato di 13ˢ. 19°. 27'. 45'', o ſia di 1474065''.

Si cerchi dunque in ordine a 1474065'', a 1296000'', e al tempo di 1124531' $\frac{1}{2}$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 988689'. Sicchè il tempo periodico di Marte è a un di preſſo di 988689',

ov-

ovvero di gior. 686. 14or. 9′.

In oltre tra le oppoſizioni di Marte col Sole, determinate da Tolomeo, ve n' è una, che il Caſſini trova d' eſſere ſtata fatta nell' anno 130 a 13 Dicem. 11or. 48′, avendo avuto allora Marte la longitudine di 2s. 21°. 22′. 50″. Paragoniamo ora sì fatta oppoſizione coll' accaduta nel 1709 a 5 Gen. 5or. 48′, avendo avuto in tale altro tempo Marte la longitudine di 3s. 14°. 18′. 25″.

Per determinare il tempo ſcorſo tra le due oppoſizioni, ſi proceda in tal modo.

1. Si ſottraggano gli anni 130 dalli 1708, e ſi hanno anni 1578, che per li biſeſtili 394, che racchiudono, fanno an. comu. 1579, e gior. 29.

2. Se ne ſottraggano gior. 11, come negli antecedenti eſempj, per cagione della riforma del calendario, e al reſiduo s' aggiungano gior. 23, diſtanza del 13 di Dicembre dal 5 di Gennaro; e s' avrà la ſomma di an. comu. 1579, e gior. 41.

3. Finalmente eſſendo accaduta l' oppoſizione ſeconda a 5or. 48′ dopo il mezzodì, e la prima a 11or. 48′; ſarà il tempo ſcorſo tra tali due oppoſizioni di an. comu. 1579. gior. 40. 18or., o ſia di gior. 576375. 18or.

Per determinare poi il moto in longitudine di Marte nell' intervallo delle due oppoſizioni, ſi proceda a queſt' altro modo.

1. Si

1. Si divida il numero di giorni 576375 pel numero di quelli, che ſi ſono conoſciuti formare a un di preſſo una rivoluzione periodica di Marte, vale a dire per 686. Il quoziente intero 839 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Marte tra le due oppoſizioni. Sicchè tale moto è di 360° × 839 = 302040°.

2. Si ſottragga di più la longitudine di 2ˢ. 21°. 22′. 50″, avuta da Marte nella prima oppoſizione, dalla longitudine di 3ˢ. 14°. 18′. 25″, avuta nell' oppoſizione ſeconda; e 'l reſiduo, ch' è di 22°. 55′. 35″, s' aggiunga alli gr. 302040 già determinati. La ſomma di 302062°. 55′. 35″ darà il moto in longitudine di Marte nell' intervallo corſo tra le due oppoſizioni.

Fatte tali determinazioni, ſi cerchi in ordine a 302062°. 55′. 35″, a 360°, e al tempo di gior. 576375. 18ᵒʳ., o ſia a 1087426535″, a 1296000″, e a 13833018ᵒʳ. il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 16486ᵒʳ. 15′. 18″. Sicchè il tempo periodico di Marte con più preciſione è di 16486ᵒʳ. 15′. 18″, o di gior. 686. 22ᵒʳ. 15′. 18″.

COROLLARIO I.

362. Eſſendoſi trovato il tempo periodico di Marte di 16486ᵒʳ. 15′. 18″; ſe in or-

ordine a tale tempo, al tempo d'un anno comune, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica ſi trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 191°. 7'. 5", dà il moto medio di Marte per un anno comune. E quindi ne riſulta il moto medio per un giorno di 31', 25", e per 100 anni comuni di 1ˢ. 1°. 58', 20", tralaſciate le 53 intere periferie.

COROLLARIO II.

363. Eſſendo in oltre la preceſſione degli equinozj in un anno di 50" $\frac{1}{3}$, e conſeguentemente di 1'. 34" in un intero periodo di Marte; ſe in ordine all' intera periferia dell' eclittica, a 1'. 34", e al tempo periodico di Marte ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 1ᵒʳ. 11'. 44", dà il tempo, che impiega Marte col ſuo moto medio a ſcorrere l' arco, per cui in una ſua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conſeguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della ſua rivoluzione tropica, per avere il tempo della ſua rivoluzione ſiderale. Sicchè la rivoluzione ſiderale di Marte ſi fa in gior. 686. 23ᵒʳ. 27'. 2".

ESEMPIO IV.

Sia da determinare il tempo periodico di Venere. Nel-

Nella ſerie delle congiunzioni di Venere, rapportata dal de la Lande, ſi hanno le due accadute, una nell'anno 1696 a 1 Settem. 0°. 58', e l'altra nell' anno 1698 a 15 Apri. 22or. 2'. Tali due congiunzioni furono ambedue ſuperiori, e immediate l' una all' altra, e conſeguentemente racchiudono due interi periodi di Venere. La longitudine di tale pianeta nella prima di sì fatte congiunzioni fu di 5s. 9°. 52'. 55", e nella ſeconda di 0s. 26°. 50'. 40", Ciò poſto, eccone il

CALCOLO.

Dalla prima di Settembre del 1696 fino al 15 d' Aprile del 1698 vi ſono giorni 591; onde, eſſendo accaduta dopo il mezzodì a 22or. 2' la ſeconda congiunzione, e a 58' la prima, ſarà il tempo ſcorſo tra tali due congiunzioni di gior. 591, 21or. 4', o ſia di 852304'.

Di più la longitudine di 5s. 9°. 52'. 55", avuta da Venere nella prima congiunzione, ſottratta da quella avuta nella ſeconda, accreſciuta, eſſendo minore, di 12s, o ſia da 12s. 26°. 50'. 40", dà 7s. 16°. 52'. 45". Sicchè, accreſciuto tale reſiduo per le due intere rivoluzioni di Venere di due periferie intere, o ſia di 24s, ſi ha il moto in longitudine di Venere dall'una all' altra delle dette congiunzioni di 31s. 16°. 57'.

57′. 45″, o ſia di 3409065″.

Si cerchi dunque in ordine a 3409065″, a 1296000″ dell' intera periferia dell' eclittica, e al tempo di 852304′ già determinato il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 324014′. Per la qual coſa il tempo periodico di Venere, a un di preſſo determinato, è di 324014′, o ſia di gior. 225. 0or.. 14′.

In oltre nella medeſima detta ſerie di congiunzioni di Venere ve ne ſono regiſtrate due inferiori accadute, una nel 1639 a 4 Dicomb. 6or.. 18′ $\frac{1}{2}$, e l'altra nel 1769 a 3 Giu. 10or.. 13′ $\frac{1}{2}$; e la longitudine avuta da Venere nella prima di tali congiunzioni è ſtata di 8s.. 12°.. 31′.. 55″, e nella ſeconda di 2s.. 13°.. 27′.. 19″. Paragoniamo ora tali due congiunzioni.

Per determinare il tempo ſcorſo tra le due congiunzioni, ſi proceda a queſto modo.

1. Dal 4 di Dicem. del 1639 fino al 3 di Giu. del 1769 ſono ſcorſi an. 129, e gior. 181, che, per gli 32 biſeſtili occorſi in tali anni, fanno an. comu. 129, e gior. 213.

2. Eſſendo accaduta dopo il mezzodì la prima congiunzione di 6or.. 18′ $\frac{1}{2}$, e la ſeconda di 10or.. 13′ $\frac{1}{2}$, vale a dire di 4or.. 55′ più tardi. Sarà il tempo ſcorſo tra le due congiunzioni di an. comu. 129. gior. 213. 4or.. 55′, ovvero gior. 47298. 4or.. 55′, o ſia 68109415′.

Per

Per determinare poi il moto in longitudine avuto da Venere dall'una congiunzione all'altra, si proceda a quest' altro modo.

1. Si divida il numero de' giorni 47298 pel numero di quelli, che si sono conosciuti formare a un di presso una rivoluzione periodica di Venere, o sia per 225. Il quoziente intero 210. dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatto dal moto in longitudine di Venere tra le due congiunzioni. Sicchè tale moto è di $360° \times 210 = 75600°$.

2. Si sottragga di più la longitudine di $8^s. 12°. 31'. 55''$, avuta da Venere nella prima congiunzione, dall' altra di $2^s. 13°. 27'. 19''$, avuta nella congiunzione seconda, accresciuta però quest' altra, come minore, di 12^s; e 'l residuo, ch' è di $6^s. 0°. 55'. 24''$, o sia di $180°. 55'. 24''$, s' aggiunga alli gr. 75600 già determinati. La somma di $75780°. 55'. 24''$, o sia di $272811324''$ dà il moto in longitudine di Venere nell' intervallo corso tra le due congiunzioni.

Fatte tali determinazioni, si cerchi in ordine a $272811324''$, a $1296000''$ dell' intera periferia dell' eclittica, e al tempo di $68109415'$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $323556'$. Sicchè il tempo periodico di Venere con più precisione è di $323556'$, o sia di gior. 224. $16^{or}. 36'$.

COROLLARIO I.

364. Essendosi trovato il tempo periodico di Venere di 323556′; se in ordine a tale tempo, al tempo d' un anno comune, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 584°. 48′. 5″, dà il moto medio di Venere per un anno comune. E quindi ne risulta il moto medio per un giorno di 1°. 36′. 7″, e per 100 anni comuni di 5ˢ. 10°. 8′, 20″, tralasciate le 162 periferie intere,

COROLLARIO II.

365. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di $50'' \frac{1}{3}$, e conseguentemente di 31″ in un periodo intero di Venere; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, a 31″, e al tempo periodico di Venere si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 7′. 44″, dà il tempo, che impiega Venere col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè una rivoluzione siderale di Venere si fa in gior. 224. 16ᵒʳ. 43′. 44″.

AV-

AVVERTIMENTO.

366. Si noti che, per determinare a un di preſſo il tempo periodico di Mercurio, non poſſiamo procedere del modo, che s' è proceduto relativamente a Venere, mancandoci le determinazioni di due ſue immediate congiunzioni, ambedue ſuperiori, o ambedue inferiori. Intanto eſſendoſi all' in groſſo conoſciuto che Mercurio da una ſua congiunzione ſuperiore, o inferiore all' altra impiega circa gior. 116; ed eſſendoſi di più dimoſtrato che tra due immediate congiunzioni di tale pianeta, ambedue ſuperiori, o ambedue inferiori va compreſa un' intera ſua rivoluzione (§ 357): è facile a determinare a un di preſſo il tempo periodico dell' iſteſſo pianeta a queſt' altro modo. Contraſſegnino ACDF l' orbita di Mercurio, LNPQ quella della terra, ed S il Sole. Si ſupponga eſſere la terra in O in una congiunzione ſuperiore, o inferiore di Mercurio, e in Q nell' altra immediata congiunzione pure ſuperiore, o inferiore dell' iſteſſo pianeta. Corriſponderà Mercurio in L nella prima delle dette congiunzioni, e in N nella ſeconda. Onde Mercurio in gior. 116 col ſuo moto in longitudine ſcorre l' intera periferia dell' eclittica col di più dell' arco, che miſura l' angolo LSN, o ſia OSQ, cioè Fig. 39

col di più dell' arco, per cui, durante l' istesso tempo, si varia la longitudine della terra. Or la longitudine della terra in gior. 116 si varia di circa 114°. Sicchè il moto in longitudine di Mercurio in gior. 116 è circa gr. 474. E perciò se in ordine alli gr. 474, alli gr. 360 della periferia dell' eclittica, e al tempo di gior. 116 si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di gior. 88, dà a un di presso il tempo periodico di Mercurio. Fatta tale determinazione, è facile ora del modo praticato negli altri pianeti venire a una determinazione più precisa del tempo periodico di Mercurio; il che si farà nel seguente

ESEMPIO V.

Sia da determinare con più precisione il tempo periodico di Mercurio.

Nella serie delle congiunzioni inferiori di Mercurio, rapportata dal de la Lande, si hanno le due accadute, una nell' anno 1631 a 6 Nov. 18^{or}. 50$'$, e l' altra nell' anno 1756 a 6 Nov. 16^{or}. 17$'$. 28$''$. La longitudine di tale pianeta fu nella prima di tali congiunzioni di 7^{s}. 14°. 41$'$. 35$''$, e nella seconda di 7^{s}. 15°. 13$'$. 41$''$. Ciò posto, eccone il

CAL-

CALCOLO.

Per determinare il tempo ſcorſo tra le due congiunzioni, ſi proceda a queſto modo.

1. Si ſottraggano gli anni 1631 dalli 1756. Si hanno anni 125, li quali per li 31 biſeſtili, che racchiudono, fanno an. comu. 125, e gior. 31.

2. Si ſottragga il tempo di 18$^{or.}$. 50$'$ dal tempo di 16$^{or.}$. 17$'$. 28$''$, accreſciuto, per eſſer minore, d' un giorno, o ſia di 24$^{or.}$. S'avrà il reſiduo di 21$^{or.}$. 27$'$. 28$''$.

E perciò il tempo ſcorſo tra le due congiunzioni è di an. comu. 125. gior. 30. 21$^{or.}$. 27$'$. 28$''$, ovvero di gior. 45655. 21$^{or.}$. 27$'$. 28$''$, o ſia di 3944669248$''$.

Per determinare poi il moto in longitudine avuto da Mercurio dall' una congiunzione all' altra, ſi proceda a queſt' altro modo.

1. Si divida il numero de' giorni 45655 pel numero di quelli, che ſi ſono conoſciuti formare a un di preſſo una rivoluzione periodica di Mercurio, o ſia per 88. Il quoziente 519 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Mercurio tra le due congiunzioni. Sicchè tale moto è di 360° × 519 = 186840°.

2. Si ſottragga di più la longitudine di 7^{s}. 14°. 41$'$. 35$''$, avuta da Mercurio nella prima congiunzione, dall' altra di 7^{s}. 15°.

15°. 13'. 41", avuta nella congiunzione ſeconda; e 'l reſiduo, ch' è di 32'. 6", s' aggiunga alli gr. 186840 già determinati. La ſomma di 186840°. 32'. 6", o ſia di 672625926" dà il moto in longitudine di Mercurio nell' intervallo corſo tra le due congiunzioni.

Fatte tali determinazioni, ſi cerchi in ordine a 672625926", a 1296000" dell' intera periferia dell' eclittica, e al tempo di 3944669248" il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 7600497". Sicchè il tempo periodico di Mercurio con più preciſione è di 7600497", o ſia di gior. 87. 23or. 14'. 57".

COROLLARIO I.

367. Eſſendoſi trovato il tempo periodico di Mercurio di 7600497"; ſe in ordine a tale tempo, al tempo d' un anno comune, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica ſi trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 1493°. 42'. 46", dà il moto medio di Mercurio per un anno comune. E quindi ne riſulta il moto medio per un giorno di 4°. 5'. 32", e per 100 anni comuni di 11°. 1°. 16'. 40", tralaſciate le 414 periferie intere.

COROLLARIO II.

368. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di $50'' \frac{1}{3}$, e conseguentemente di $12''$ in un intero periodo di Mercurio; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, a $12''$, e al tempo periodico di Mercurio si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di $1'. 10''$, dà il tempo, che impiega Mercurio col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè una rivoluzione siderale di Mercurio si fa in gior. $87. 23^{or.}, 16'. 7''$.

AVVERTIMENTO I.

369. So che i periodi di Saturno, e di Giove, qui stabiliti, hanno bisogno di qualche correzione; osservandosi da lungo tempo certo ritardo nel moto medio di Saturno, e certa accelerazione in quello di Giove: ma le convenienti correzioni di sì fatti periodi si daranno, quando saranno sviluppate le cagioni, dalle quali derivano. I periodi intanto già determinati non men de' due detti pianeti, che degli altri tre pri-

marj ſono ſufficienti al biſogno delle teoriche, che rimangono da ſviluppare relativamente alli medeſimi pianeti.

AVVERTIMENTO II.

370. Non abbiamo ſoggiunta la determinazione del tempo periodico del nuovo aſtro; perchè ſenza le oſſervazioni fatte ſu di eſſo per un ſuo periodo, anzi per più ſecoli, è impoſſibile di poterlo con ſufficiente eſattezza determinare. So che più Aſtronomi hanno cercato co' metodi, che il biſogno ci obbliga a tolerarli per riguardo delle Comete, ſi ſono ingegnati di determinare di sì fatto pianeta non ſolamente il ſuo periodo, ma ben anche le principali circoſtanze della ſua orbita, e i ſuoi moti; anzi v'è ſtato chi ne ha azzardate fin anche le tavole de' moti: però tali determinazioni ſi debbono conſiderare come fatte aſſai all' in groſſo, e per laſciare a' poſteri un abbozzo informe d' un lavoro, che ſpetterà ad eſſi di condurlo alla perfezione.

AVVERTIMENTO III.

371. Si noti che, determinati i tempi periodici

di Saturno = 928556160″
di Giove = 374171100

di

di Marte = 59350518
della Terra = 31556924 $\frac{1}{2}$
di Venere = 19413360
di Mercurio = 7600497 ,

è facile ora relativamente al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſtre, poſto = 100000, determinare i ſemiaſſi maggiori delle orbite di tutti gli altri pianeti primarj ; ed ecco come . Già è dimoſtrato nel § 175 che i quadrati de' tempi periodici de' pianeti, che girano intorno all' iſteſſo corpo centrale, ſono nella ragione de' cubi de' ſemiaſſi maggiori delle orbite ellittiche di eſſi. Dunque ſe in ordine al doppio del logaritmo del tempo periodico della terra, al doppio del logaritmo del tempo periodico di ciaſcuno degli altri detti pianeti , e al triplo del logaritmo di 100000 ſi cercano i quarti aritmeticamente proporzionali ; tali quarti proporzionali danno i tripli de' logaritmi de' ſemiaſſi maggiori delle orbite di sì fatti pianeti . Onde i numeri corriſpondenti alle terze parti di tali logaritmi danno tali ſemiaſſi relativamente a quello dell' orbita terreſtre, poſto = 100000: anzi perchè *Log.* (100000)^3 = 15 . 0000000; ſe da tale logaritmo ſe ne toglie il doppio del logaritmo del tempo periodico della terra, o ſia 14 . 9981892 , e del reſiduo 0 . 0018108 ſe ne prende la terza parte, ſi ha il logaritmo coſtante 0 . 0006036 ,

al

al quale andando ſucceſſivamente aggiugnendo $\frac{2}{3}$ de' logaritmi de' tempi periodici degli altri pianeti primarj, ſi hanno colle ſucceſſive ſomme i logaritmi de' ſemiaſſi maggiori delle orbite de' medeſimi pianeti. Onde i numeri corriſpondenti a tali logaritmi danno i detti ſemiaſſi. In tal modo s'è determinato relativamente al ſemiaſſe maggiore dell'orbita terreſtre, poſto = 100000, eſſere il ſemiaſſe maggiore dell'orbita

di Saturno = 953108
di Giove = 519976
di Marte = 152365
di Venere = 72333
di Mercurio = 38710.

CAP. X.

Si determinano in conſeguenza d'oſſervazioni relativamente a Saturno, e a Giove l'equazione maſſima del centro, e 'l luogo dell'afelio, o del perielio dell'orbita.

PROBL. XXVI.

372. *Determinare relativamente a Saturno l'equazione maſſima del centro, e l'afelio dell'orbita.* So-

Soluzione.

Contraſſegnino l' elliſſe ALPM l' orbita di Saturno, AP l' aſſe maggiore, S il fuoco, dove riſiede il Sole, A l' afelio, P il perielio, ed L, e M i due punti delle maſſime equazioni del centro, e dove conſeguentemente la velocità della linea del moto vero uguaglia quella del moto medio. S' intendano da S tirate e le linee SL, SM del moto vero ne' punti L, e M, e le corriſpondenti linee SB, SC del moto medio. Saranno gli angoli BSL, CSM uguali, e ognuno dinoterà l' equazione maſſima del centro relativamente a Saturno. Fig. 46

Per determinare l' equazione maſſima del centro.

1. Nella ſerie delle oppoſizioni di Saturno, determinate in conſeguenza d' oſſervazioni per un intero ſuo periodo, e rapportate e dal Caſſini, e dal de la Lande, ſi trovano le due accadute, una nel 1686 a 16 Marz. 10^{or}. 28', avendo avuto allora Saturno la longitudine di 5^{s}. 26°. 47'. 6'', e l' altra nel 1687 a 29 Marz. 11^{or}. 11', avendo avuto Saturno in tale altro tempo la longitudine di 6^{s}. 9°. 25'. 26''. Il tempo ſcorſo tra tali oppoſizioni è di an-

an. comu. 1. gior. 13 . 0or. 43', o ſia di 544363', e 'l moto vero avuto è di 12°. 38'. 20''. Eſſendoſi trovato il moto medio di Saturno per un anno comune, o ſia per 525600' di 12°. 13'. 35'' (§ 358); ſe in ordine a 525600', a 544363', e a 12°. 13'. 35'' ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 12°. 39'. 38'', dà il moto medio di Saturno pel tempo ſcorſo tra le due dette oppoſizioni. Or eccedendo tale moto medio di 12°. 39'. 38'' il moto vero di 12°. 38'. 20'' avuto nel medeſimo tempo, ed eccedendolo di poco; ſi può ſenza errore ſenſibile ſupporre d' eſſere ſtato Saturno in M nella prima di tali oppoſizioni, o ſia in quella del 1686. Ho detto in M, e non in L; perchè le oppoſizioni del 1687, e 1688 danno il moto medio conſiderabilmente maggiore del moto vero; il che dinota aver proceduto allora Saturno da M verſo l' afelio A, e non già da L verſo il perielio P.

2. Nell' iſteſſa ſerie d' oppoſizioni ſi trovano le altre due accadute, una nel 1700 a 3 Sett. 3or. 14', avendo avuto allora Saturno la longitudine di 11s. 10°. 57'. 40'', e l' altra nel 1701 a 16 Sett. 2or. 00', avendo avuto Saturno in tale altro tempo la longitudine di 11s. 23°. 21'. 16''. Il tempo ſcorſo tra tali altre due oppoſizioni è di an. comu. 1, gior. 12. 22or. 46',

46′, o ſia di 544246′, e 'l moto vero avuto è di 12°, 23′. 36″. Eſſendo il moto medio per l'iſteſſo tempo di 12°. 39′. 36″, e conſeguentemente maggiore del moto vero di ſoli 16′, vale a dire d' una quantità, che ſarebbe aſſai minore, e forſe nulla, ſe ſi foſſe Saturno ſempre moſſo colla velocità avuta nella ſeconda delle dette oppoſizioni. Sicchè ſi può ſenza ſenſibile errore pure ſupporre Saturno d' eſſere ſtato in L nell' oppoſizione del 1701.

3. Potendoſi ſenza errore ſenſibile prendere d' eſſere ſtato Saturno in M nel 1686 a 16 Marz. 10or. 28′ colla longitudine di 5ˢ. 26°. 47′. 6″, e in L nel 1701 a 16 Sett. 2or. 00′ colla longitudine di 11ˢ. 23°. 21′. 16″: ne ſegue che, durante il tempo di an. comu. 15. gior. 186. 15or. 32′ il moto vero di Saturno, e conſeguentemente l' angolo MSL è ſtato di 5ˢ. 26°. 34′. 10″. Or, durante l' iſteſſo tempo, il moto medio di Saturno, e conſeguentemente l' angolo CSB ha dovuto eſſere di 6ˢ. 9°. 38′. 52″. Sicchè la ſomma de' due angoli CSM, BSL è di 13°. 4′. 42″. E perciò l' angolo CSM, o ſia l' equazione maſſima del centro relativamente a Saturno è di 6°. 32′. 21″.

Per determinare il luogo dell' afelio.

1. Eſſendo ſtato Saturno in M nell' oppoſizione del 1686, e in L in quella del 1701, ha dovuto eſſere circa l' afelio A nell' oppoſizione del 1693. Si paragonino le oppoſizioni del 1686, e 1693. Sono accadute tali oppoſizioni la prima nel 1686 a 16 Marz. $10^{or}.\ 28'$, avendo Saturno la longitudine di $5^{s}.\ 26^{o}.\ 47'.\ 6''$, e la ſeconda nel 1693 a 9 Giu. $19^{or}.\ 32'$, avendo Saturno la longitudine di $8^{s}.\ 19^{o}.\ 54'.\ 41''$. Il tempo ſcorſo tra tali oppoſizioni, per gli due biſeſtili occorſi, è di an. comu. 7. gior. 87. $9^{or}.\ 4'$, o ſia di $3805024'$, e 'l moto vero di $2^{s}.\ 23^{o}.\ 7'.\ 35''$. Eſſendo il moto medio per l'iſteſſo tempo di $2^{s}.\ 28^{o}.\ 30'.\ 41''$, ſarà l' eccesſo di tale moto medio ſul vero di $5^{o}.\ 23'.\ 6''$, vale a dire meno dell' equazione maſſima del centro già determinata. Or ſe l' oppoſizione del 1693 foſſe accaduta nell' afelio A; perchè nell' afelio pervengono inſieme la linea del moto vero, e quella del moto medio; ſarebbe ſtato l' eccesſo del moto medio ſul moto vero, o l' eccesſo dell' angolo CSA ſull' angolo MSA uguale all' angolo CSM, che determina la detta equazione maſſima del centro. Eſſendoſi dunque trovato il detto eccesſo minore dell' equazione maſ-

maſſima del centro, ciò dinota d'eſſere accaduta l'oppoſizione del 1693 prima di giugnere Saturno all'afelio A. Si ſupponga accaduta tale oppoſizione in N, e ſi ſuppongano relativamente a N menate la linea del moto vero SN, e la corriſpondente linea del moto medio SD. Saranno l'angolo CSD = 2ˢ. 28°. 30'. 41'', MSN = 2ˢ. 23°. 7'. 35'', e l'ang. CSM — l'ang. DSN = 5°. 23'. 6'', e conſeguentemente l'angolo DSN = 1°. 9'. 15''.

2. Si paragonino in oltre le oppoſizioni del 1686, e 1694. Sono accadute tali oppoſizioni, la prima nel 1686 a 16 Marz. 10ᵒʳ. 28', avendo Saturno la longitudine di 5ˢ. 26°. 47'. 6'', e la ſeconda nel 1694 a 21 Giu. 19ᵒʳ. 30', avendo Saturno la longitudine di 9ˢ. 1°. 6'. 40''. Il tempo ſcorſo tra tali oppoſizioni, per gli due biſeſtili occorſi, è di an. comu. 8. gior. 99. 9ᵒʳ. 2', o ſia di 4347902', e 'l moto vero di 3ˢ. 4°. 19'. 34''. Eſſendo il moto medio per l'iſteſſo tempo di 3ˢ. 11°. 8'. 23''; ſarà l'eccesſo di tale moto medio ſul vero di 6°. 48'. 49'', vale a dire maggiore dell'equazione maſſima del centro; il che dinota d'eſſere accaduta l'oppoſizione del 1694 dopo d'eſſere ſtato Saturno nell'afelio A. Si ſupponga accaduta tale oppoſizione in Q, e ſi ſuppongano relativamente a Q menate la linea del moto vero SQ, e la corriſpondente linea del moto medio SE,

Sa-

Saranno l'angolo CSE = 3ˢ. 11°. 8′. 23″, l'angolo MSQ = 3ˢ. 4°. 19′. 34″, e la ſomma di CSM, QSE = 6°. 48′. 49″, e conſeguentemente l'angolo QSE = 16′. 28″.

3. Si ſottragga dall'angolo MSQ = 3ˢ. 4°. 19′. 34″ l'angolo MSN = 2ˢ. 23°. 7′. 35″, ſi ha l'angolo NSQ = 11°. 11′. 59″. Di più all'angolo DSN = 1°. 9′. 15″ s'aggiunga l'angolo QSE, ſi ha la ſomma di eſſi = 1°. 25′. 43″. Or ſiccome la ſomma degli angoli DSN, QSE dà l'eccesſo del moto medio ſul vero, quando la linea del moto vero ſi trasferiſce dal ſito SN per l'angolo NSQ; così l'angolo DSN dà l'eccesſo del moto medio ſul vero, quando l'iſteſſa linea del moto vero ſi traſferiſce dal ſito SN per l'angolo NSA. E perciò ſe in ordine a 1°. 25′. 43″, a 1°. 9′. 15″, e a 11°. 11′. 59″ ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch'è di 9°. 2′. 53″, dà di quanto ſi deve accreſcere la longitudine del punto N, per avere la longitudine dell'afelio A. Per la qual coſa, eſſendoſi trovata la longitudine del punto N = 8ˢ. 19°. 54′. 41″, ſarà la longitudine cercata dell'afelio A = 8ˢ. 28°. 57′. 34″.
Ch'è quanto biſognava determinare.

CO-

COROLLARIO.

373. Essendo l' angolo NSA = 9°. 2'. 53", e l' angolo DSN = 1°. 9'. 15"; sarà l' angolo DSA = 10°. 12'. 8". Or là la linea del moto medio di Saturno si trasferisce per un angolo di 12°. 13'. 35" in un anno comune (§ 359). Sicchè si trasferisce per l' angolo DSA nel tempo di gior. 304. 13or. 43'. Nell' istesso tempo ha dovuto Saturno trasferirsi dall' opposizione avuta in N fino all' afelio A. E perciò, essendo accaduta l' opposizione in N nel 1693 a 9 Giu. 19or. 32', il passaggio per l' afelio A dopo tale opposizione ha dovuto accadere più tardi di gior. 304. 13or. 43', e conseguentemente nel 1694 a 10 Apr. 9or. 15'.

PROBL. XXVII.

374. *Determinare relativamente a Giove l' equazione massima del centro, e 'l perielio dell' orbita.*

SOLUZIONE.

Si supponga ALPM contrassegnare l' orbita di Giove, e si supponga l' istessa preparazione fatta relativamente a Saturno.

Per determinare l' equazione maſſima del centro.

1. Nella ſerie delle oppoſizioni di Giove determinate in conſeguenza d' oſſervazioni per più interi periodi, e rapportate dal de la Lande, ſi trovano le due accadute, una nel 1723 a 25 Giu. 4^{or}. 00, avendo avuto allora Giove la longitudine di 9^s. 8°. $21'$, $22''$, e l' altra nel 1724 a 30 Lugl. 0^{or}. $28'$, avendo avuto Giove in tale altro tempo la longitudine di 10^s. 7°. $19'$. $49''$. Il tempo ſcorſo tra tali oppoſizioni, per l' an. 1724 biſeſtile, è di an. com. 1. gior. 35. 20^{or}. $28'$, o di $577228'$ e 'l moto vero avuto è di 1^s. 3°. $58'$. $27''$. Eſſendoſi trovato il moto medio di Giove per un anno comune, o ſia per $525600'$ di 30°. $20'$. $29''$ (§ 361); ſe in ordine a $525600'$, a $577228'$, e a 30°. $20'$. $29''$ ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 1^s. 3°, $19'$. $18''$, dà il moto medio di Giove pel tempo ſcorſo tra le due oppoſizioni, il quale di poco differiſce dal moto vero, durante l' iſteſſo tempo. Quindi ſenza errore ſenſibile ſi può ſupporre d' eſſere ſtato Giove in L nella prima di tali oppoſizioni. Ho detto in L, e non M; perchè le oppoſizioni del 1724, e 1725 danno il moto medio conſiderabilmente minore del

moto

moto vero; il che dinota avere proceduto allora Giove da L verſo il perielio P, e non già da M verſo l'afelio A.

2. Nell' iſteſſa ſerie d' oppoſizioni ſi trovano le altre due accadute, una nel 1728 a 22 Dicem. 3$^{or.}$. 9$'$, avendo avuto allora Giove la longitudine di 3^{s}. 1°. 8$'$. 2$''$, e l'altra nel 1730 a 23 Gen. 11$^{or.}$. 5$'$, avendo avuto Giove in tale altro tempo la longitudine di 4^{s}. 3°. 49$'$. 30$''$. Il tempo ſcorſo tra tali altre due oppoſizioni è di an. com. 1. gior. 32. 7$^{or.}$. 56$'$, o ſia di 572156$'$, e 'l moto vero avuto è di 1^{s}. 2°. 41$'$. 28$''$. Eſſendo il moto medio per l' iſteſſo tempo di 1^{s}. 3°. 1$'$. 44$''$, e conſeguentemente maggiore del moto vero di 20$'$. 16$''$, vale a dire d' una quantità, che ſarebbe aſſai minore, e forſe nulla, ſe Giove ſi foſſe moſſo ſempre colla velocità avuta nella prima delle dette oppoſizioni. Sicchè ſi può ſenza ſenſibile errore ſupporre Giove d' eſſere ſtato in M nell'oppoſizione del 1728.

3. Potendoſi ſenza errore ſenſibile prendere d' eſſere ſtato Giove in L nel 1723 a 25 Giu. 4$^{or.}$. 00$'$ colla longitudine di 9^{s}. 3°. 21$'$. 22$''$, e in M nel 1728 a 22 Dicem. 3$^{or.}$. 9$'$ colla longitudine di 3^{s}. 1°. 8$'$. 2$''$: ne ſegue che, durante il tempo di an. com. 5. gior. 181. 23$^{or.}$. 9$'$ il moto vero di Giove per LPM è ſtato di 5^{s}. 27°. 46$'$. 40$''$. Or, durante l' iſteſſo

tempo, il moto medio ha dovuto essere per BPC di $5^s . 16^o . 49' . 59''$. Sicchè la somma de' due angoli LSB, CSM è di $10^o . 56' . 41''$, e conseguentemente l'equazione massima del centro relativamente a Giove è $= 5^o . 28' . 20'' \frac{1}{2}$.

Per determinare il luogo del Perielio.

1. Essendo stato Giove in L nell' opposizione del 1723, e in M in quella del 1728; ha dovuto essere circa il perielio ℙ nell'opposizione del 1725. Si paragonino le opposizioni del 1723, e 1725. Sono accadute tali opposizioni, la prima nel 1723 a 25 Giu. $4^{or} . 00'$, avendo avuto Giove la longitudine di $9^s . 3^o . 21' . 22''$, e la seconda nel 1725 a 5 Sett. $14^{or} . 44'$, avendo avuto Giove la longitudine di $11^s . 13^o . 18'$. Il tempo scorso tra tali opposizioni, per l' anno bisestile occorso, è di an. comu. 2. gior. 73. $10^{or} . 44'$, o sia di $1156964'$, e 'l moto vero di $2^s . 9^o . 56' . 38''$. Essendo il moto medio per l' istesso tempo di $2^s . 6^o . 47' . 17''$; sarà l'eccesso del moto vero sul medio di $3^o . 9' . 21''$, vale a dire meno dell' equazione massima del centro già determinata. Or se l' opposizione del 1725 fosse accaduta nel perielio P; perchè nel perielio pervengono insieme la linea del moto

moto vero, e quella del moto medio; sarebbe stato l'eccesso del moto vero sul medio, o l'eccesso dell'angolo LSP sull'angolo BSP uguale all'angolo LSB, che determina la detta equazione massima. Essendosi dunque trovato il detto eccesso minore dell'equazione massima del centro, ciò dinota d'essere accaduta l'opposizione del 1725 prima di giugnere Giove nel perielio P. Si supponga accaduta tale opposizione in H, e si suppongano relativamente a H menate la linea del moto vero SH, e la corrrispondente linea del moto medio SI. Saranno l'angolo BSI = 2^s. 6°. 47'. 17", LSH = 2^s. 9°. 56'. 38", e l'ang. LSB — l'ang. HSI = 3°. 9'. 21", e conseguentemente l'angolo HSI = 2°. 18', 59" $\frac{1}{2}$.

2. Si paragonino in oltre le opposizioni del 1723, e 1726. Sono accaduti tali opposizioni, la prima nel 2723 a 25 Giug. 4$^{or.}$. 00', avendo Giove la longitudine di 9^s. 3°. 21'. 22", e la seconda nel 1726 a 13 Otto. 6$^{or.}$. 00', avendo Giove la longitudine di 0^s. 20°. 4'. 10". Il tempo scorso tra tali opposizioni, per l'anno bisestile occorso, è di an. com. 3. gior. 311. 2$^{or.}$, o sia di 28946$^{cr.}$, e 'l moto vero di 3^s. 16°. 42'. 48". Essendo il moto medio per l'istesso tempo di 3^s. 10°. 15'. 29"; sarà l'eccesso del moto vero sul medio di 6°. 27'. 19", vale a dire maggiore dell'equazione mas-

ma del centro; il che dinota d' eſſere accaduta l' oppoſizione del 1726 dopo d' eſſere ſtato Giove nel perielio P. Si ſupponga accaduta tale oppoſizione in K, e ſi ſuppongano relativamente a K menate la linea del moto vero SK, e la corriſpondente linea del moto medio SV. Saranno l' angolo BSV = 3ˢ. 10°. 15′. 29″, l' angolo LSK = 3ˢ. 16°. 42′. 48″, e la ſomma di LSB, VSK = 6°. 27′. 19″, e conſeguentemente l' angolo VSK = 58′. 58″ $\frac{1}{2}$.

3. Si ſottragga dall' angolo LSK = 3ˢ. 16°. 42′. 48″ l' angolo LSH = 2ˢ. 9°. 56′. 38″; ſi ha l'angolo HSK = 1ˢ. 6°. 46′. 10″. Di più all' angolo HSI = 2°. 18′. 59″ $\frac{1}{2}$ s' aggiunga l' angolo VSK = 58′. 58″ $\frac{1}{2}$, ſi ha la ſomma di eſſi = 3°. 17′. 58″. Or ſiccome la ſomma degli angoli HSI, VSK dà il difetto del moto medio dal vero, quando la linea del moto vero ſi trasferiſce dal ſito SH per l' angolo HSK, così l' angolo HSI dà il difetto del moto medio dal vero, quando l' iſteſſa linea del moto vero ſi trasferiſce dal ſito SH per l' angolo HSP. E perciò ſe in ordine a 3°. 17′. 58″, a 2°. 18′. 59″ $\frac{1}{2}$, e a 1ˢ. 6°. 46′. 10″ ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 25°. 48′. 56″, dà di quanto ſi deve accreſcere la longitudine del punto H, per avere la longitudine del perielio P. Per la qual coſa, eſſendoſi trovata la longitudine

del

del punto H = 11ˢ. 13°. 18′, ſarà la longitudine cercata del perielio P = 0ˢ. 9°. 6′. 56″.
Ch' è quanto biſognava determinare.

COROLLARIO.

375. Eſſendo l'angolo HSP = 25°. 48′. 56″, e l'angolo HSI = 2°. 18′. 59″ ½; ſarà l'angolo ISP = 23°. 29′. 56″ ½. Or la linea del moto medio di Giove ſi trasferiſce per un angolo di 30°, 20′. 29″ in un anno comune. Sicchè ſi trasferiſce per l'angolo ISP nel tempo di gior. 282. 16ᵒʳ. 36′. Nell' iſteſſo tempo ha dovuto Giove trasferirſi dall' oppoſizione avuta in H fino al perielio P. E perciò, eſſendo accaduta l'oppoſizione in H nel 1725 a 5 Sett. 14ᵒʳ. 44′, il paſſaggio pel perielio P dopo tale oppoſizione ha dovuto accadere più tardi di gior. 282. 16ᵒʳ. 36′, e conſeguentemente nel 1726 a 15 Giug. 7ᵒʳ. 15′.

CAP. XI.

Si determinano in conſeguenza d' oſſervazioni l' eccentricità delle orbite di Saturno, e di Giove, e ſi ſtabiliſce circa tali orbite quanto da sì fatta determinazione immediatamente deriva.

PROBL. XXVIII.

376. *Determinare in conſeguenza d' oſſervazioni l' eccentricità dell' orbita di Saturno.*

SOLUZIONE.

1. Le oppoſizioni di Saturno col Sole del 1693, e 1694, accadute circa l' afelio di Saturno danno il moto vero di tale pianeta per an. comu. 1. gior. 11. 23$^{or.}$. 58$'$, o ſia per 542878$'$ di 11°. 11$'$, 59$''$, ovvero di 40319$''$. Sicchè per un anno comune tale moto è di 39035$''$.

2. Le oppoſizioni del 1707, e 1708, accadute circa il perielio, danno il moto vero per an. comu. 1. gior. 14. 4$^{or.}$. 23$'$, o ſia per 546023$'$ di 14°, 12$'$. 44$''$, o pure

pure di 51164". Onde per un anno comune tale moto è di 49250".

3. Si prendano i moti già determinati per le velocità avute da Saturno nell' afelio, e nel perielio. Sarà $SP^2 : SA^2 = 39035 : 49250$ (§ 202); onde $SP : SA = 39035 : \sqrt{(39035 \times 49250)} = 39035 : 43844$. E perciò, posta $SA = 43844$, e conseguentemente $SP = 39035$, saranno $PA = 82879$, il semiasse maggiore $OA = 41439\frac{1}{2}$, e l' eccentricità $OS = 2404\frac{1}{2}$. Fig. 40

4. Si metta finalmente il semiasse maggiore $OA = 100000$; sarà relativamente al semiasse $OA = 100000$ l' eccentricità dell' orbita di Saturno 5802.

Ch' è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO.

377. Si noti che la determinata eccentricità, come non ricavata da' veri gradi di velocità di Saturno nell' afelio, e nel perielio, non può essere se non all' in grosso determinata. Cercheremo prima di conoscere, se ella è maggiore, o minore della vera, e poscia procureremo di renderla alla vera approssimante a segno da poter sodisfare agli usi astronomici. Perciò soggiugniamo i due seguenti problemi.

PRO-

PROBL. XXIX.

378. *Esplorare se l'eccentricità di Saturno, all'in grosso determinata, sia maggiore, o minore della vera.*

SOLUZIONE.

Fig. 23 Contraſſegnino AKPG l'orbita di Saturno, A l'afelio, P il perielio, AP l'aſſe maggiore, O il centro, OK il ſemiaſſe minore, S il fuoco, dove riſiede il Sole, V l'altro fuoco, e T uno de' punti, dove l'equazione del centro è maſſima. Contraſſegnino in oltre AFPX il cerchio deſcritto col diametro AP, e BECL l'eclittica. Per T s'intenda menata la FH perpendicolare ad AP; s'intendano di più congiunte le rette ST, TV, SF, OF; e finalmente s'intenda eſſere SE la linea del moto medio, qualora Saturno è in T.

Si ſupponga eſſere l'eccentricità SO della miſura già determinata, cioè, poſta OA = 100000, eſſere SO = 5802; e in conſeguenza di ciò ſi vadano ſucceſſivamente determinando OK, ST, l'anomalia vera, o ſia l'angolo AST, l'anomalia eccentrica corriſpondente, o ſia l'angolo AOF, e finalmente la corriſpondente anomalia media, o ſia l'angolo ASE.

Si conoſcerà eſſere l'eccentricità della miſura

ſura adoperata maggiore, o minore della vera dall' equazione del centro, che riſulterà dalla differenza delle due anomalie vera, e media AST, ASE, la quale nel primo caſo ſarà maggiore dell' equazione maſſima del centro antecedentemente determinata, e nel ſecondo caſo minore. Venghiamo intanto al

CALCOLO.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000, e poſta l'eccentricità SO = 5802; ſaranno SA = 105802, SP = 94198.

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0244939
Log. SP = 4 . 9740416 agg.

Som. = 9 . 9985355
Log. OK = 4 . 9992677 .

Sicchè

OK = 99831 . 51 .

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9992677 agg.

Som. = 9 . 9992677
Log. ST = 4 . 9996338 .

Onde

ST = 99915 . 72 .

Per determinare l' anomalia vera, o ſia l' angolo AST.

Si metta la ſomma de' lati del triangolo STV = M. Eſſendo

SV = 2 SO = 11604
ST = 99915 . 72
TV = 2 OA — ST = 100084 . 28 ;

ſaranno

$\frac{1}{2}$M = 105802
$\frac{1}{2}$M — SV = 94198
$\frac{1}{2}$M — ST = 5886 . 28 .

E quindi

$$\begin{aligned} Log.(\tfrac{1}{2}M - SV) &= 4 \cdot 9740416 \\ Log.(\tfrac{1}{2}M - ST) &= 3 \cdot 7698409 \\ 2\ Log.\ sen.\ mas. &= 20 \cdot 0000000 \\ \text{Som. I} &= 28 \cdot 7438825 \end{aligned}$$

Di più

$$\begin{aligned} Log.\ SV &= 4 \cdot 0646076 \\ Log.\ ST &= 4 \cdot 9996338 \\ \text{Som. II} &= 9 \cdot 0642414 \end{aligned}$$

Onde

$$\begin{aligned} \text{Som. I} &= 28 \cdot 7438825 \\ \text{Som. II} &= 9 \cdot 0642414 \quad \text{sott.} \\ \text{Resid.} &= 19 \cdot 6796411 \\ Log.\ sen.\ \tfrac{1}{2}\,AST &= 9 \cdot 8398205\tfrac{1}{2}, \end{aligned}$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}\,AST = 43^{\circ} \cdot 45' \cdot 9'',$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 87^{\circ} \cdot 30' \cdot 18''$.

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK	= 4 . 9992677	
Log. tang. ½ AST	= 9 . 9810822	agg.
Som.	= 14 . 9803499	
Log. PS	= 4 . 9740416	sott.
Log. tang. ½ AOF	= 10 . 0063083 .	

Onde

½ AOF = 45°. 24'. 57",

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90°. 49'. 54".

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo OA = 100000, e l' angolo AOF = 90°. 49'. 54"; saranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000, e 'l settore circolare AOF = 7925062916. Si suppponga da S calata su OF la perpendicolare SQ; essendo SO = 5802, e 'l com-

complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ = 89°. 19'. 6''; s' avrà SQ del seguente modo:

Log. sen. SOQ = 9 . 9999542
Log. SO = 3 . 7635777 agg.

Som. = 13 . 7635319
Log. sen. maſſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SQ = 3 . 7635319 .

Onde

SQ = 5801 . 36 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ x OF = 290068000 , e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF , ſomma del ſettore AOF , e del triangolo OSF , = 8215130916.

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX , già determinata , allo ſpazio circolare ASF anche determinato , e ai gradi 360 della periferia BECL il quarto proporzionale ; s' avrà l' anomalia media BE , o ſia l' angolo BSE , che , fatto il calcolo , ſi trova = 94°. 28'. 40''. Sicchè

Anom. med. = 94°. 28'. 40''
Anom. ver. = 87 . 30 . 18 ſott.

Equaz. del cent. = 6°. 58'. 22'' .

Or

Or tale equazione eccede la massima equazione del centro già determinata 6°: 32'. 21" per 26'. 1". E perciò l' eccentricità 5802 all' in grosso determinata è maggiore della vera.
Ch' è ciò, che bisognava esplorare.

PROBL. XXX.

379. *Insegnare il modo di rendere la determinata eccentricità alla vera sufficientemente approssimante.*

SOLUZIONE.

1. Si prenda l'eccentricità SO dell' orbita di Saturno alquanto minore di 5802, per esempio = 5700, e si vadano con essa, supposto il semiasse maggiore OA = 100000, ripetendo i calcoli fatti nel probl. prec.. Se ne risulta un' equazione del centro, che senza errore sensibile si può prendere per l'equazione massima già determinata; in tale caso l' eccentricità supposta è l' eccentricità sufficientemente approssimante alla vera. Se poi ne risulta un' equazione ancora sensibilmente maggiore, o minore della massima equazione del centro già determinata; in tale altro caso

2. Si dia all' eccentricità adoperata qualche altra diminuzione, o qualche accrescimento, e si vadano ripetendo i medesimi cal-

calcoli ; e ciò tante volte si vada facendo, finchè si vegga risultarne un' equazione, che senza sensibile errore si possa prendere per la massima equazione del centro già determinata .

L' ultima eccentricità adoperata , sarà la cercata eccentricità sufficientemente alla vera approssimante.

Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

CALCOLO.

I.

Si metta l'eccentricità SO = 5600, supposto il semiasse maggiore OA = 100000 ; saranno SA = 105600, ed SP = 94400 .

Per determinare OK ,

Log. SA = 5 . 0236639
Log. SP = 4 . 9749720 agg.

Som. = 9 . 9986359
Log. OK = 4 . 9993179 .

Sicchè

OK = 99843 . 05 .

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9993179 agg.

Som. = 9 . 9993179
Log. ST = 4 . 9996589 .

Onde

ST = 99921 . 49 .

Per determinare l' anomalia vera, o ſia l' angolo AST.

Si metta la ſomma de' lati del triangolo STV = M. Eſſendo

SV = 2 SO = 11200
ST = 99921 . 49
TV = 2 AO — ST = 100078 . 51 ;

ſaranno

$\frac{1}{2}$ M = 105600
$\frac{1}{2}$ M — SV = 94400
$\frac{1}{2}$ M — ST = 5678 . 51 .

E quindi

Log. ($\frac{1}{2}$M — SV) = 4 . 9749720
Log. ($\frac{1}{2}$M — ST) = 3 . 7542344
2 *Log.* ſen. maſ. = 20 . 0000000

Som. I = 28 . 7292064 .

Di più

Log. SV = 4 . 0492180
Log. ST = 4 . 9996589 agg.

Som. II. = 9 . 0488769 .

Onde

Som. I = 28 . 7292064
Som. II = 9 . 0488769 ſott.

Reſid. = 19 . 6803295
Log. ſen. $\frac{1}{2}$AST = 9 . 8401647 .

E perciò

$\frac{1}{2}$AST = 43° . 47'. 45'',

e conſeguentemente l' anomalia vera AST = 87° . 35'. 30''.

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK = 4 . 9993179
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 9817397 agg.

Som. = 14 . 9810576
Log. PS = 4 . 9749720 sott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 0060856 .

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 45° . 24′ . 5″ ;

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90° . 48′ . 10″ .

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE .

Essendo OA = 100000, e l' angolo AOF = 90° . 48′ . 10″ ; saranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000, e 'l settore circolare AOF = 7922542361.

Essendo in oltre OS = 5600, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè

cioè l'angolo SOQ = 89°. 11'. 50"; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ =	9 . 9999574	
Log. SO =	3 . 7481880	agg.
Som. =	13 . 7481454	
Log. ſen. maſ. =	10 . 0000000	ſott.
Log. SQ =	3 . 7481454 .	

Onde

SQ = 5599 . 45 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ×OF = 279972500, e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF, ſomma del ſettore AOF, e del triangolo SOF, = 8202514861 .

Si cerchi ora in ordine all'area circolare AFPX, allo ſpazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto porporzionale; s'avrà l'anomalia media BE, o ſia l'angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 94°. 00'. 41". Sicchè

anom. med. =	94°. 00'. 41"	
anom. ver. =	87 . 35 . 30	ſott.
equaz. del cen. =	6°. 25'. 11" .	

Or tale equazione manca dalla maſſima già de-

determinata di 6°. 32'. 21" per 7'. 10". E perciò l'eccentricità adoperata è alquanto minore della vera. Per la qual cosa

II.

Si metta l'eccentricità SO = 5660, supposto pure il semiasse maggiore OA = 100000 ; saranno SA = 105660 , ed SP = 94340.

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0239105
Log. SP = 4 . 9746959 agg.

Som. = 9 . 9986064
Log. OK = 4 . 9993032 .

Sicchè

OK = 99839 . 67 :

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9993032 agg.

Som. = 9 . 9993032
Log. ST = 4 . 9996516 .

On-

Onde

ST = 99919 . 81 .

Per determinare l' anomalia vera, o ſia l' angolo AST.

Si metta la ſomma de' lati del triangolo STV = M. Eſſendo

SV = 2 SO = 11320
ST = 99919 . 81
TV = 2 AO — ST = 100081 . 19 ;

ſaranno

$\frac{1}{2}$M = 105660
$\frac{1}{2}$M — SV = 94340
$\frac{1}{2}$M — ST = 5740 . 19 .

E quindi

Log. ($\frac{1}{2}$M — SV) = 4 . 9746959
Log. ($\frac{1}{2}$M — ST) = 3 . 7589262
2 *Log.* ſen. maſ. = 20 . 0000000

Som. I. = 28 . 7336221

Di più

Log. SV = 4 . 0538464
Log. ST = 4 . 9996516

Som. II = 9 . 0534980 .

Onde

Som. I = 28 . 7336221
Som. II = 9 . 0534980 sott.

Resid. = 19 . 6801241
Log. sen. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 8400620 $\frac{1}{2}$.

E perciò

$\frac{1}{2}$ AST = 43° . 46′ . 59″ ,

e conseguentemente l' anomalia vera AST, = 87° . 33′ . 58″ .

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK = 4 . 9993032
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 9815458 agg.

Som. = 14 . 9808490

Log.

Log. PS = 4 . 9746959 sott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$AOF = 10 . 0061531 .

Onde

$\frac{1}{2}$AOF = 45°. 24'. 21'',

e conſeguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90°. 48'. 42''.

Per determinare la corriſpondente anomalia media ASE .

Eſſendo OA = 100000 , e l' angolo AOF = 90°. 48'. 42'' ; ſaranno l' area del cerchio AFPX = 3141000000 , e 'l ſettore circolare AOF = 7923317908 .

Eſſendo in oltre SO = 5660 , e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF , cioè l' angolo SOQ = 89°. 11'. 18'' ; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ = 9 . 9999564
Log. SO = 3 . 7528164 agg.

Som. = 13 . 7527728
Log. ſen. maſſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SQ = 3 . 7527728 .

On-

Onde

$$SQ = 5659 \cdot 43 .$$

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ × OF = 282971500, e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF, ſomma del ſettore AOF, e del triangolo OSF, = 8206289408.

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX, allo ſpazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o ſia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 94°. 3'. 17''. Sicchè

Anom. med.	=	94°.	3'. 17''
Anom. ver.	=	87 .	33 . 58 ſott.
Equaz. del cent.	=	6°.	29'. 19'' .

Or tale equazione è pure alquanto minore dell' equazione maſſima del cento già determinata di 6°. 32'. 21'' per 3'. 2''. Sicchè l' eccentricità adoperata è anche alquanto minore della vera. Perciò

III.

Si metta l' eccentricità SO = 5690, ſuppoſto anche il ſemiaſſe maggiore OA = 100000; ſaranno SA = 105690, ed SP = 94310.

Per

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0240338
Log. SP = 4 . 9745577 agg.

Som. = 9 . 9985915
Log. OK = 4 . 9992957 $\frac{1}{2}$.

Sicchè

OK = 99837 . 96 .

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9992957 $\frac{1}{2}$ agg.

Som. = 9 . 9992957 $\frac{1}{2}$
Log. ST = 4 . 9996478 $\frac{3}{4}$.

Onde

ST = 99918 . 95 .

Per

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

SV = 2 SO = 11380
ST = 99918 . 95
TV = 2 OA—ST = 100081 . 05 ;

faranno

$\frac{1}{2}$M = 105690
$\frac{1}{2}$M — SV = 94310
$\frac{1}{2}$M — ST = 5771 . 05 .

E quindi

Log. ($\frac{1}{2}$M — SV) = 4 . 9745577
Log. ($\frac{1}{2}$M — ST) = 3 . 7612548
2 *Log.* sen. maſ. = 20 . 0000000

Som. I = 28 . 7358125

Di più

Log. SV = 4 . 0561423
Log. ST = 4 . 9996478 $\frac{3}{4}$

Som. II = 9 . 0557901 $\frac{3}{4}$:

Onde

Onde

Som. I = 28 . 7358125 .
Som. II = 9 . 0557901 $\frac{3}{4}$ ſott.

Reſid. = 19 . 6800223 $\frac{1}{4}$
Log. ſen. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 8400111 $\frac{5}{8}$;

E perciò

$\frac{1}{2}$ AST = 43° . 46' . 35",

e conſeguentemente l' anomalia vera AST = 87° . 33' . 10".

Per determinare la corriſpondente anomalia eccentrica AOF .

Log. OK = 4 . 9992957 $\frac{1}{2}$
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 9814447 agg.

Som. = 14 . 9807404 $\frac{1}{2}$
Log. PS = 4 . 9745577 ſott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 0061827 $\frac{1}{2}$.

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 45° . 24' . 28",

e con-

e conſeguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90°. 48'. 56".

Per determinare la corriſpondente anomalia media ASE.

Eſſendo AO = 100000, e l' angolo AOF = 90°. 48'. 56"; ſaranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000, e 'l ſettore circolare AOF = 7923657222.

Eſſendo in oltre SO = 5690, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ = 89°. 11'. 4"; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ = 9. 9999560
Log. SO = 3. 7551123 agg.

Som. = 13. 7550683
Log. ſen. maſ. = 10. 0000000 ſott.

Log. SQ = 3. 7550683.

Onde

SQ = 5689. 424:

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ × OF = 284471200, e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF, ſomma del ſettore AOF, e del

del triangolo SOF, = 8208128422.

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX già determinata, allo ſpazio circolare ASF anche determinato, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o ſia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 94°. 4'. 33''. Sicchè

anom. med. = 94°. 4'. 33''
anom. ver. = 87 . 33 . 10 ſott.

Equaz. del cent. = 6°. 31'. 23''.

Or tale equazione ſi può ſenza ſenſibile errore prendere per l' equazione maſſima del centro già determinata relativamente a Saturno. Sicchè l' eccentricità 5690 relativamente all'orbita di Saturno, ſuppoſto il ſemiaſſe maggiore = 100000, ſi può anche ſenza ſenſibile errore prendere per la vera.

COROLLARIO I.

380. Eſſendoſi determinato relativamente all' orbita di Saturno, ſuppoſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000, eſſere l'eccentricità SO = 5690, e conſeguentemente il ſemiaſſe minore OK = 99837. 96, la diſtanza ST, che ha Saturno dal Sole, dove l'equazione del centro è maſſima, = 99918. 95, la diſtanza afelia dell' iſteſſo pianeta dal Sole

SA

SA = 105690, e la distanza perielia SP = 94310; ed essendosi determinato relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto = 100000, essere il semiasse maggiore dell'orbita di Saturno = 953108 (§ 372); saranno relativamente al semiasse maggiore della terra, posto = 100000, dell' orbita di Saturno

il semiasse mag.	OA =	953108
il semiasse min.	OK =	951563 . 58
la distanza afel.	SA =	1007339 . 84
la distanza	ST =	952335 . 50
la distanza periel.	SP =	898876 . 15
l' eccentricità	SO =	54231 . 84.

COROLLARIO II.

381. Essendosi in oltre trovato l' angolo AST = 87°. 35′. 30″; sarà l' anomalia vera, che compete a Saturno, dove la sua equazione del centro è massima in T = 87°. 35′. 30, e in G = 272°. 24′. 30″.

AVVERTIMENTO I.

382. Non ci prendiamo la pena di fare relativamente a Giove i simili calcoli fatti relativamente a Saturno; potendo chiunque ne sarà vogliosо agevolmente determinare tutte le dimensioni dell' orbita di Giove del modo istesso, che noi abbiamo determinate quelle

quelle dell' orbita di Saturno. Soggiugniamo ſolamente d' eſſere ſtata già determinata, ſebbene per vie diverſe, l' eccentricità di Giove, e d' eſſere relativamente al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſte, poſto = 100000, ſecondo Keplero 25074, ſecondo Halley 25078. 6, e ſecondo de la Lande 25277. 3.

AVVERTIMENTO II.

383. So che tutti gli Aſtronomi in determinare l' eccentricità di Saturno, e di Giove hanno ſeguite ſtrade diverſe dalla noſtra; ma io ho amato ſeguire le ſicure tracce delle pure oſſervazioni, e non curarmi di quelle, che ſentono delle ſuppoſizioni non eſattamente concordi colla natura.

AVVERTIMENTO III.

384. Si noti finalmente che i metodi adoperati per riguardo sì di Saturno, che di Giove in determinare l' equazione maſſima del centro, l' afelio dell' orbita, e tutte le dimenſioni dell' iſteſſa orbita non ſono applicabili a Marte, che da una oppoſizione all' altra compie più d' una intera ſua rivoluzione, e molto meno a Venere, e a Mercurio per la medeſima ragione. A fine dunque di poter fare le ſimili determinazioni per riguardo di ciaſcuno de' tre detti pianeti, conviene ricorrere ad altri metodi. Noi in-

tanto n' esporremo uno adattabile a tutti i pianeti, dal Sole in fuori, il quale non suppone, se non la determinazione de' periodi di essi, che si trova già fatta. Perciò soggiugniamo il

CAP. XII.

S' espone un metodo generale per determinare riguardo a ogni pianeta l' afelio dell' orbita, l' eccentricità, e quanto da tali determinazioni immediatamente ne risulta.

PROBL. XXXI.

385. *Determinare in conseguenza d' osservazioni la longitudine, e la latitudine geocentriche d' un pianeta per qualunque tempo.*

SOLUZIONE.

Sieno da determinare la longitudine, e la latitudine geocentriche, che ha un pianeta nel 29 di Marzo del corrente anno 1784 a 9^{or}. 15' coll' ajuto d' osservazioni.

1. Se si conosce dover passare il pianeta pel meridiano nel detto giorno prima del detto

detto tempo; ſi determinino allora i tempi de' paſſaggi del pianeta pel meridiano, e le altezze meridiane e nella notte precedente, e nella notte del 29 di Marzo. Se poi ſi conoſce dover paſſare dopo; ſi facciano in tale caſo le ſimili determinazioni e nella notte del 29, e nella notte ſeguente.

2. Dalle determinazioni fatte ſi rilevino le aſcenſioni rette, e le declinazioni del pianeta per gli tempi de' detti paſſaggi; ſi faranno note le variazioni fatte dall' aſcenſione retta, e dalla declinazione nel tempo ſcorſo da un paſſaggio pel meridiano all' altro.

3. Conoſciute l' aſcenſione retta, e la declinazione del pianeta pel momento del primo determinato paſſaggio pel meridiano, e conoſciute le dette variazioni, ſi determinino in conſeguenza l' aſcenſione retta, e la declinazione del pianeta pel tempo aſſegnato.

4. Finalmente dall' aſcenſione retta, e dalla declinazione del pianeta pel tempo aſſegnato ſi rilevino col calcolo la longitudine, e la latitudine del pianeta pel medeſimo tempo.

S' avranno in tal modo la longitudine, e la latitudine geocentriche cercate.
Ch' è quanto biſognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

386. Contraſſegnino LXV l' eclittica, Fig. 41, ABC e 42

ABC l'orbita della terra, PRT l'orbita d'un pianeta, che ſi ſuppone pianeta ſuperiore nella *Fig.* 41, e inferiore nella *Fig.* 42, ed S il Sole. Se ſi determinano per qualunque tempo H la longitudine, e la latitudine geocentriche di tale pianeta. Suppoſto eſſere in tale tempo la terra in A, e'l pianeta in P; ſuppoſto in oltre calata da P ſul piano dell'eclittica la perpendicolare PQ; ſuppoſto pure congiunte le rette AS, AP, AQ, e prolungate AQ in M, e AS in X; e ſuppoſto finalmente eſſere V il principio d'ariete: dinoteranno del pianeta pel tempo H l'arco VM la longitudine geocentrica determinata, e l'angolo PAQ la determinata latitudine geocentrica; onde ſarà noto sì il detto arco VM, che il detto angolo PAQ. Anzi, ſe per l'iſteſſo tempo H ſi determina la longitudine VX del Sole, ſi fa noto anche l'arco XM, e conſeguentemente l'angolo d'elongazione QAS, il quale, per eſſere l'intera orbita terreſtre un punto per riſpetto dell'immenſa ſfera mondana, ſi può conſiderare miſurato dal detto arco XM.

AVVERTIMENTO II.

387. Se, determinate pel tempo H la longitudine, e la latitudine geocentriche del pianeta, eſſendoſi trovato eſſo in P, e la terra in A, e determinata la longitudine del Sole, e conſeguentemente reſi noti l'angolo

di

di elongazione QAS, e l'angolo PAQ, latitudine geocentrica del pianeta nel tempo H, s'aſpetta il ritorno dell'iſteſſo pianeta al medeſimo punto P dell'orbita, compito dal tempo H un intero ſuo periodo; e in tale altro tempo, che per chiarezza chiamo K, ſi determineranno pure la longitudine, e la latitudine geocentriche del pianeta, e la longitudine del Sole. Suppoſto trovarſi allora la terra in B, e ſuppoſto congiunte le rette BS, BP, BQ, ſi faranno ſimilmente noti l'angolo di elongazione QBS, e l'angolo PBQ, latitudine geocentrica del pianeta nel tempo K.

AVVERTIMENTO III.

388. Si ſuppongano già fatte le dette determinazioni, e ſi ſuppongano della terra, in vigore della teorica de' ſuoi moti, determinate per gli tempi H, e K le longitudini vere, e le diſtanze dal Sole; ſi farà noto l'angolo ASB, e note ſi faranno pure le AS, BS. Veggiamo ora quali altre determinazioni ne riſultano in conſeguenza delle ſuppoſte. S'intendano perciò tirate la retta AB, e la retta SQ, e queſta s'intenda prolungata in L.

1. Nel triangolo ASB, noti i lati AS, BS, e l'angolo ASB, ſi determinino gli angoli SAB, SBA, e 'l lato AB. Per eſſere già determinati gli angoli SAQ, SBQ, no-

ti ſi faranno pure gli angoli QAB, QBA.

2. Nel triangolo AQB, noti gli angoli QAB, QBA, e 'l lato AB, ſi determinino AQ, BQ, diſtanze curtate del pianeta dalla terra ne' tempi H, e K.

3. Nel triangolo SAQ, noti i due lati AS, AQ, e l'angolo SAQ, ſi determinino SQ, diſtanza curtata del pianeta dal Sole in ambi i tempi H, e K, l'angolo di commutazione ASQ, e la parallaſſe annua AQS pel tempo H. Si farà noto l'angolo QSX, e conſeguentemente l'arco LX, che il miſura; il quale arco, aggiuntovi nel caſo della *figu.* 41 VX già noto, dà la longitudine eliocentrica VXL del pianeta; e, ſottrattone nel caſo della *Fig.* 42 VX, dà VL, complimento della longitudine eliocentrica del pianeta all'intera periferia.

4. Ne' triangoli PAQ, PBQ rettangoli in Q, noti in uno il lato AQ, e l'angolo PAQ, e nell'altro il lato BQ, e l'angolo PBQ, ſi determinino i lati AP, BP, diſtanze effettive del pianeta dalla terra ne' detti tempi H, e K, e 'l lato PQ.

5. Finalmente nel triangolo PSQ, noti i due lati SQ, PQ, ſi determinino SP, diſtanza del pianeta dal Sole alla longitudine eliocentrica già determinata, e l'angolo PSQ, latitudine eliocentrica dell'iſteſſo pianeta alla medeſima longitudine.

Ecco in che modo con oſſervare un pianeta due volte in un medeſimo punto della

ſua

ſua orbita, e con determinarne ogni volta la longitudine, e la latitudine geocentriche, ſi poſſono avere di tale pianeta la longitudine, e la latitudine eliocentriche, che li competono nel ſito, dove è ſtato oſſervato, la diſtanza effettiva dal Sole nel medeſimo ſito, e le diſtanze effettive dalla terra per gli tempi delle due oſſervazioni.

AVVERTIMENTO IV.

389. Si noti che la preceſſione degli equinozj fa che al pianeta, oſſervato due volte nell' iſteſſo punto P della ſua orbita, non li competa in ambi i tempi delle oſſervazioni l' iſteſſiſſima longitudine eliocentrica, dovendo eſſer quella, che li compete pel tempo della prima oſſervazione fatta, trovandoſi la terra in A, alquanto minore dell' altra, che l' appartiene pel tempo dell' oſſervazione ſeconda fatta, trovandoſi la terra in B, e tanto minore, quant' è, durante l' intervallo delle due oſſervazioni, la miſura della preceſſione degli equinozj. Quindi, determinata la longitudine eliocentrica del pianeta del moto già detto pel tempo della prima oſſervazione, con aggiugnere ad eſſa la preceſſione degli equinozj, durante l' intervallo delle oſſervazioni, ſi ha la longitudine eliocentrica dell' iſteſſo pianeta pel tempo della ſeconda oſſervazione.

AVVERTIMENTO V.

390. Da quanto s'è detto fin qui ſi comprende in che modo in più periodi d' un pianeta ſi poſſono determinare relativamente al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſtre le diſtanze dal Sole di più punti della ſua orbita, e le longitudini eliocentriche avute ne' medeſimi punti. E' d' avvertire intanto che tali longitudini vengono determinate relativamente all' eclittica: però ſi poſſono ſenza ſenſibile errore prendere come determinate relativamente all'orbita del pianeta, differendo le une di aſſai poco dalle altre, come ſi vedrà appreſſo. Ed è altresì d' avvertire che le iſteſſe longitudini conviene riferirle tutte a un iſteſſo principio, per evitare i piccioli errori, che riſulterebbero agli angoli formati dalle dette diſtanze del pianeta dal Sole, ſe a cagione della preceſſione degli equinozj veniſſero le dette longitudini da principj alquanto tra eſſi diverſi computate. Premeſſe tali coſe, veggiamo ora come, determinate relativamente al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſtre tre diſtanze del pianeta dal Sole in tre punti diverſi della ſua orbita, e determinate le longitudini eliocentriche del pianeta avute ne' medeſimi punti, e riferite tutte a un iſteſſo principio, ſi poſſono determinare dell'orbita del pianeta

ta l'afelio, l' eccentricità, e tutte le altre ſue dimenſioni. Perciò ſia il

PROBL. XXXII.

391. *Inſegnare, date le diſtanze, che ha dal Sole un pianeta in tre diverſi punti della ſua orbita, e date le longitudini eliocentriche, che ha ne' medeſimi punti, il modo di determinare di tale orbita il luogo dell' afelio, la diſtanza afelia; la diſtanza perielia, il ſemiaſſe maggiore, e l' eccentricità.*

SOLUZIONE.

Contraſſegnino AMP l'orbita ellittica del pianeta, AP l'aſſe maggiore, O il centro, S il fuoco, dove riſiede il Sole, A l' afelio, P il perielio, ed SM, SN, SQ le tre diſtanze date, che ha il pianeta dal Sole in tre punti M, N, Q dell' orbita. S' intenda eſſere DE la direttrice di tale elliſſe; e s' intendano congiunte le rette MN, NQ, e prolungate fino alla direttrice in C, e D. S' intenda pure prolungato l' aſſe AP in B; e s' intendano da N calate NE, NF perpendicolari riſpettivamente ſu DE, AP. Fig. 43

Eſſendo date le longitudini eliocentriche del pianeta ne' tre punti M, N, Q della ſua orbita, noti ſi faranno i due angoli MSN, NSQ. Quindi

1. Nel triangolo MSN, noti i lati SM, SN,

SN, e l' angolo MSN, ſi determinino gli angoli SMN, SNM, e 'l lato MN.

2. Similmente nel triangolo NSQ, noti i lati SN, SQ, e l' angolo NSQ, ſi determinino gli angoli SNQ, SQN, e 'l lato NQ. Si farà noto pure l' angolo MNQ, e noto anche il ſuo conſeguente DNC.

3. Eſſendo per la natura dell' elliſſe SM — SN: SN = MN: NC (§ 246); ſe in ordine alla differenza di SM, SN, a SN, e ad MN ſi cerca la quarta proporzionale; ſi fa con tale quarta proporzionale nota la NC.

4. Similmente, eſſendo SN — SQ: SN = NQ: ND, ſe in ordine alla differenza di SN, SQ, ad SN, e ad NQ ſi cerca la quarta proporzionale; ſi fa con tale altra quarta proporzionale nota la ND.

5. Nel triangolo DNC, noti i lati DN, NC già determinati, e l' angolo DNC pure determinato, ſi determini l'angolo NDC. Si farà nel triangolo rettangolo DEN noto l' angolo DNE. Onde noto ſi farà pure l' intero angolo SNE, ſomma delli due SNQ, DNE; e conſeguentemente noto ſi farà il ſuo alterno NSA; il quale angolo, tolto dalla longitudine elioccntrica del pianeta in N, dà la longitudine, o ſia il luogo dell'afelio A.

6. Nel triangolo rettangolo DEN, noti gli angoli, e l' ipotenuſa DN, ſi determini il lato NE. Si farà nota la ſua uguale BF.

7. Nel

7. Nel triangolo rettangolo NFS, noto l' angolo SNF, eccesso di SNE sul retto FNE, e nota l' ipotenusa SN, si determini il lato SF. Si farà nota l' intera SB.

8. Essendo per la natura dell' ellisse SN : NE = SP : PB (§ 245), sarà SN + NE : SN = SB : SP; e perciò se in ordine alla somma di SN, NE, a SN, e ad SB si cerca la quarta proporzionale; si ha con tale quarta proporzionale la distanza perielia PS cercata.

9. Essendo similmente BP : PS = BA : AS (§ 245), sarà BP — PS : PS = BS : AS; e perciò se in ordine alla differenza delle rette BP, PS, alla retta PS, e alla retta BS si cerca la quarta proporzionale; si ha con tale altra quarta proporzionale la distanza afelia SA. Onde nota si fa anche l' intero asse maggiore AP, e nota perciò la sua metà OA, e conseguentemente nota l' eccentricità OS.

Ch' è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

392. Coll' ajuto dell' esposto metodo dovressimo determinare i luoghi degli afelj, le distanze afelie, e perielie dal Sole, i semiassi maggiori, e l' eccentricità di Marte, di Venere, e di Mercurio, che non si sono potute determinare per rispetto di sì fatti pianeti col metodo praticato per rispetto di

Satur-

Saturno, e di Giove: ma dal ciò fare siamo ſtati arreſtati dalla mancanza delle oſſervazioni, che ſuppone la pratica di tale metodo. So che le dette determinazioni ſono ſtate fatte comunemente dagli Aſtronomi con altri metodi: però come cotali metodi ſono fondati ſopra ſuppoſizioni non concordi colla natura; così le determinazioni ricavate da eſſi ſono riuſcite non poco erronee; e non ſono ſtate reſe ſufficientemente alle vere approſſimanti, ſe non a forza di reiterate correzioni datele, confrontando i riſultati di eſſe co' riſultati delle oſſervazioni.

AVVERTIMENTO II.

393. Soggiugniamo intanto le dette determinazioni relativamente a tutt' i pianeti primarj, quali ſi trovano oggi dopo le correzioni datele dal Sig. de la Lande, e quali in ſeguito le adopreremo ſempre. Poſto il ſemiaſſe maggiore dell'orbita terreſtre = 100000, ſono il ſemiaſſe maggiore dell'orbita di

Saturno	=	953936 . 83
Giove	=	520097 . 91
Marte	=	152369 . 27
Venere	=	72333 . 24
Mercurio	=	38709 . 88 ;

l'eccentricità dell' orbita di

Satur-

Saturno	=	53210
Giove	=	25277 . 3
Marte	=	14218 . 1
Venere	=	510 . 2
Mercurio	=	7960 ;

e 'l luogo dell' afelio per l' an. 1750 dell' orbita di

Saturno	=	8ˢ . 29° . 53′ . 30″
Giove	=	6 . 10 . 22 . 31
Marte	=	5 . 1 . 28 . 24
Venere	=	10 . 8 . 13 . 00
Mercurio	=	8 . 13 . 33 . 3 .

E perciò, ſe relativamente all' orbita d' ognuno de' detti pianeti ſi mette il ſemiaſſe maggiore = 100000, ne riſultano per l' orbita

di Saturno

l' eccentricità	=	5577 . 93 .
la diſtanza afelia	=	105577 . 93
la diſtanza perielia	=	94422 . 07 ;

di Giove

l' eccentricità	=	4860 . 14
la diſtanza afelia	=	104860 . 14
la diſtanza perielia	=	95139 . 86 ;

di

di Marte

l' eccentricità = 9331 . 34
la distanza afelia = 109331 . 34
la distanza perielia = 90668 . 66 ,

di Venere

l' eccentricità = 705 . 34
la distanza afelia = 100705 . 34
la distanza perielia = 99294 . 66 ,

di Mercurio

l' eccentricità = 20563 . 22
la distanza afelia = 120563 . 22
la distanza perielia = 79436 . 78 .

AVVERTIMENTO III.

394. Procediamo ora a dedurre in conseguenza delle determinazioni già notate relativamente a ciascuno de' pianeti primarj le altre dimensioni delle orbite di essi, e l' equazioni massime del centro. Perciò sia il

PROBL. XXXIII.

395. *Insegnare il modo di ricavare in conseguenza delle determinazioni già notate relativamente a ciascuno de' pianeti primarj le altre dimen-*

dimenſioni dell' orbita d' ognuno di eſſi, e l' equazione maſſima del centro.

SOLUZIONE.

Contraſſegnino AKPG l'orbita di qualunque de' pianeti primarj, A l'afelio, P il perielio, AP l'aſſe maggiore, O il centro, OK il ſemiaſſe minore, S il fuoco, dove riſiede il Sole, V l'altro fuoco, e T uno de' punti, dove l'equazione del centro è maſſima. Contraſſegnino in oltre AFPX il cerchio deſcritto col diametro AP, e BECL l'eclittica. Per T s'intenda manata la FH perpendicolare ad AP; s'intendano di più congiunte le rette ST, TV, SF, OF; e finalmente s'intenda eſſere SE la linea del moto medio, qualora il pianeta è in T. Fig. 23

Si mettano il ſemiaſſe maggiore OA = 100000, e le diſtanze SA, SP quante ſono ſtate notate; e in conſeguenza di ciò ſi vadano ſucceſſivamente determinando OK, ST, l'anomalia vera, o ſia l'angolo AST, l'anomalia eccentrica corriſpondente, o ſia l'angolo AOF, l'anomalia media, o ſia l'angolo ASE, e finalmente l'equazione del centro, o ſia l'angolo TSE.

S'avranno in tal modo tutte le determinazioni, che ſi cerca di fare. Ch' è quanto biſognava inſegnare.

CAL-

CALCOLO.

Per Saturno.

Posto il semiasse maggiore OA = 100000, saranno SA = 105577 . 93, SP = 94422 . 07.

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0235730
Log. SP = 4 . 9741526

Som. = 9 . 9977256
Log. OK = 4 . 9988628

Sicchè

OK = 99738 . 46 .

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9988628

Som. = 9 . 9988628
Log. ST = 4 . 9994314 .

Onde

Onde

ST = 99869 . 17 .

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

SV = 2 SO = 11155 . 86 ;
ST = 99869 . 17
TV = 2 OA — ST = 100130 . 83 ;

saranno

$\frac{1}{2}$ M = 105577 . 93
$\frac{1}{2}$ M — SV = 94422 . 07
$\frac{1}{2}$ M — ST = 5708 . 76 .

E quindi

Log. ($\frac{1}{2}$M — SV) = 4 . 9741526
Log. ($\frac{1}{2}$M — ST) = 3 . 7565417
2 *Log.* sen. maſſ. = 20 . 0000000

Som. I. = 28 . 7306943 .

Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SQ = 3 . 7463641 .

Onde

SQ = 5576 . 53 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ x OF = 278826500 , e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF , ſomma del ſettore AOF , e del triangolo OSF , = 824324886 1 .

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX , già determinata , allo ſpazio circolare ASF , anche determinato , e ai gr. 360. della periferia BECL il quarto proporzionale ; s' avrà l' anomalia media BE , o ſia l' angolo BSE , che , fatto il calcolo , ſi trova = 94° . 28' . 43" . Quindi

anom. med. = 94° . 28' . 43"
anom. vera = 88 . 1 . 24 ſott.

maſ. equaz. del cent. = 6° . 27' . 19" ,

Per Giove.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000 ; ſaranno SA = 104860 . 14 , SP = 95139 . 86 .

Per

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0206103
Log. SP = 4 . 9783624

Som. = 9 . 9989727
Log. OK = 4 . 9994863 $\frac{1}{2}$.

Sicchè

OK = 99881 . 80 .

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9994863 $\frac{1}{2}$

Som. = 9 . 9994863 $\frac{1}{2}$,
Log. ST = 4 . 9997431 $\frac{3}{4}$.

Onde

ST = 99940 . 89 .

Per determinare l'anomalia vera, o sia l'angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

SV = 2 SO = 9720 . 28
ST = 99940 . 89
TV = 2 OA—ST = 100059 . 11 ;

saranno

$\frac{1}{2}$M = 104860 . 14
$\frac{1}{2}$M — SV = 95139 . 86
$\frac{1}{2}$M — ST = 4919 . 25 .

E quindi

Log. ($\frac{1}{2}$M — SV) = 4 . 9783624
Log. ($\frac{1}{2}$M — ST) = 3 . 6918988
2 *Log.* sen. mas. = 20 . 0000000

Som. I. = 28 . 6702612 .

Di più

Log. SV = 3 . 9876787
Log. ST = 4 . 9997431 $\frac{3}{4}$

Som. II. = 8 . 9874218 $\frac{3}{4}$.

Onde

Som. I. = 28 . 6702612
Som. II. = 8 . 9874218 $\frac{5}{4}$ ſott.

Reſid. = 19 . 6828393 $\frac{5}{4}$
Log. ſen. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 8414196 $\frac{5}{8}$.

E perciò

$\frac{1}{2}$ AST = 43° . 57′, 18″;

e conſeguentemente l' anomalia vera AST = 87° . 54′ . 36″.

Per determinare la corriſpondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK = 4 . 9994863 $\frac{1}{2}$
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 9841545

Som. = 14 . 9836408 $\frac{1}{2}$
Log. PS = 4 . 9785624 ſott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 0052784 $\frac{1}{2}$.

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 45° . 20′ . 53″;

e conſeguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90°. 41'. 46".

Per determinare la corriſpondente anomalia media ASE.

Eſſendo OA = 100000, e l'angolo AOF = 90°. 41'. 46"; ſaranno l'area del cerchio AFPX = 31410000000, il ſettore circolare AOF = 7913235694. Eſſendo in oltre SO = 4860. 14, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ = 89°. 18'. 14"; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ =	9. 9999679
Log. SO =	3. 6866488
Som. =	13. 6866167
Log. ſen. maſ. =	10. 0000000 ſott.
Log. SQ =	3. 6866167.

Onde

SQ = 4859. 78;

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ × OF = 242989000, e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF = 8156224694.

Si

Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX, allo ſpazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o ſia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 93°. 28'. 51". Quindi

Anom. med. = 93°. 28'. 51"
Anom. ver. = 87 . 54 . 36 ſott.

maſ. equaz. del cent. = 5°. 34'. 15".

Per Marte.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000 ſaranno SA = 109331. 34, ed SP = 90668; 66.

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0387445
Log SP = 4 . 9574571 agg.

Som. = 9 . 9962016
Log. OK = 4 . 9981008

Sicchè

OK = 99563 . 64.

Per

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9981008 agg.

Som. = 9 . 9981008
Log. ST = 4 . 9990504 .

Onde

ST = 99781 . 58 .

Per determinare l'anomalia vera, o sia l'angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

SV = 2 SO = 18662 . 68
ST = 99781 . 58
TV = 2 AO—ST = 100218 . 42 ;

saranno

$\frac{1}{2}$M = 109331 . 34
$\frac{1}{2}$M — SV = 90668 . 66
$\frac{1}{2}$M — ST = 9549 . 76 ;

E quindi

$$\begin{array}{lcl} Log.\,(\tfrac{1}{2}M - SV) & = & 4\,.\,9574571 \\ Log.\,(\tfrac{1}{2}M - ST) & = & 3\,.\,9799924 \\ 2\ Log.\ \text{sen. mas.} & = & 20\,.\,0000000 \\ \hline \text{Som. I.} & = & 28\,.\,9374495\,. \end{array}$$

Di più

$$\begin{array}{lcl} Log.\ SV & = & 4\,.\,2709739 \\ Log.\ ST & = & 4\,.\,9990504 \text{ agg.} \\ \hline \text{Som. II.} & = & 9\,.\,2700243\,. \end{array}$$

Onde

$$\begin{array}{lcl} \text{Som. I} & = & 28\,.\,9374495 \\ \text{Som. II} & = & 9\,.\,2700243 \text{ sott.} \\ \hline \text{Resid.} & = & 19\,.\,6674252 \\ Log.\ sen.\ \tfrac{1}{2}AST & = & 9\,.\,8337126\,. \end{array}$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}AST = 42^\circ\,.\,59'\,.\,28'';$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 85^\circ\,.\,58'\,.\,56''$.

Per

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK = 4 . 9981008
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 9695208

Som. = 14 . 9676216
Log. PS = 4 . 9574571 sott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 0101645 .

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 45° . 40′ . 13″;

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 91° . 20′ . 26″.

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo AO = 100000, e l' angolo AOF = 91° . 20′ . 26″; saranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000, il settore circolare AOF = 7969463472. Essendo in oltre SO = 9331 . 34, e l' angolo SOQ = 88° . 39′ . 34″; s' avrà SQ a questo modo: *Log.*

Log. ſen. SOQ = 9 . 9998811
Log. SO = 3 . 9699440 agg.

Som. = 13 . 9698251
Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SQ = 3 . 9698251 .

Onde

SQ = 9328 . 78 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ x OF = 466439000 , e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF = 8435902472.

Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX, allo ſpazio circolare ASF , ed ai gr. 360 della periferia BECL il quarto porporzionale; s'avrà l'anomalia media BE, o ſia l'angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 96°. 41'. 11''. Quindi

anom. med. = 96°. 41'. 11''
anom. ver. = 85 . 58 . 56 ſott.

maſ. equaz. del cent. = 10°. 42'. 15'' .

Per Venere.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000; ſaran-

Onde

Som. I = 27 . 8460932
Som. II = 8 . 1494229 $\frac{3}{4}$ ſott.

Reſid. = 19 . 6966702 $\frac{1}{4}$
Log. ſen. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 8483351 $\frac{1}{8}$.

E perciò

$\frac{1}{2}$ AST = 44° . 50′ . 55″ ,

e conſeguentemente l' anomalia vera AST = 89° . 41′ . 50″.

Per determinare la corriſpondente anomalia eccentrica AOF .

Log. OK = 4 . 9999891 . $\frac{6}{8}$
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 9977049

Som. = 14 . 9976940 $\frac{13}{24}$
Log. PS = 4 . 9969258 ſott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 0007682 $\frac{1}{8}$.

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 45° . 3′ . 2″ ;

e con-

e conſeguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90°. 6'. 4''.

Per determinare la corriſpondente anomalia media ASE.

Eſſendo OA = 100000, e l' angolo AOF = 90°. 6'. 4''; ſaranno
l' area del cerchio AFPX = 31410000000,
il ſettore circolare AOF = 7853605895.
Eſſendo in oltre SO = 705. 34, e l' angolo SOQ = 89°. 53'. 56''; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ = 9. 9999993
Log. SO = 2. 8483985

Som. = 12. 8483978
Log. ſen. maſſ. = 10. 0000000 ſott.

Log. SQ = 2. 8483978.

Onde

SQ = 705. 33.

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ×OF = 35266500, e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF = 7888872395.
Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX,

allo ſpazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s'avrà l'anomalia media BE, o ſia l'angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 90°. 25'. Quindi,

anom. med. = 90°. 25'. 00"
anom. ver. = 89 . 41 . 50 ſott.

maſ. equaz. del cen. = 43'. 10".

Per Mercurio.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000; ſaranno SA = 120563 . 22, SP = 79436 . 78.

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0812147
Log. SP = 4 . 9000216

Som. = 9 . 9812363
Log. OK = 4 . 9906181 $\frac{a}{s}$:

Sicchè

OK = 97862 . 91 :

Per

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9906181 $\frac{1}{2}$

Som. = 9 . 9906181 $\frac{1}{2}$
Log. ST = 4 . 9953090 $\frac{3}{4}$.

Onde

ST = 98925 . 68 .

Per determinare l'anomalia vera, o sia l'angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M . Essendo

SV = 2 SO = 41126 . 44
ST = 98925 . 68
TV = 2 OA—ST = 101074 . 32 ;

saranno

$\frac{1}{2}$M = 120563 . 22
$\frac{1}{2}$M — SV = 79436 . 78
$\frac{1}{2}$M — ST = 21637 . 54 .

E quindi

$$\begin{aligned} Log.(\tfrac{1}{2}M - SV) &= 4 \cdot 9000216 \\ Log.(\tfrac{1}{2}M - ST) &= 4 \cdot 3352078 \\ 2\ Log.\ sen.\ mas. &= 20 \cdot 0000000 \\ \text{Som. I} &= 29 \cdot 2352294 . \end{aligned}$$

Di più

$$\begin{aligned} Log.\ SV &= 4 \cdot 6141211 \\ Log.\ ST &= 4 \cdot 9953090\tfrac{3}{4} \\ \text{Som. II} &= 9 \cdot 6094301\tfrac{3}{4} . \end{aligned}$$

Onde

$$\begin{aligned} \text{Som. I} &= 29 \cdot 2352294 \\ \text{Som. II} &= 9 \cdot 6094301\tfrac{3}{4} \text{ sott.} \\ \text{Resid.} &= 19 \cdot 6257992\tfrac{3}{4} \\ Log.\ sen.\ \tfrac{1}{2}AST &= 9 \cdot 8128996\tfrac{1}{8} . \end{aligned}$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}AST = 40^{\circ} \cdot 32' \cdot 24'' ;$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 81^{\circ} \cdot 4' \cdot 48''$.

Po

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK = 4 . 9906181 $\frac{1}{2}$
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 9321127 agg.

Som. = 14 . 9227308 $\frac{1}{2}$
Log. PS = 4 . 9000216 sott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 0227092 $\frac{1}{2}$.

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 46°. 29'. 50";

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 92°. 59'. 40".

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo OA = 100000, e l'angolo AOF = 92°. 59'. 40"; saranno
l'area del cerchio AFPX = 31410000000,
il settore circolare AOF = 8103586111.
Ed essendo SO = 20563 . 22, e l'ango-

lo SOQ = 87°. 00'. 20"; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ	=	9 . 9994066
Log. SO	=	4 . 3130911
Som.	=	14 . 3124977
Log. ſen. maſ.	=	10 . 0000000 ſott.
Log. SQ	=	4 . 3124977 .

Onde

$$SQ = 20535 . 14 .$$

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ x OF = 1026757000, e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF = 9130343111.

Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX, allo ſpazio circolare ASF, e ai gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o ſia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 104°. 38'. 44". Quindi

anom. med.	=	104°. 38'. 44"
anom. vera	=	81 . 4. 48 ſott.
maſſ. equaz. del cent.	=	23°. 33'. 56" .

CO-

COROLLARIO.

396. Quindi, riferiti pure il ſemiaſſe minore di ciaſcun' orbita, e la diſtanza ST al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſtre, poſto = 100000, ſono per riſpetto di

Saturno

OA = 953936 . 83
OK = 951441 . 90
ST = 952688 . 79
SO = 53210
SA = 1007146 . 83
SP = 900726 . 83
ang. AST = 88°. 1'. 24''
ang. ASE = 94 . 28 . 43
maſ. equaz. del centr. = 6 . 27 . 19;

Giove

OA = 526097 . 91
OK = 519483 . 15
ST = 519790 . 48
SO = 25277 . 30
SA = 545375 . 21
SP = 494820 . 61
ang. AST = 87°. 54'. 36''
ang. ASE = 93 . 28 . 51
maſ. equaz. del cent. = 5 . 34 . 15;

Marte

OA = 152369 . 27
OK = 151704 . 39
ST = 152036 . 46
SO = 14218 . 10
SA = 166587 . 37
SP = 138151 . 17
ang. AST = 85°. 58′. 56″
ang. ASE = 96 . 41 . 11
maſ. equaz. del cent. = 10°. 42′. 15″.

Venere

OA = 72333 . 24
OK = 72331 . 42
ST = 72332 . 33
SO = 510 . 20
SA = 72843 . 44
SP = 71823 . 04
ang. AST = 89°. 41′. 50″
ang. ASE = 90°. 25 . 00 ;
maſſ. equaz. del cent. = 0°. 43′. 10″,

Mer-

Mercurio

OA = 38709 . 88
OK = 37882 . 61
ST = 38294 . 01
SO = 7960 . 00
SA = 46669 . 88
SP = 30749 . 88
ang. AST = 81°. 4'. 48''
ang. ASE = 104 . 38 . 44
maſſ. equaz. del cent. = 23°. 33'. 56''.

AVVERTIMENTO I.

397. Si noti che gli afelj de' detti pianeti, come quello della terra, ſi vanno tutti di continuo chi più, e chi meno lentiſſimamente avanzando ſecondo l'ordine de' ſegni. La quantità dell' avanzo annuale di ciaſcuno s' è rilevato, paragonando il ſuo luogo determinato in conſeguenza d' oſſervazioni antiche con quello determinato in conſeguenza d' oſſervazioni recenti, o meno antiche. So che non tutte le oſſervazioni fatte circa l' iſteſſo pianeta ſomminiſtrano l' iſteſſa miſura d' avanzo annuale dell' afelio della ſua orbita: ma ciò non deve recar meraviglia. Le fine oſſervazioni ſono d' aſſai freſca data, e le teoriche adoperate, per dedurre dalle oſſervazioni i luoghi degli afelj, non ſono eſattamente colla natura con-

concordi. I noſtri poſteri ſaranno meglio di noi in grado di determinare con maggiore finezza per tempi diverſi i luoghi degli afelj de' pianeti, e l'avanzo annuale di ciaſcuno di eſſi; e meglio di noi potranno decidere, ſe v'è, sì o no, alterazione in tali avanzi, e quanto. Noi intanto ci contentiamo di prendere sì fatti avanzi annuali degli afelj de' pianeti, quali ſono ſtati preſi dal Signor de la Lande, cioè per l'orbita di

Saturno		1′ . 30″
Giove		1 . 2
Marte	di	1 . 7
Venere		2 . 30
Mercurio		1 . 10 .

AVVERTIMENTO II.

398. Si noti pure che i notati avanzi annuali degli afelj de' pianeti ſono avanzi, che fanno in longitudine, e conſeguentemente per riſpetto del punto equinoziale di primavera, che ritrocede annualmente per $50'' \frac{1}{3}$. Sicchè ſi debbono tali avanzi diminuire di $50'' \frac{1}{3}$, per avere il moto vero degli afelj, col quale ſi vanno annualmente avanzando relativamente alle ſtelle fiſſe.

CAP.

CAP. XIII.

De' modi di determinare delle orbite de' pianeti primarj i nodi, e le inclinazioni.

PROBL. XXXIV.

399. Insegnare il modo di determinare in conseguenza d' osservazioni la longitudine geocentrica d' un nodo dell' orbita di qualunque pianeta primario.

Soluzione.

1. Accomodato un orologio al moto medio del Sole, e regolato col mezzogiorno, si determinino in due notti suffecutive i tempi de' passaggi del pianeta pel meridiano, e le altezze meridiane di esso; e da tali determinazioni si rilevino le ascensioni rette, e le declinazioni del pianeta per sì fatti tempi.

2. In conseguenza di tali ascensioni rette, e declinazioni si ricavino col calcolo le longitudini, e le latitudini del pianeta per gli medesimi tempi. Si conoscerà in tal modo se la latitudine del pianeta va crescendo, o scemando, e se, andando scemando, è vicina;

cina, o lontana da divenire nulla.

3. Si vadano le medeſime determinazioni replicando da tempo in tempo; e quando ſi conoſce d' eſſere la latitudine vicina a farſi nulla, ſi vadano allora in ogni notte ripetendo, finchè ſi pervenga al caſo d' avere per le determinazioni d' una notte la latitudine d' una ſpezie, e per le determinazioni della notte ſeguente la latitudine di ſpezie diverſa.

4. Si cerchi allora in ordine alla ſomma delle latitudini di ſpezie diverſe avute del pianeta ne' paſſaggi pel meridiano nelle due dette notti, o ſia alla variazione fatta dalla latitudine nell' intervallo di tali paſſaggi, alla latitudine avuta nel primo di sì fatti paſſaggi, o ſia alla variazione fatta dalla latitudine dal primo de' tali paſſaggi fino al paſſaggio pel nodo, e al tempo ſcorſo tra' i medeſimi due detti paſſaggi pel meridiano il quarto proporzionale; s' avrà in tal modo il tempo ſcorſo dal primo de' detti paſſaggi pel meridiano fino al paſſaggio pel nodo. E perciò, aggiugnendo tale quarto proporzionale al tempo del primo de' detti paſſaggi pel meridiano, ſi ha il tempo del paſſaggio del pianeta pel nodo.

5. Finalmente ſi cerchi in ordine al tempo ſcorſo da un paſſaggio pel meridiano all' altro nelle due dette notti, al tempo ſcorſo dal primo di tali paſſaggi pel meridiano fino al paſſaggio pel nodo, già determinato,

e alla

e alla variazione fatta dalla longitudine nel primo di tali tempi il quarto proporzionale; ſi ha con tale altro quarto proporzionale la variazione fatta dalla longitudine geocentrica del pianeta, durante il tempo ſecondo. Sicchè con aggiugnere tale variazione alla longitudine avuta dal pianeta nel paſſaggio pel meridiano nella prima delle dette notti, ſi ha la longitudine geocentrica cercata del nodo. Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

PROBL. XXXV.

400. *Inſegnare il modo di determinare la longitudine eliocentrica d' un nodo dell' orbita di qualunque pianeta primario.*

SOLUZIONE.

Contraſſegnino ABC l' orbita terreſtre, PQR l' orbita di qualunque pianeta primario, e S il fuoco comune di tali orbite, dove riſiede il Sole, ed XY la linea de' nodi dell' orbita del pianeta. Fig. 44, 45

1. Si proccurino le determinazioni di due paſſaggi del pianeta per l' iſteſſo nodo P, fatte in conſeguenza d' oſſervazioni, con eſſerſi ogni volta determinato in conſeguenza d' oſſervazioni il tempo del paſſaggio del pianeta pel nodo, e determinata la longitudine geocentrica dell' iſteſſo nodo.

2. La longitudine geocentrica del nodo, deter-

determinata nel ſecondo paſſaggio, ſi diminuiſca di quanto ſi trovano preceduti gli equinozj nell' intervallo de' due paſſaggi, acciò ſia riferita al medeſimo punto dell' eclittica, al quale ſi trova riferita quella determinata nel primo paſſaggio. Suppoſto d'eſſere ſtata la terra nel primo de' detti paſſaggi in A, e nel ſecondo in B, e d'eſſere ſtato in ambi i paſſaggi il pianeta in P; e, ſuppoſto tirate le rette AP, AS, PB, BS, PS; ſaranno per le determinate longitudini geocentriche del nodo P, e per la correzione data alla ſeconda di eſſe noti gli angoli PAS, PBS.

3. Si determinino per gli tempi de' due paſſaggi del pianeta pel nodo P le longitudini del Sole, e la diſtanza della terra dall' iſteſſo Sole; e la longitudine pel tempo del ſecondo paſſaggio ſi corregga pure della preceſſione degli equinozj; ſi farà noto l'angolo ASB, e note ſi faranno le rette AS, BS.

4. Suppoſta tirata la retta AB, nel triangolo ASB, noti i lati AS, BS, e l'angolo ASB, ſi determinino il lato AB, e gli angoli SAB, SBA. Si faranno noti pure gli angoli PAB, PBA.

5. Nel triangolo APB, noti tutti gli angoli, e 'l lato AB, ſi determini il lato AP.

6. Nel triangolo PAS, noti i due lati PA, AS, e l'angolo PAS, ſi determini l'angolo ASP.

7. Fi-

7. Finalmente alla longitudine della terra pel tempo del primo de' detti paſſaggi, che di 180° differiſce da quella del Sole pel medeſimo tempo, s'aggiunga l'angolo ASP; s'avrà in tal modo la longitudine eliocentrica cercata del nodo P.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

401. Eſpoſto il metodo di determinare le longitudini eliocentriche de' nodi delle orbite de' pianeti primarj, dovreſſimo ora procedere all'effettiva calcolazione di eſſe; ma dal ciò fare ſiamo arreſtati dalla mancanza delle oſſervazioni, che v'abbiſognano. So d'eſſere ſtate sì fatte longitudini comunemente per altre vie determinate: però di tali vie non abbiamo ſtimato farne uſo, per non ſupporre coſe dipendenti da determinazioni non ancora fatte, e per evitare teoriche non eſattamente colla natura concordi. Soggiugniamo intanto qui ſotto le longitudini eliocentriche de' nodi aſcendenti delle orbite de' detti pianeti, quali ſi trovano dopo più correzioni ſtabilite per l'an. 1750 nelle tavole del Signor de la Lande, e quali s'adopreranno in ſeguito da noi.

Longitudini eliocentriche de' nodi aſcendenti delle orbite de' detti pianeti per l'an. 1750, *cioè dell'orbita di*

Satur-

Saturno = 3ˢ . 21° . 31′ . 17″.
Giove = 3 . 8 . 16 . 00
Marte = 1 . 17 . 36 . 30
Venere = 2 . 14 . 26 . 18
Mercurio = 1 . 15 . 21 . 15

AVVERTIMENTO II.

402. Si noti che gli Aſtronomi con confrontare le longitudini eliocentriche de' detti nodi, in conſeguenza d' oſſervazioni determinate per un tempo, colle determinate per altro tempo, hanno non ſolamente conoſciuto che ſi vanno tali longitudini di continuo accreſcendo, ſebbene lentiſſimamente, e con accreſcimenti diſuguali relativamente alli diverſi pianeti; ma ben anche determinata la quantità dell' accreſcimento per ognuna, e del tempo, in cui s' è fatto un determinato accreſcimento. Quindi ne hanno rilevato l' accreſcimento annuale di ciaſcuna delle dette longitudini. E' da ſapere però che sì fatti accreſcimenti annuali ſi trovano rilevati da diverſi Aſtronomi di miſure alquanto diverſe: nè ciò deve recare meraviglia, derivando tale diverſità dal diverſo grado d' eſattezza delle longitudini de' nodi, in conſeguenza d' oſſervazioni diverſe determinate, e delle quali s' è fatto uſo in rilevarli. Intanto noi ſoggiugniamo qui ſotto gli accreſcimenti annuali delle longitudini elio-

eliocentriche de' detti nodi, quali ſi trovano nelle tavole del Signor de la Lande ſtabiliti, come accreſcimenti, che ſi trovano corriſpondere colle oſſervazioni, e concordi ſufficientemente con quei, che ſaranno a ſuo luogo determinati coll' ajuto della teorica dell' attrazione.

Accreſcimenti annui delle longitudini eliocentriche de' nodi delle orbite de' pianeti primarj, cioè dell' orbita di

Saturno = 45''
Giove = 31
Marte = 39 . 8
Venere = 60
Mercurio = 30.

COROLLARIO.

403. Eſſendoſi ſtabilite le epoche delle longitudini eliocentriche de' nodi aſcendenti delle orbite de' pianeti primarj nel § 402; è facile ora coll' ajuto degli accreſcimenti annuali delle medeſime longitudini, già notati, determinare le longitudini eliocentriche de' medeſimi nodi per qualunque altro tempo. Così pel corrente giorno 19 Apr. 1784 ſono le longitudini eliocentriche de' nodi aſcendenti delle orbite de' detti pianeti, cioè dell' orbita di

Saturno	=	3ˢ .	21° .	58′ . 00″
Giove	=	3 .	8 .	33 . 43
Marte	=	1 .	17 .	59 . 25
Venere	=	2 .	15 .	00 . 36
Mercurio	=	1 .	15 .	38 . 24 .

AVVERTIMENTO III.

404. Si noti pure che i detti accreſcimenti annui delle longitudini eliocentriche de' nodi delle orbite de' pianeti primarj non dimoſtrano che tali nodi ſi vanno annualmente di sì fatte miſure, ſecondo l' ordine de' ſegni, avanzando; anzi, andando annualmente ritrocedendo di $50'' \frac{1}{3}$ il punto equinoziale di primavera, dimoſtrano che in ogni anno va ritrocedendo di 5″. 3 il nodo di Saturno, va ritrocedendo il nodo di Giove di 19″. 3, va ritrocedendo il nodo di Marte di 10″. 5, va avanzandoſi di 9″. 6 il nodo di Venere, e va finalmente ritrocedendo di 20″. 3 il nodo di Mercurio.

AVVERTIMENTO IV.

405. A ſuo luogo ſi dimoſtrerà che le dette variazioni annuali delle longitudini eliocentriche de' detti nodi derivano dalle ſcambievoli attrazioni degli ſteſſi pianeti; e a ſuo luogo in conſeguenza delle medeſime attrazioni ſi determineranno, per far cono-

ſce-

ſcere quanto la teorica dell' attrazione, dovuta alla ſomma penetrazione dell' immortale Newtone, concorda colle oſſervazioni. Intanto procediamo ad inſegnare in che modo ſi poſſono determinare le inclinazioni delle orbite de' medeſimi pianeti primarj coll' eclittica. Perciò ſia il

PROBL. XXXVI.

406. *Inſegnare il modo di determinare in conſeguenza d' oſſervazioni l' inclinazione dell' orbita di qualunque pianeta primario coll' eclittica.*

SOLUZIONE.

Contraſſegnino ATB l' orbita terreſtre, PNO l' orbita del pianeta, S il Sole, e NO la linea de' nodi, in cui l' orbita del pianeta s' interſeca con quella della terra. Fig. 46, e 47

1. Note le longitudini eliocentriche de' nodi del pianeta, ſi determini il tempo, in cui la terra deve corriſpondere a uno de' nodi dell'orbita PNO. Sia determinato il tempo C, in cui la terra deve trovarſi in T.

2. Pel tempo C, coll' ajuto d'oſſervazioni opportune da farſi in tempi convenienti, ſi determinino la longitudine, e la latitudine geocentriche del pianeta. Suppoſto trovarſi il pianeta nel tempo C in P, e ſuppoſto calata da P ſul piano dell' eclittica la perpendicolare PQ, e congiunte le rette TP, TQ;

TQ; ſi faranno pel tempo C noti l' angolo QTO di elongazione, differenza delle longitudini geocentriche del pianeta, e del Sole, e l' angolo PTQ, latitudine geocentrica dell' iſteſſo pianeta.

3. S' intenda da Q calata ſu NO la perpendicolare QR, e s' intenda congiunta la PR. Eſſendo PQ perpendicolare al piano dell' eclittica, al medeſimo piano ſarà perpendicolare il triangolo PQR (§ *67 della Geo. ſol.*); onde NR, perpendicolare ad RQ, è perpendicolare anche al triangolo PQR (§ *69 della Geo. ſol.*); e conſeguentemente NR è perpendicolare ad RP. E perciò, eſſendo QR nel piano dell' eclittica, e PR nel piano dell' orbita del pianeta, l' angolo PRQ è l' inclinazione dell' orbita del pianeta al piano dell' eclittica.

4. Poſto il ſeno maſſimo = M, per gli triangoli TRQ, TQP rettangoli uno in R, e l' altro in Q, ſi hanno

M : *ſen.* QTR = TQ : QR,
M : *tang.* PTQ = TQ : QP.

Dunque

ſen. QTR : *tang.* PTQ = QR : QP.

Ma pel triangolo PQR, rettangolo in Q.

QR : QP = M : *tang.* PRQ.

Sic-

Sicchè

sen. QTR : *tang.* PTQ = M : *tang.* PRQ.

Per la qual cosa se in ordine al seno dell' angolo di elongazione QTR già determinato, al seno massimo, e alla tangente della latitudine geocentrica PTQ, anche determinata, si cerca il quarto proporzionale; si ha con tale quarto proporzionale la tangente dell' angolo PRQ, inclinazione dell' orbita del pianeta al piano dell' eclittica; onde l' angolo corrispondente a sì fatta tangente, dà la cercata inclinazione.
Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

ESEMPIO.

M. de Thury, e M. le Gentil in conseguenza d' osservazioni fatte nel 1751 a 6 Mag. $1^{or}.\ 00'.\ 47''\frac{1}{6}$ conclusero d' essere stata in tale momento la longitudine geocentrica di Mercurio di $2^{s}.\ 0^{o}.\ 50',\ 36''$, e la latitudine geocentrica di $1^{o},\ 51'.\ 15''$: ed in conseguenza della teorica della terra conclusero d' essere stata nel medesimo tempo la longitudine del Sole di $1^{s}.\ 15^{o}.\ 33'.\ 14''\frac{1}{4}$, trovandosi allora la terra nella linea de' nodi dell' orbita di Mercurio, o circa. Per determinare in con-

seguenza di ciò l'inclinazione dell'orbita di Mercurio, eccone il

CALCOLO.

Long. geo. di Mer. = 2ˢ. 0°. 50'. 36''
Long. del Sole = 1 . 15 . 33 . 14 $\frac{1}{4}$ sot.

ang. QTR = 15°. 17'. 21'' $\frac{3}{4}$.

Di più

ang. PTQ = 1°. 51'. 15''.

E perciò

Log. tang. PTQ = 8 . 5101745
Log. sen. mas. = 10 . 0000000 agg.

Som. = 18 . 5101745
Log. sen. QTR = 9 . 4211004 sott.

Log. tang. PRQ = 9 . 0890741 .

Quindi l'angolo PRQ, o sia l'inclinazione dell'orbita di Mercurio = 6°. 59'. 56''.

AVVERTIMENTO I.

407. Non soggiugniamo altri metodi adoperati dagli Astronomi in determinare le inclinazioni delle orbite planetarie, per non sup-

ſupporre determinazioni non ancora da noi inſegnate. Soggiugniamo intanto che le inclinazioni delle orbite de' pianeti primarj, delle quali in ſeguito faremo uſo, ſono quelle, che ſi trovano dal Signor de la Lande ſtabilite ſecondo le ſue tavole.

Inclinazioni delle orbite de' pianeti primarj, cioè dell' orbita di

Saturno = 2°. 30'. 20''
Giove = 1 . 19 . 10
Marte = 1 . 51 . 00
Venere = 3 . 23 . 20
Mercurio = 7 . 00 . 00 .

AVVERTIMENTO II.

408. Si noti che non ſoggiugniamo qui le piccioliſſime alterazioni, che ſoffrono le dette inclinazioni, per le ſcambievoli attrazioni de' medeſimi pianeti; perchè tali piccioliſſime alterazioni ſi determineranno, quando ne ſarà ſviluppata la teorica, che ne ſomminiſtra la determinazione di eſſe.

CAP. XIV.

De' modi di determinare le longitudini, e latitudini eliocentriche de' pianeti primarj in conſeguenza delle geocentriche, e le geocentriche in conſeguenza dell'eliocentriche, le riduzioni all' eclittica, e le diſtanze de' medeſimi pianeti sì dalla terra, che dal Sole.

PROBL. XXXVII.

409. *Inſegnare il modo, date d' un pianeta primario per qualſiſia dato tempo la longitudine, e la latitudine geocentriche, di determinare le corriſpondenti longitudine, e latitudine eliocentriche, e le diſtanze dell' iſteſſo pianeta e dalla terra, e dal Sole.*

SOLUZIONE.

Fig. 48, e 49. Contraſſegnino ATB l'orbita della terra, PNO l'orbita del pianeta, NO la linea de' nodi, S il Sole, T il ſito della terra pel tempo dato, e P quello del pianeta.

Da P s' intenda calata ſul piano dell' eclitti-

clittica la perpendicolare PQ. S' intendano congiunte le rette ST, SP, SQ, TP, TQ. Suppoſta prolungata QT in D, s' intenda di più congiunta la PD. S' intenda anche da T calata ſu NO la perpendicolare TC. E finalmente, ſuppoſta innalzata da T ſull' iſteſſo piano dell' eclittica la perpendicolare TE, che in E incontra la DP prolungata nelle *Fig. 49*, s' intenda congiunta la EC.

Pel tempo dato ſi determinino la longitudine del Sole, e conſeguentemente quella della terra, la diſtanza TS della terra dal Sole, e la longitudine del nodo O. Eſſendo data la longitudine geocentrica del pianeta, noti ſi faranno l' angolo d'elongazione QTS, e conſeguentemente l' angolo STD, e l' angolo TSO, e conſeguentemente l' angolo TSD. Eſſendo di più data la latitudine geocentrica del pianeta, è noto pure l' angolo PTQ. E finalmente eſſendo DP, e conſeguentemente CE nel piano dell' orbita del pianeta, TC nel piano dell' eclittica, e ambe le rette EC, CT perpendicolari ad NO; ſarà l' angolo TCE l' inclinazione dell' orbita del pianeta; e conſeguentemente tale angolo ſarà pure noto. Poſte tali coſe:

1. Nel triangolo TCS, rettangolo in C, noti l' angolo TSC, e 'l lato TS, ſi determinino il lato TC, e l' angolo STC. Si farà noto pure l' angolo CTD.

2. Nel triangolo TCD, rettangolo in C, noti l' angolo CTD, e 'l lato CT, ſi determini TD.

3. Nel

3. Nel triangolo CTE, rettangolo in T, noti l'angolo TCE, e 'l lato TC, ſi determini TE.

4. Nel triangolo DTE, rettangolo pure in T, noti i lati DT, TE, ſi determini l'angolo TDE.

5. Nel triangolo DTP, noto l'angolo TDP, già determinato, noto l'angolo DTP, conſeguente della latitudine geocentrica PTQ, e noto il lato DT, già anche determinato, ſi determini TP, diſtanza del pianeta dalla terra.

6. Nel triangolo TQP, rettangolo in Q, noti l'angolo QTP, e 'l lato TP, ſi determinino TQ, diſtanza curtata del pianeta dalla terra, e QP.

7. Nel triangolo STQ, noti i due lati ST, TQ, e l'angolo STQ da eſſi lati formato, ſi determinino SQ, diſtanza curtata del pianeta dal Sole, e l'angolo di commutazione QST, il quale ſottratto dall'angolo noto TSO, o aggiunto ad eſſo ſecondo il caſo, dà l'angolo QSO, che, aggiunto alla longitudine del nodo O, ſomminiſtra la longitudine eliocentrica cercata del pianeta. Si farà noto pure l'angolo SQT, parallatte annua.

8. Finalmente nel triangolo SQP, rettangolo in Q, noti i lati SQ, QP, ſi determinino SP, diſtanza del pianeta dal Sole, e l'angolo PSQ, latitudine eliocentrica cercata del pianeta.

Ch'è

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

410. Se il pianeta si trova in opposizione, o in congiunzione col Sole. In tale caso la terra T si trova nella retta SQ; e perciò combaciano QD con QS, PD con PS, e la TE incontra in E la PS. Quindi le *Fig.* 48, e 49 si trasmutano nelle due più semplici 50, e 51. Or in sì fatto caso la longitudine eliocentrica del pianeta è la stessa della longitudine della terra; e le rimanenti grandezze da calcolare esigono un calcolo assai più semplice del già insegnato, ed eccolo. 1. Nel triangolo TCS, rettangolo in C, noti l'angolo TSC, e 'l lato TS, si determini TC. 2. Nel triangolo CTE, rettangolo in T, noti l'angolo TCE, e 'l lato CT, si determini TE. 3. Nel triangolo STE, rettangolo pure in T, noti i lati ST, TE, si determini l'angolo TSE, latitudine eliocentrica del pianeta. 4. Finalmente nel triangolo STP, noto l'angolo PST già determinato, noto l'angolo SPT, latitudine geocentrica del pianeta, o suo conseguente, e noto il lato ST, si determinino i lati PT, PS, distanze del pianeta dalla terra, e dal Sole. Fig. 50, e 51

AV-

AVVERTIMENTO II.

411. Se poi il pianeta P si trova in uno de' nodi, come il dimostrano le Fig. 44, e 45; in tale caso la latitudine eliocentrica è nulla, e la longitudine eliocentrica è l' istessa di quella del nodo; onde non occorre farne nuova calcolazione. Per determinare in sì fatto caso le distanze del pianeta P e dalla terra, e dal Sole S, il calcolo è facilissimo. Di fatto si supponga trovarsi allora la terra in A, e si suppongano tirate le rette AS, AP; essendo nel triangolo APS noto l' angolo ASP, differenza delle longitudini della terra A, e del pianeta P, guardati dal Sole, noto l' angolo SAP, differenza delle longitudini del Sole, e del pianeta guardati dalla terra, e nota, per la teorica della terra, la distanza AS dell' istessa terra dal Sole; con determinare in esso i lati PA, PS, si hanno le distanze del pianeta e dalla terra, e dal Sole.

PROBL. XXXVIII.

412. *Insegnare il modo come, data di qualunque pianeta primario per qualsisia dato tempo la longitudine eliocentrica, computata nell' eclittica terrestre, si può determinare la corrispondente longitudine da computarsi nell' eclittica dell' istesso pianeta, e al contrario, e come*

si

ſi può altresì determinare la corriſpondente riduzione all' eclittica.

Soluzione.

Contraſſegnino PQ l' orbita del pianeta, Fig. 54
AOB l'eclittica terreſtre, COD l' eclittica del pianeta, S il Sole, P il ſito del pianeta nel tempo dato, NO la linea de' nodi, A il principio d' ariete nell' eclittica terreſtre, C il principio d' ariete nell' eclittica del pianeta, ed MR un arco del cerchio di latitudine eliocentrica, procedente per P, Sarà l' angolo ORM retto.

I. Sia data la longitudine eliocentrica AR, computata nell' eclittica terreſtre.

1. Si determini la longitudine AO del nodo O pel tempo dato. Si farà noto l'arco OR.

2. Nel triangolo rettangolo ORM, noti il lato OR, e l'angolo acuto ROM, inclinazione dell' orbita del pianeta già determinata, ſi determini l' arco OM.

Dalla differenza degli archi OM, OR s' avrà la riduzione all' eclittica; e dalla ſomma degli archi CO, OM s' avrà la longitudine del pianeta, computata nell' eclittica dell' iſteſſo pianeta.

II. Sia data la longitudine CM, computata nell' eclittica del pianeta.

1. Si determini la longitudine del nodo O, e s' avrà l'arco CO; onde noto ſi farà pure l'arco OM.

2. Nel

2. Nel triangolo rettangolo ORM, nota l' ipotenusa OM, e noto l' angolo acuto ROM, si determini il lato OR.

Dalla differenza di OM, OR s' avrà la riduzione all' eclittica, e dalla somma degli archi AO, OR s' avrà la longitudine eliocentrica del pianeta nell' eclittica terrestre. Ch' è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

413. Se è data la latitudine eliocentrica MR, e la spezie di essa; con determinare nel triangolo rettangolo ORM, noti il lato MR, e l'angolo acuto ROM, i lati OM, OR, si farà nota sì la riduzione all' eclitca, che la longitudine AR, computata nell' eclittica terrestre, e la longitudine CM, computata nell'eclittica del pianeta.

AVVERTIMENTO II.

414. Non soggiugniamo la varietà de' casi, che possono accadere, essendo facile ad avvertirsi da chicchessia.

PROBL. XXXIX.

415. *Insegnare il modo, date d' un pianeta primario per qualsisia dato tempo la longitudine, e la latitudine eliocentriche, e la sua distanza dal Sole, di determinare le corrispondenti longitu-*

gitudine, e latitudine geocentriche, e la distanza dalla terra.

SOLUZIONE.

Contrassegnino ATB l'orbita della terra, PNO l'orbita del pianeta, S il Sole, T il sito della terra pel tempo dato, e P quello del pianeta. Fig. 48, e 49

Da P s'intenda calata sul piano dell'eclittica la perpendicolare PQ, e s'intendano congiunte le rette SP, SQ, ST, TP, TQ.

Pel tempo dato si determinino la longitudine del Sole, e conseguentemente quella della terra, e la distanza TS della terra dal Sole. Essendo data la longitudine eliocentrica del pianeta P, noto si farà l'angolo di commutazione QST. Poste tali cose:

1. Nel triangolo PSQ, rettangolo in Q, nota l'ipotenusa SP, distanza data del pianeta dal Sole, e noto l'angolo PSQ, latitudine eliocentrica data del pianeta, si determinino la SQ, distanza curtata del pianeta dal Sole, e la PQ.

2. Nel triangolo QST, noti i due lati QS, ST, e l'angolo compreso da essi QST, si determinino il lato QT, e l'angolo d'elongazione QTS. Essendo determinata la longitudine del Sole, si farà nota la longitudine geocentrica cercata del pianeta.

3. Finalmente nel triangolo TQP, rettangolo in Q, noti i due lati TQ, QP, si de-

ſi determinino TP, diſtanza cercata del pianeta dalla terra, e l'angolo QTP, latitudine geocentrica cercata dell'iſteſſo pianeta. Ch'è quanto biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

416. Si noti che con determinare nel triangolo QST l'angolo d'elongazione QTS, ſi fa noto pure l'angolo SQT, parallaſſe del grand'orbe.

AVVERTIMENTO II.

417. Se il pianeta ſi trova in oppoſizione, o in congiunzione col Sole. In tale caſo la terra T ſi trova nella retta SQ, e le *Fig.* 48, e 49 ſi traſmutano nelle due più ſemplici 50, e 51. Quindi la longitudine geocentrica cercata del pianeta ſi ha dalla longitudine della terra; e determinate le rette SQ, QP, e conſeguentemente TQ, QP, con determinare nel triangolo TQP, noti i lati TQ, QP, l'angolo QTP, e 'l lato TP, ſi ha la cercata latitudine geocentrica del pianeta, e la cercata ſua diſtanza dalla terra.

AVVERTIMENTO III.

418. Se poi il pianeta P ſi trova in uno de' nodi, come il dimoſtrano le *Fig.* 44, e 45;

45; in tale caso la latitudine geocentrica è nulla. Per determinare intanto in sì fatto caso la longitudine geocentrica del pianeta, e la sua distanza dalla terra, si supponga allora la terra in A, e si suppongano tirate le rette AS, AP. Essendo nel triangolo APS noto l' angolo ASP, differenza delle longitudini eliocentriche della terra, e del pianeta, noto il lato SP, distanza data del pianeta dalla terra, e noto il lato SA, distanza della terra dal Sole, che si determina per la teorica della terra; con determinare in tale triangolo l' angolo SAP, e 'l lato AP, si vengono a determinare la longitudine geocentrica del pianeta, e la sua distanza dalla terra. E' d' avvertire però che l' angolo PAS non dà la longitudine geocentrica del pianeta, ma che col suo ajuto, e colla longitudine del Sole agevolmente, secondo i diversi casi, che possono occorrere, si determina.

CAP. XV.

Del modo di ricavare per riguardo di qualunque pianeta primario dalle anomalie medie le anomalie vere corrispondenti, e le corrispondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo le longitudini, e le latitudini eliocentriche, e geocentriche di qualsisia pianeta primario, e le distanze, che ha dal Sole, e dalla terra.

PROBL. XL.

419. *Insegnare il modo, data qualunque anomalia media di qualsisia pianeta primario, di determinare l'anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

SOLUZIONE.

Fig. 53. e 54 Contrassegnino AIPL l'orbita del pianeta, AP il suo asse maggiore, O il suo centro, OI il suo semiasse minore, e S il fuoco, dove risiede il Sole. Saranno dell'orbita del

del pianeta A l'afelio, P il perielio; e ſaranno noti il ſemiaſſe maggiore OA, il ſemiaſſe minore OI, e note l' eccentricità OS, e le diſtanze AS, PS.

S' intenda intorno ad AP deſcritto il cerchio AKPR, e s' intenda l'angolo AOG dinotare la data anomalia media. Si ſupponga in oltre eſſere in T il pianeta, quando la ſua anomalia media è AOG. Per T s' intenda tirata HF perpendicolare ad AP, e s' intendano congiunte le rette SG, ST, OF. Finalmente dal punto S s' intenda calata ſu FO prolungata, ſe biſogna, la perpendicolare SQ. Sarà SQ uguale all' arco circolare FG (§ 195), differenza delle due anomalie media, ed eccentrica. E perciò, ſuppoſta tirata per G la GX parallela ad FQ, ſarà XQ uguale al ſeno di GF, e conſeguentemente SX ſarà la differenza dell' iſteſſo ſeno dal ſuo arco.

1. Nel triangolo GOS, noti il lato GO, come uguale al ſemiaſſe maggiore, che ſi prenderà ſempre = 100000, il lato OS, eccentricità dell' orbita, e l' angolo GOS, conſeguente dell' anomalia media data AOG, ſi determinino l'angolo OGS, e 'l lato GS. Si farà a un di preſſo noto l' angolo GOF; perchè a un di preſo in tutt' i pianeti primarj l' angolo GOF ſi può prendere come uguale ad OGS. E perciò a un di preſſo ſarà noto l' angolo FOA, e conſeguentemente l' angolo SOQ.

2. Nel triangolo rettangolo SQO, noti il lato SO, e l' angolo SOQ, si determini il lato SQ, che verrà espresso nelle medesime parti, nelle quali è espressa l' eccentricità SO, e conseguentemente il semiasse maggiore OA.

3. Relativamente al raggio OA, posto = 100000, si determini la periferia AGPR; e si cerchi in ordine al numero esprimente tale periferia, al numero esprimente SQ, già determinato, o sia l' arco GF, e alli gr. 360 della stessa periferia il quarto proporzionale. S' avranno i gradi, e minuti dell' istesso arco GF. Onde il seno di tale arco, riferito al raggio di 100000, darà XQ; e conseguentemente si renderà nota SX nelle medesime parti, delle quali OA ne contiene 100000.

4. Nel triangoletto SXG, rettangolo in X, noti i lati GS, SX, si determini l' angoletto SGX; e tale angoletto, quando risulta sensibile, si sottragga da SGO. S' avrà in tal modo l' angolo XGO con più precisione, e conseguentemente l'angolo GOF. Onde con più precisione s' avrà l' anomalia eccentrica FOA.

5. In ordine al semiasse minore OI, alla distanza PS del perielio dal Sole, e alla tangente della metà dell' anomalia eccentrica AOF già determinata, si cerchi il quarto proporzionale.

S' avrà con tale quarto proporzionale la tan-

tangente della metà dell'anomalia vera AST (§ 236); onde il doppio dell'angolo corrispondente a sì fatta tangente darà la cercata anomalia vera AST: e di più colla differenza delle due anomalie vera, e media s' avrà la corrispondente equazione del centro. Ch' è quanto bisognava insegnare.

ESEMPIO I.

Sia relativamente a Marte data l' anomalia media di 58°. 25'. 36", *determinare l' anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

CALCOLO.

Posta OA = 100000, sono OI = 99563. 64, OS = 9331. 34, PS = 90668. 66. Dunque

GO + OS = 109331. 34
GO — OS = 90668. 66.

In oltre essendo l'angolo AOG = 58°. 25'. 36"; sarà la semisomma di OSG, OGS = 29°. 12'. 48". E perciò

I.

Log. (GO — OS) = 4. 9574571
Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG + OGS) = 9. 7479566

Som. = 14. 7050137

$$Log.\ (GO+OS) = 5.0387425 \text{ sot.}$$

$$Log.\ tan.\ \tfrac{1}{2}(OSG-OGS) = 9.6662712.$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}(OSG-OGS) = 24°.52'.43''.$$

E perciò

$$OSG = 54°.5'.31''$$
$$SGO = 4°.20'.5'';$$

e conseguentemente a un di presso

$$GOF = 4°.20'.5'',$$

e

$$AOF = 54°.5'.31''.$$

II.

$$Log.\ sen.\ SOG = 9.9304246$$
$$Log.\ OG = 5.0000000$$

$$Som. = 14.9304246$$
$$Log.\ sen.\ OSG = 9.9084631 \text{ sott.}$$

$$Log.\ SG = 5.0219615.$$

Sic-

Sicchè

SG = 105186 . 87 .

III.

Log. ſen. SOQ = 9 . 9084631
Log. SO = 3 . 9699440

Som. = 13 . 8784071
Log. ſen. maſſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SQ = 3 . 8784071 .

Onde

SQ = GF = 7558 .

Or eſſendo OA = 100000, ſarà la periferia AGPR = 628200 . Si cerchi dunque in ordine a 628200 , a 7558 , e 360° il quarto proporzionale; s'avrà con tale quarto proporzionale l' arco GF = 4° . 19' . 52'', il cui ſeno, e conſeguentemente XQ è = 7552 . 02 . Per la qual coſa ſarà SX = 5 . 98 .

IV.

Log. SX = 0 . 7767012
Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000

Som. = 10 . 7767012

Log. SG = 5 . 0219615 ſott.

Log. ſen. SGX = 5 . 7547397 .

Quindi l'angoletto SGX non ha valore ſenſibile; e perciò l'anomalia eccentrica AOF = 54° . 5′ . 31″ .

V.

Log. PS = 4 . 9574571
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 9 . 7080268

Som. = 14 . 6654839
Log. OI = 4 . 9981007 ſott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 9 . 6673832 .

Sicchè

$\frac{1}{2}$ AST = 24° . 56′ . 5″ .

Per la qual coſa

l'anomalia vera AST = 49° . 52′ . 10″,

e conſeguentemente

l'equazione del centro = 8° . 33′ . 26″.

ESEM.

ESEMPIO II.

Sia relativamente a Mercurio data l' anomalia media di 112°. 34'. 18'', *determinare l' anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

CALCOLO.

Posta OA = 100000, sono OI = 97862 Fig. 54
91, OS = 20563. 22, PS = 79436. 78.
Dunque

GO+OS = 120563 . 22
GO—OS = 79436 . 78 .

In oltre essendo l' angolo AOG = 112°. 34'. 18'', sarà la semisomma di OSG, OGS = 56°. 17'. 9''. E perciò

I.

Log. (GO—OS) = 4. 9000216
Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG+OGS) = 10. 1756955

Som. = 15. 0757171
Log. (GO + OS) = 5. 0812147 sot.

Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG—OGS) = 9. 9945024 .

Onde

$$\tfrac{1}{2}(OSG - OGS) = 44^{\circ}.\,38'.\,14''.$$

E perciò

$$OSG = 100^{\circ}.\,55'.\,23''$$
$$SGO = 11\ .\,38\ .\,55\ ;$$

e conseguentemente a un di presso

$$GOF = 11^{\circ}.\,38'.\,55'',$$

e

$$AOF = 100^{\circ}.\,55'.\,23''.$$

II.

Log. sen. SOG	= 9 . 9653899	
Log. OG	= 5 . 0000000	
Som.	= 14 . 9653899	
Log. sen. OSG	= 9 . 9920595	sott.
Log. SG	= 4 . 9733304 .	

Sicchè

$$SG = 94043\ .\ 85\ .$$

III.

III.

Log. ſen. SOQ = 9 . 9920595
Log. SO = 4 . 3130911

Som. = 14 . 3051506
Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SQ = 4 . 3051506 .

Onde

SQ = GF = 20190 . 66 .

Eſſendo OA = 100000 , ſarà la periferia AKPR = 628200 . Si cerchi in ordine a 628200 , a 20190 . 66 , e a 360° il quarto proporzionale ; s' avrà con tale quarto proporzionale l'arco GF = 11° . 37' . 25" , il cui ſeno , e conſeguentemente XQ è = 20148 . 16 . Per la qual coſa ſarà SX = 42 . 5

IV.

Log. SX = 1 . 6283889
Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000

Som. = 11 . 6283889
Log. SG = 4 . 9733304 ſott.

Log. ſen. SGX = 6 . 6550585 .

On-

Onde

$$SGX = 1'.\ 38''.$$

E perciò

$$GOF = XGO = 11^{\circ}.\ 37'.\ 17'',$$

e conseguentemente

$$AOF = 100^{\circ}.\ 57'.\ 1''.$$

V.

$$\begin{array}{rl} \textit{Log.} & PS = 4.9000216 \\ \textit{Log. tang.} & \frac{1}{2}AOF = 10.0835116 \\ \hline & \text{Som.} = 14.9835332 \\ \textit{Log.} & OI = 4.9906181\frac{1}{2} \text{ sot.} \\ \hline \textit{Log. tang.} & \frac{1}{2}AST = 9.9929150\frac{1}{2}. \end{array}$$

Sicchè

$$\frac{1}{2}AST = 44^{\circ}.\ 31'.\ 57''.$$

Per la qual cosa

l'anomalia vera $AST = 89^{\circ}.\ 3'.\ 54''$,

e conseguentemente

l'equa-

l'equazione del centro = 23°. 30'. 24".

AVVERTIMENTO I.

420. Si noti che la distanza ST del pianeta dal Sole si determina in tutt' i casi sempre coll'ajuto della proporzione *sen.* AST: *sen.* AOF = OI : ST già dimostrata nel § 319. Così la distanza di Marte dal Sole, posto il semiasse maggiore della sua orbita = 100000, è a tenore de' dati del primo esempio = 105473 . 23; e quella di Mercurio, posto pure il semiasse maggiore della sua orbita = 100000, è a tenore de' dati del secondo esempio = *96102 . 66*.

AVVERTIMENTO II.

421. Prima di procedere innanzi sta bene avvertire che dalle determinazioni già fatte relativamente alli pianeti primarj agevolmente si ricavano per ciascun' anno l'epoche delle longitudini medie di essi, delle longitudini degli afelj delle orbite, e delle longitudini de' nodi delle medesime orbite; non altrimenti che si sono per ciascun' anno ricavate l' epoche delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell' apogeo solare: anzi del modo praticato per riguardo del Sole si determinano per riguardo de' detti pianeti gli avanzi, che giorno per giorno in tutto l'anno vanno facendo le dette longitudini, e gli

e gli avanzi, che le longitudini medie vanno facendo da ora in ora d' ogni giorno, e da minuto in minuto d' ogni ora. Soggiugniamo intanto che qui in ſeguito faremo uſo dell' epoche, e degli avanzi delle dette longitudini, che ſi trovano regiſtrate nelle tavole de' moti de' corpi celeſti del Signor de la Lande. Ciò poſto, venghiamo al ſeguente

PROBL. XLI.

422. *Inſegnare il modo di determinare per qualunque tempo la longitudine, e la latitudine sì eliocentriche, che geocentriche di qualſiſia pianeta primario, e le diſtanze di eſſo dal Sole, e dalla terra relativamente al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſtre, poſto* = 100000.

SOLUZIONE.

1. Si riduca il tempo vero dato al meridiano di Parigi, e in tempo medio; e relativamente a tale tempo medio ſi determinino la longitudine vera del Sole, la longitudine vera della terra, e la diſtanza della terra dal Sole.

2. Relativamente all' iſteſſo tempo medio ſi determinino la longitudine media del pianeta, e la longitudine del ſuo afelio; e in conſeguenza di tali longitudini ſi determini l' anomalia media del pianeta.

3. De-

3. Determinata l'anomalia media del pianeta, ſi determinino ſucceſſivamente l'anomalia eccentrica, l'anomalia vera, la longitudine vera nella ſua orbita, e la diſtanza del pianeta dal Sole; e tale diſtanza ſi riduca alla miſura, che l' appartiene relativamente al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſtre, poſto = 100000.

4. Si determini la longitudine del nodo aſcendente dell' orbita del pianeta. S' avrà anche, ſe occorrerà, la longitudine dell' altro nodo.

5. Dalla longitudine vera del pianeta nell' orbita, e dalla longitudine del nodo più vicino ſi rilevi l' argomento della latitudine, e in conſeguenza di tale argomento ſi determinino la latitudine eliocentrica del pianeta, e l' arco dell' eclittica terreſtre corriſpondente all' iſteſſo detto argomento di latitudine. S' avrà anche la longitudine eliocentrica del pianeta, computata nell' eclittica terreſtre.

6. Coll' ajuto della diſtanza del pianeta dal Sole, ridotta alla miſura già detta, e della ſua latitudine eliocentrica ſi determinino la diſtanza curtata dell' iſteſſo pianeta dal Sole, e la perpendicolare procedente dal centro del pianeta ſul piano dell' eclittica terreſtre.

7. Coll' ajuto della diſtanza della terra dal Sole, della diſtanza curtata del pianeta pure dal Sole, e dell' angolo di commutazione

zione da tali distanze compreso, differenza delle longitudini eliocentriche della terra, e del pianeta, si determinino l'angolo di elongazione del pianeta, e la distanza curtata dell' istesso pianeta dalla terra. Si farà nota anche la longitudine geocentrica del medesimo pianeta.

8. Finalmente coll' ajuto della distanza curtata del pianeta dalla terra, e della perpendicolare procedente dal centro del pianeta sul piano dell' eclittica terrestre si determinino la latitudine geocentrica del pianeta, e la distanza dell' istesso pianeta dalla terra. S' avranno le ultime determinazioni da fare. Ch' è quanto bisognava insegnare.

ESEMPIO.

Sieno da determinare le longitudini, e latitudini eliocentriche, e geocentriche, alle quali è corrisposto Giove nel corrente anno 1784 *a dì* 1 *Mag.* 8^{or}. 20′. 18″, *tempo vero a Napoli, e le distanze del medesimo pianeta e dal Sole, e dalla terra.*

CALCOLO.

Per determinare il tempo medio relativamente al meridiano di Parigi.

Tempo vero a Napoli
An. 1784. 1 Mag.... 8^{or}. 20′. 18″
Diff.

Diff. de' merid. tra Napoli, e Parigi.....	47'. 30'' sott.
Tempo vero a Parigi An. 1784. 1 Mag....	7or. 32t. 48''
Equaz. del tempo pel 1 di Mag.	3'. 13'' sott.
Temp. med. a Parigi An. 1784. 1 Mag....	7or. 29'. 35''.

Per determinare le longitudini vere della terra, e del Sole.

Epoca delle long. med. del ☉ pel 1784..	9s.	10°.	45'.	54''. 4
Avanzo fino al 1 di Mag...	3 .	29 .	15 .	48 . 0
Per 7or....			17 .	14 . 9
Per 29'.....			1 .	11 . 5
Per 35''....				1''. 4
Long. med. del ☉.....	1s.	10°.	20'.	10''. 2 ;

Onde

Long. med. della terra,..	7s.	10°.	20'.	10''. 2 .

Di più

Epoca della long. dell' apog. sola. pel 1784.....	3ˢ.	9°.	15′.	11″.	0
Avanzo fino al 1 Mag....			21	.	7
Long. dell'apog. sola.....	3ˢ.	9°.	15′.	32″.	7 ;

Onde

Long. dell'afelio dell'orbita terrestre...	9ˢ.	9°.	15′.	32″.	7 .

Sicchè

Long. med. della terra....	7ˢ.	10°.	20′.	10″.	2
Long. dell'afelio	9	. 9	. 15	. 32	. 7 sot.
Anom. med. della terra...	10ˢ.	1°.	4′.	37″.	5
Equaz. del centr. corrispondente....		1°.	37′.	52	. 2 agg.
Anom. vera della ter.....	10ˢ.	2°.	42′.	29″.	7 .

Per

Per la qual cosa

Anom. vera della terra ...	$10^s . 2^\circ . 42' . 29'' . 7$
Long. dell' afel.	$9 . 9 . 15 . 32 . 7$ agg.
Long. vera della terra ...	$7^s . 11^\circ . 58' . 2'' . 4$.

e conseguentemente

Long. vera del Sole	$1^s . 11^\circ . 58' . 2'' . 4$.

Per determinare la distanza della terra dal Sole.

Sia quanto s' è supposto nel § 317. Saranno, supposto il semiasse maggiore dell' orbita terrestre OA = 100000, PS = 98319. 793 (§ 228), e OI = 99985 . 86 (§ 229). Essendo l' anomalia vera della terra = $10^s . 2^\circ . 42' . 29'' . 7$, sarà l' angolo AST, complimento a quattro retti della detta anomalia, = $1^s . 27^\circ . 17' . 30'' . 3 = 57^\circ . 17' . 30'' . 3$. Ed essendo pel § 236 PS : OI = *tang.* $\frac{1}{2}$ AST : *tang.* $\frac{1}{2}$ AOF ; con tale proporzione si può Fig. 32

determinare l'angolo AOF, complimento a quattro retti dell'anomalia eccentrica corrispondente. E finalmente essendo pel § 319 *sen.* AST : *sen.* AOF = OI : ST ; con tale altra proporzione si può determinare la distanza TS della terra dal Sole. Quindi

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST	=	9 . 7373867
Log. OI	=	4 . 9999386
Som.	=	14 . 7373253
Log. PS	=	4 . 9926409 sott.
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF	=	9 . 7446844 ,

Onde

$$\tfrac{1}{2}\text{AOF} = 29^{\circ}, 3', 7'',$$

e conseguentemente

$$\text{AOF} = 58^{\circ}. 6'. 14'',$$

In oltre

Log. sen. AOF	=	9 . 9289115
Log. OI	=	4 . 9999386
Som.	=	14 . 9288501
Log. sen. AST	=	9 . 9250195 sott.
Log. ST	=	5 . 0038306 ,

&c.

Sicchè

ST = 100885 . 92 .

Per determinare l' anomalia media di Giove.

Epoca della long. med. di Gio. pel 1784..	10ˢ.	16°.	29′.	31″	
Avanzo fino al 1 Mag....		10 .	3 .	33	
Per 7ᵒʳ....			1 .	27	
Per 29′....				6	
Per 35″...				0 .	7‴
Long. med. di Giove....	10ˢ.	26°.	34′.	37″.	7‴

Di più

Epoca della long. dell' afelio di Giove pel 1784....	6ˢ.	10°.	57′.	39″	
Avanzo fino al 1 Mag....				21	
Long. dell'afel. di Giove..	6ˢ.	10°.	58′.	00″	

Sicchè

Long. med.
di Giove.... $10^s . 26^o . 34' . 37'' . 7'''$
Long. dell'afelio..... $6 . 10 . 58 . 00$ sot.

Anom. med.
di Giove.... $4^s . 15^o . 36' . 37'' . 7'''$.

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica.

Fig. 30 Sia quanto s'è supposto nel § 317, col divario solamente, che AIPL contrassegni l'orbita non della terra, ma di Giove, e che T sia il sito di Giove, e non già della terra. Posto il semiasse maggiore della detta orbita di Giove OA = 100000, saranno OI = 99881 . 8, OS = 4860 . 14, e PS = 95139 . 86; e perciò

$$GO+OS = 104860 . 14$$
$$GO-OS = 95139 . 86 .$$

Ed essendo l'anomalia media determinata, o sia l'angolo AOG = $4^s . 15^o . 36' . 37''$; sarà $\frac{1}{2}(OSG + OGS) = 67^o . 48' . 18''\frac{1}{2}$. Quindi

Log.

Log. (GO—OS) = 4 . 9783624
Log. tang. $\frac{1}{2}$(OSG+OGS) = 10 . 3893528

Som. = 15 . 3677152
Log. (GO+OS) = 5 . 0206103 *sott.*

Log. tang. $\frac{1}{2}$(OSG—OGS) = 10 . 3471049 .

Dunque

$\frac{1}{2}$ (OSG—OGS) = 65° . 47' . 16'' .

E perciò

OGS = 2° . 1' . 2'' $\frac{1}{2}$;

il quale angolo, come poco più di gr. 2, senza correzione alcuna si può prendere per uguale a GOF. E quindi l'anomalia eccentrica AOF = 4^s . 13° . 35' . 34'' $\frac{1}{2}$.

Per determinare la corrispondente anomalia vera AST .

Log. PS = 4 . 9783624
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 3678731

Som. = 15 . 3462355
Log. OI = 4 . 9999386 *sott.*

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST = 10 . 3462969 .

Dunque

$\frac{1}{2}$ AST = 65°. 44'. 52".

E perciò l' anomalia vera AST = 131°. 29'. 44" = 4ˢ. 11°. 29'. 44".

Per determinare la longitudine eliocentrica di Giove nell' eclittica della sua orbita.

Anom. vera = 4ˢ. 11°. 29'. 44"
Long. dell'afel. = 6 . 10 . 58 . 00 agg.

Long. nell'orbit. = 10ˢ. 22°. 27'. 44".

Per determinare la distanza ST di Giove dal Sole.

Log. sen. AOF = 9 . 8598927
Log. OI = 4 . 9999386

Som. = 14 . 8598313
Log. sen. AST = 9 . 8744859 sott.

Log. ST = 4 . 9853454 .

Onde

Onde

$ST = 96681 . 95$;

che riferita al ſemiaſſe maggiore dell'orbita terreſtre, poſto = 100000, ſi ha la diſtanza ST di Giove dal Sole = 502840 . 8 .

Per determinare la longitudine del nodo aſcendente, e l'argomento di latitudine.

Epoca del nodo aſcen. di Giove pel 1784.....	$3^s . 8^o . 50' . 00''$
Avanzo fino al 1 Mag.....	20
Long. del nod. aſcen.....	$3^s . 8^o . 50' . 20''$.

Quindi

Long. nell'eclit. dell'orb...	$10^s . 22^o . 27' . 44''$
Long. del nod. aſcen.....	3 . 8 . 50 . 20 ſott.
Arg. di latit... =	$7^s . 13^o . 37' . 24''$.

Per

Per determinare la latitudine eliocentrica di Giove.

Eſſendo l'argomento di latitudine già trovato = 7ˢ. 13°. 37′. 24″, ſarà Giove nella ſua orbita al di là del nodo diſcendente per 1ˢ. 13°. 37′. 24″. Sicchè ſe
Fig. 52 ſupponghiamo contraſſegnare AB l' eclittica terreſtre, CD l'eclittica di Giove, O il nodo diſcendente, e OM l'arco di 1ˢ. 13°. 37′. 24″; dinoterà M il luogo di Giove nella ſua eclittica. E perciò, ſuppoſto MR eſſere l'arco del cerchio di latitudine procedente per M, dinoterà MR la latitudine eliocentrica cercata di Giove, che ſarà auſtrale. Veniamo ora alla ſua determinazione, eſſendo nel triangolo ORM, rettangolo in R, l'ipotenuſa OM = 43°. 37′. 24″, e l'angolo acuto in O = 1°. 19′. 10″.

Log. ſen. OM	=	9 . 8387952
Log. ſen. MOR	=	8 . 3622253
Som.	=	18 . 2010205
Log. ſen. maſ.	=	10 . 0000000 ſott.
Log. ſen. MR	=	8 . 2010205 .

Sic-

Sicchè la latitudine eliocentrica auſtrale di Giove è = 54'. 37" .

Per determinare la longitudine eliocentrica di Giove nell' eclittica terreſtre.

Si determini l'arco OR, e ſe l'aggiunga la longitudine del nodo O, vale a dire la longitudine del nodo aſcendente, accreſciuta di gr. 180, eſſendo O il nodo diſcendente nel preſente caſo. S'avrà in tal modo la longitudine eliocentrica di Giove nell'eclittica terreſtre. Perciò

Log. tang. OM	= 9 . 9791220	
Log. cof. MOR	= 9 . 9998848	
Som.	= 19 . 9790068	
Log. ſen. maſſ.	= 10 . 0000000	ſott.
Log. tang. OR	= 9 . 9790068	

Sicchè

OR = 43°. 36'. 56" .

Long. del nodo O = 9ˢ. 8°. 50'. 20" ag.

Long. eliocen. di Giove

Giove nell' eclit.
terr. $= 10^s . 22^\circ . 27' . 16''$.

Per determinare la distanza curtata di Giove dal Sole, e la perpendicolare supposta calata dal suo centro sull' eclittica terrestre.

Fig. 55 Contrassegnino AB l'orbita terrestre, PNO quella di Giove, NO la linea de' nodi, S il Sole, e pel tempo assegnato T il sito della terra, e P quello di Giove. Si supponga da P calata sull' eclittica terrestre la perpendicolare PQ, e si suppongano congiunte tutte le rette, che si veggono nella figura. Venghiamo ora a determinare SQ, e QP, essendo nel triangolo rettangolo l'angolo PSQ $= 54' . 37''$, e SP $= 502840 . 8$.

Log. cos. PSQ	=	9 . 9999451	
Log. SP	=	5 . 7014305	
Som.	=	15 . 7013756	
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000	sott.
Log. SQ	=	5 . 7013756.	

Dunque la distanza curtata SQ di Giove dal Sole $= 502777 . 19$.

In

In oltre

Log. ſen. PSQ = 8 . 2010158
Log. SP = 5 . 7014305

Som. = 13 . 9024463
Log. ſen. maſſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. PQ = 3 . 9024463 .

Onde

PQ = 7988 . 15 ;

Per determinare la longitudine geocentrica corriſpondente di Giove.

Nel triangolo QST, noti il lato QS = 502777 . 19, il lato ST = 100885 . 92, e l'angolo di commutazione QST, differenza della longitudine della terra, e della eliocentrica di Giove nell' eclittica terreſtre, ch' è = 100° . 29' . 13'' . 6, ſi determini l' angolo d' elongazione QTS. Perciò

QS + ST = 603663 . 11
QS — ST = 401891 . 17

$\frac{a}{t}$ (STQ

$\frac{1}{2}(STQ+SQT) = 39^{a}.45'.23''.2$

Log. tan. $\frac{1}{2}(STQ+SQT) = 9.9200614$
Log. $(SQ-ST) = 5.6041084$

Som. $= 15.5241698$
Log. $(SQ+ST) = 5.7807946$ *fot.*

Log.san. $\frac{1}{2}(STQ-SQT) = 9.7433752$.

Dunque

$\frac{1}{2}(STQ-SQT) = 28°.58'.44''$.

E perciò

$QTS = 68°.44'.7''.2$.

Or aggiugnendo al complimento a quattro retti dell' angolo QTS, cioè a $9^{s}.21°.15'.52''.8$ la longitudine trovata del Sole di $1^{s}.11°.58'.2''.4$, la somma di $11^{s}.3°.13'.55''.2$ dà la longitudine geocentrica cercata.

Per determinare finalmente la latitudine geocentrica PTQ di Giove, e la ſua diſtanza PT dalla terra.

Si determini prima nel triangolo QST, la QT, diſtanza curtata di Giove dalla terra; e poſcia nel triangolo rettangolo PQT ſi determinino l'angolo PTQ, e l'ipotenuſa PT. Perciò

Log. ſen. QST = 9 . 9926841
Log. QS = 5 . 7013756

Som. = 15 . 6940597
Log. ſen. QTS = 9 . 9693763 ſott.

Log. TQ = 5 . 7246834 ;

Onde

TQ = 530497 . 55 .

In oltre

Log. PQ = 3 . 9024463
Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000

Som. = 13 . 9024463

Log.

Log. TQ = 5 . 7246834 sott.

Log. tang. PTQ = 8 . 1777629 .

Sicchè la latitudine geocentrica di Giove PTQ = 51′ . 45″.

Finalmente

Log. PQ = 3 . 9024463
Log. ſen. maſ. = 10 . 0000000

Som. = 13 . 9024463
Log. ſen. PTQ = 8 . 1776047 sott.

Log. PT = 5 . 7248416 .

E perciò la diſtanza PT di Giove dalla terra è = 530690 . 84 .

AVVERTIMENTO.

323. Si noti che l' eſpoſta calcolazione coll' ajuto delle tavole aſtronomiche ſi rende alquanto più compendioſa, trovandoſi in tali tavole più coſe già regiſtrate: ma a noi è piaciuto di darla per intiero, affinchè la gioventù poſſa apprendere il come vanno tali coſe calcolate. E ſi noti altresì che ſe ſi ſono traſcurate alcune leggiere correzioni, ciò s' è fatto per tenerne conto, quando ſe

ne

ne ſaranno ſviluppati i fondamenti della calcolazione di eſſe. Procediamo intanto al

CAP. XVI.

Delle miſure de' diametri, de' volumi, delle maſſe, e delle forze attraenti de' pianeti nelle proprie ſuperficie.

DEFIZIONE.

424. Si dice di qualunque pianeta *diametro apparente* l'angolo, ſotto cui il ſuo effettivo diametro viene veduto.

AVVERTIMENTO I.

425. Si miſura il diametro apparente d' un pianeta o coll' ajuto di ſtrumenti, detti *micrometri*, de' quali ſi parlerà a ſuo luogo, o con ridurre in parti di grado il tempo, in cui appariſce il pianeta traverſare il filo d' un cannocchiale, e filo verticale a un altro adattato ſecondo la direzione del parallelo, che l' iſteſſo pianeta appariſce allora deſcrivere.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 56 426. Contraſſegni BC qualunque pianeta veduto da uno ſpettatore coll'occhio in A. Da A s'intendano tirate AO al centro del pianeta, e AB tangente in B dell' iſteſſo pianeta; e s'intenda congiunto il ſemidiametro OB. Sarà ABO angolo retto; e BAO ſarà l'angolo, ſotto cui lo ſpettatore vedrà il ſemidiametro del pianeta. Eſſendo, poſto il ſeno maſſimo = R,

$$AO : OB = R : \mathit{sen.}\ BAO;$$

ſarà

$$\mathit{sen.}\ BAO = \frac{1}{AO}\,(R \times OB)\,.$$

Or l'angolo BAO per riſpetto del Sole appena oltre paſſa $\frac{1}{4}$ di grado, e per riſpetto degli altri pianeti è aſſai più piccolo. Sicchè l'arco, che miſura tale angolo, per riſpetto di tutt'i pianeti ſi può ſenza ſenſibile errore prendere pel ſuo ſeno. Quindi ſarà

$$\text{ang. } BAO = \frac{1}{AO}\,(R \times OB)\,;$$

e conſeguentemente, poſto l'intero diametro apparente = M, e poſte la lunghezza del diametro effettivo = L, e la diſtanza del pia-

pianeta dallo ſpettatore = D, ſarà

$$M = \frac{I}{D} (R \times L).$$

COROLLARIO I.

427. Quindi ne derivano 1. che i diametri apparenti di un pianeta, a diverſe diſtanze guardato, ſono in ragione reciproca delle medeſime diſtanze: 2. che i diametri apparenti di pianeti diverſi, guardati a diſtanze diverſe, ſono in ragione compoſta dalla diretta de' diametri effettivi, e dalla reciproca delle diſtanze: 3. che i diametri apparenti di pianeti diverſi, alla medeſima diſtanza guardati, ſono nella ragione de' diametri effettivi: e 4. finalmente che i pianeti, che hanno a diſuguali diſtanze dallo ſpettatore diametri apparenti uguali, hanno i diametri effettivi nella ragione delle medeſime diſtanze.

COROLLARIO II.

428. Eſſendo $M = \frac{I}{D} (R \times L)$; ſarà $L = \frac{I}{R} (M \times D)$. Sicchè il diametro effettivo d'un pianeta ſi determina dividendo pel ſeno maſſimo il prodotto, che naſce con moltiplicare il diametro apparente per la diſtanza del pianeta dallo ſpettatore. Quindi

s'intende menarci i diametri apparenti de' pianeti alla determinazione de' diametri effettivi.

AVVERTIMENTO III.

429. Si noti che volendo valutare le formole $M = \frac{1}{D}(R \times L)$, $L = \frac{1}{R}(M \times D)$; esprimendosi la M in minuti secondi, in minuti secondi si deve anche esprimere il seno massimo R, o sia il raggio, il quale in ogni cerchio relativamente alla sua periferia è sempre di 57°. 17'. 44''. 8, o sia di 206264''. 8;

AVVERTIMENTO IV.

430. Le più esatte determinazioni fatte de' diametri apparenti de' pianeti, tralasciate le difettose, che s'erano fatte prima dell' ajuto de' fini strumenti, che da qualche tempo si costruiscono, si riducono alle seguenti.

I. Il diametro apparente del Sole è alla distanza dalla terra

minima $= 32'. 35'' \frac{1}{2}$
mezzana $= 32 . 2$
massima $= 31 . 30 \frac{1}{2}$.

II. Il diametro apparente della Luna s'è osser-

offervato nelle ſue diverſe diſtanze dalla terra variare da 29'. 25" fino a 33'. 34". Onde il mezzano è di 31'. 29". 5. Or la Luna nella mezzana ſua diſtanza dalla terra è 380 volte più vicina alla terra, che non n' è il Sole alle mezzane diſtanze dall' iſteſſa terra. Sicchè la Luna, ſe veniſſe veduta alla diſtanza mezzana del Sole dalla terra, ſi vedrebbe con un diametro apparente quale è quello, che riſulta, trovando il quarto proporzionale in ordine a 380, a 1, e a 31'. 29". 5, cioè di 4". 9, o ſia di circa 5".

III. La paralliſſe orizzontale del Sole alle diſtanze mezzane dalla terra uguaglia il ſemiaſſe apparente della terra guardata dal Sole alla medeſima diſtanza (§ 30 *del tom.* 2). Dunque il diamentro apparente della terra, veduta alla diſtanza mezzana del Sole da eſſa, è di 18".

IV. Il diametro apparente di Mercurio s' è trovato di 11". 8 alla diſtanza dalla terra, che ha alla diſtanza mezzana del Sole dall' iſteſſa terra la ragione di 55674 : 101007. Sicchè Mercurio, ſe veniſſe veduto alla diſtanza mezzana del Sole dalla terra, ſi vedrebbe con un diametro apparente di 6". 5.

V. Il diametro apparente di Venere s' è trovato di 57". 8 alla diſtanza dalla terra, che ha alla diſtanza mezzana del Sole dall' iſteſſa terra la ragione di 289 : 1000. Quin-

di Venere, ſe veniſſe veduta alla diſtanza mezzana del Sole dalla terra, ſi vedrebbe con un diametro apparente di 16″. 7.

VI. Il diametro apparente di Marte s' è trovato di 30″ alla diſtanza dalla terra, che ha alla diſtanza mezzana del Sole dall' iſteſſa terra la ragione di 3815 : 10000. Onde Marte, ſe veniſſe veduto alla diſtanza mezzana del Sole dalla terra, ſi vedrebbe con un diametro apparente di 11″. 4.

VII. Il diametro apparente di Giove s' è trovato di $37'' \frac{1}{4}$ alla diſtanza dalla terra, che ha alla diſtanza mezzana del Sole dall' iſteſſa terra la ragione di 5201 : 1000. Sicchè Giove, ſe veniſſe veduto alla diſtanza mezzana del Sole dalla terra, ſi vedrebbe con un diametro apparente di 3′. 13″. 7.

VIII. Finalmente il diametro apparente di Saturno s' è trovato di 18″, e quello del ſuo anello di 42″ alla diſtanza dalla terra, ch' è a quella del Sole dall' iſteſſa terra nella ragione di 9539 : 1000. Onde Saturno, ſe veniſſe veduto alla diſtanza mezzana del Sole dalla terra, ſi vedrebbe con un diametro apparente di 2′. 51″. 7, e col diametro apparente del ſuo anello di 6′. 40″. 65.

COROLLARIO I.

431. Eſſendo i diametri effettivi de' pianeti, guardati alla medeſima diſtanza nella ragio-

ragione de' diametri apparenti; faranno nella ragione de' numeri qui ſotto notati i diametri effettivi de' ſeguenti pianeti, cioè

del Sole	= 32'. 2''	= 1922''
di Giove	= 3 . 13''. 7	= 193 . 7
di Saturno	= 2 . 51 . 7	= 171 . 7
della Terra	=	= 18
di Venere	=	= 16 . 7
di Marte	=	= 11 . 4
di Mercurio	=	= 6 . 5
della Luna	=	= 5 .

Quindi, poſto il raggio della terra = 1; faranno i raggi de' pianeti come i numeri qui ſotto notati, cioè

del Sole	= 106 . 777
di Giove	= 10 . 764
di Saturno	= 9 . 538
di Venere	= 0 . 917
di Marte	= 0 . 693
di Mercurio	= 0 . 361
della Luna	= 0 . 272 .

COROLLARIO II.

432. Eſſendo in oltre il raggio terreſtre in miglia italiane di 60 a grado di 3438 . 395, faranno in miglia italiane il raggio

del Sole = 367141 . 5
di Giove = 37000 . 5
di Saturno = 32795 . 4
di Venere = 3187 . 4
di Marte = 2176 . 5
di Mercurio = 1241 . 2
della Luna = 938 . 2 .

COROLLARIO III.

433. Eſſendo finalmente le ſuperficie de' pianeti nella ragione de' quadrati de' raggi di eſſi, ed i volumi nella ragione de' cubi de' medeſimi raggi; ſaranno le ſuperficie de' pianeti relativamente a quella della terra, poſta = 1, come i numeri qui ſotto notati, cioè la ſuperficie

del Sole = 11401 . 327729
di Giove = 115 . 799121
di Saturno = 90 . 973444
di Venere = 0 . 859329
di Marte = 0 . 400689
di Mercurio = 0 . 130321
della Luna = 0 . 074784 ;

ed i volumi relativamente pure a quello della terra, poſto = 1, come i numeri qui ſotto notati, cioè il volume

del

del Sole	= 1217399	. 5709194
di Giove	= 1246	. 114341
di Saturno	= 867	. 704708
di Venere	= 0	. 796597
di Marte	= 0	. 253636
di Mercurio	= 0	. 047045
della Luna	= 0	. 020341.

AVVERTIMENTO V.

434. Per determinare gli Aſtronomi la ragione delle maſſe de' pianeti, ſono ricorſi a ciò, che s'è dimoſtrato nel § 179; cioè che le maſſe de' corpi centrali ſono in ragione compoſta dalla diretta de' cubi de' ſemiaſſi maggiori delle orbite ellittiche deſcritte dalli pianeti, che girano intorno a tali corpi centrali, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici, ne' quali gli ſteſſi pianeti fanno le rivoluzioni intorno ai detti corpi centrali. Con tale fondamento, girando la terra intorno al Sole, la Luna intorno la terra, ciaſcuno de' ſatelliti di Giove intorno a Giove, e ciaſcuno de' ſatelliti di Saturno intorno a Saturno, hanno gli Aſtronomi rilevato eſſere le maſſe de' detti corpi centrali relativamente a quella della terra, poſta = 1, come i numeri qui ſotto notati, cioè le maſſe

del

del Sole = 307831
di Giove = 288 . 44
di Saturno = 78 . 39½

e conſeguentemente, dividendo le maſſe per gli volumi, hanno rilevato eſſere la denſità de' medeſimi corpi relativamente a quella della terra, poſta pure = 1, come i numeri qui ſotto notati, cioè la denſità

del Sole = 0 . 25285
di Giove = 0 . 23147
di Saturno = 0 . 09032 .

AVVERTIMENTO VI.

435. Si noti che non avendo ſatelliti gli altri pianeti, le maſſe di eſſi, e conſeguentemente le denſità non ſi poſſono dell' iſteſſo modo determinare, e che non v' è altra via, ſomminiſtrata da alcuna teorica, di determinarle. Conviene però eccettuarne la Luna. Queſto ſatellite della terra, per l' azione, che fa colla ſua attrazione ſull' acqua dell' oceano, cagionandovi l' eſto marino, ha ſomminiſtrato all' immortale Newtone un' altra via da poter determinare la ſua maſſa $\frac{1}{70}$ di quella della terra. E' da ſapere intanto che tale determinazione del Newtone è ſtata in ſeguito corretta dal celebre Daniele Bernoulli, il quale coll' ajuto

di

di elementi più raffinati ha ridotta la maſſa della Luna ad $\frac{1}{75}$ di quella della terra; ed è da ſapere altresì che ha ſito luogo l'iſteſſa maſſa ſi vedrà ridotta con più preciſione a $\frac{1}{71 \cdot \frac{1}{48}}$ di quella della terra. Sicchè poſſiamo qui ſtabilire relativamente alla maſſa della terra, poſta = 1, eſſere quella della Luna = 0. 01399; e conſeguentemente relativamente alla denſità della terra, poſta pure = 1, eſſere quella della Luna = 0. 68706.

AVVERTIMENTO VII.

436. Si noti di vantaggio che non avendo potuto il Signor de la Lande determinare le maſſe di Marte, di Venere, e di Mercurio coll'ajuto d'alcuna teorica, ha cercato d'eſplorare che ragione paſſa tra la denſità della terra, ch'è più proſſima al Sole, e quella di Giove, che n'è più rimoto; e come ha trovato tale ragione eſſere a un di preſſo uguale a quella delle radici quadrate de' moti medii di sì fatti corpi, ha ſoſpettato che veriſimilmente l'iſteſſa ragione delle radici de' moti medii di Marte, di Venere, di Mercurio, e di quello della terra debba paſſare tra le denſità di tali pianeti, e quella della terra. Con tale fondamento dunque ha ſtabilito il detto Aſtronomo eſſere relativamente alla denſità della terra, poſta = 1, quella di

Mar-

Marte = 0 . 7292
Venere = 1 . 2749
Mercurio = 2 . 0377 ;

e conſeguentemente ha ſtabilito relativamente alla maſſa della terra, poſta pure = 1, eſſere quella di

Marte = 0 . 18520
Venere = 1 . 01818
Mercurio = 0 . 11980.

Del reſto tali denſità, e tali maſſe ſi debbono avere in conto di coſe ſtabilite in conſeguenza di mere congietture, e non di ſaldi fondamenti.

AVVERTIMENTO VIII.

437. Suppoſte intanto le maſſe de' pianeti quali ſi ſono ſtabilite, è facile ora a determinare le forze attraenti, che hanno i medeſimi pianeti nelle proprie ſuperficie, e colle quali animano i corpi preſſo tali ſuperficie a diſcendere verſo di eſſi; poichè è già noto eſſere tali forze tra eſſe in ragione compoſta dalla diretta delle maſſe de' pianeti attraenti, e dalla reciproca de' quadrati de' raggi de' medeſimi pianeti. Quindi relativamente alla forza attraente della terra nella ſua ſuperficie, o ſia alla gravità, che

che anima i corpi terreſtri preſſo la ſuperficie della terra, poſta = 1, ſaranno le forze attraenti degli altri pianeti nelle ſuperficie di eſſi, come i numeri qui ſotto notati, cioè la forza attraente

del Sole = 27 . 00
di Giove = 2 . 50
di Mercurio = 0 . 91
di Saturno = 0 . 86
di Marte = 0 . 46
della Luna = 0 . 18
di Venere = 0 . 11.

COROLLARIO I.

438. Quindi ſcendendo i corpi terreſtri ſulla terra, qualora vi ſcendono liberamente, per palmi napoletani 18 . 57 in 1'' (§ 123 *della Statica*), in 1'' ſcenderanno, ſuppoſta libera la diſceſa,

ſul Sole	per palmi	501 . 32
ſu Giove		46 . 42
ſu Mercurio		16 . 89
ſu Saturno		15 . 97
ſu Marte		8 . 54
ſulla Luna		3 . 34
ſu Venere		2 . 04.

COROLLARIO II.

439. Eſſendo il Sole nelle mezzane diſtanze dalla ſuperficie della terra lontano per ſemidiametri terreſtri 22917; ſe in ordine al quadrato di tale diſtanza, al quadrato del raggio ſolare, e a 27, forza attraente del Sole nella ſua ſuperficie, ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà l' efficacia della forza attraente del Sole ſulla terra nelle mezzane diſtanze, la quale, fatto il calcolo, ſi trova eſſere circa $\frac{1}{2000}$ dell' efficacia della gravità terreſtre. Quindi s' intende ſcendere i corpi terreſtri verſo la terra animati dalla gravità terreſtre, e ſenza eſſere ſenſibilmente turbabati dall' attrazione ſolare.

AVVERTIMENTO IX.

440. Chi deſidera altre conſeguenze, può con facilità da ſe ricavarle dalle determinazioni già ſtabilite, quando ha compreſo quanto s' è fin qui eſpoſto.

FINE DEL LIBRO QUARTO.

Fig. 4

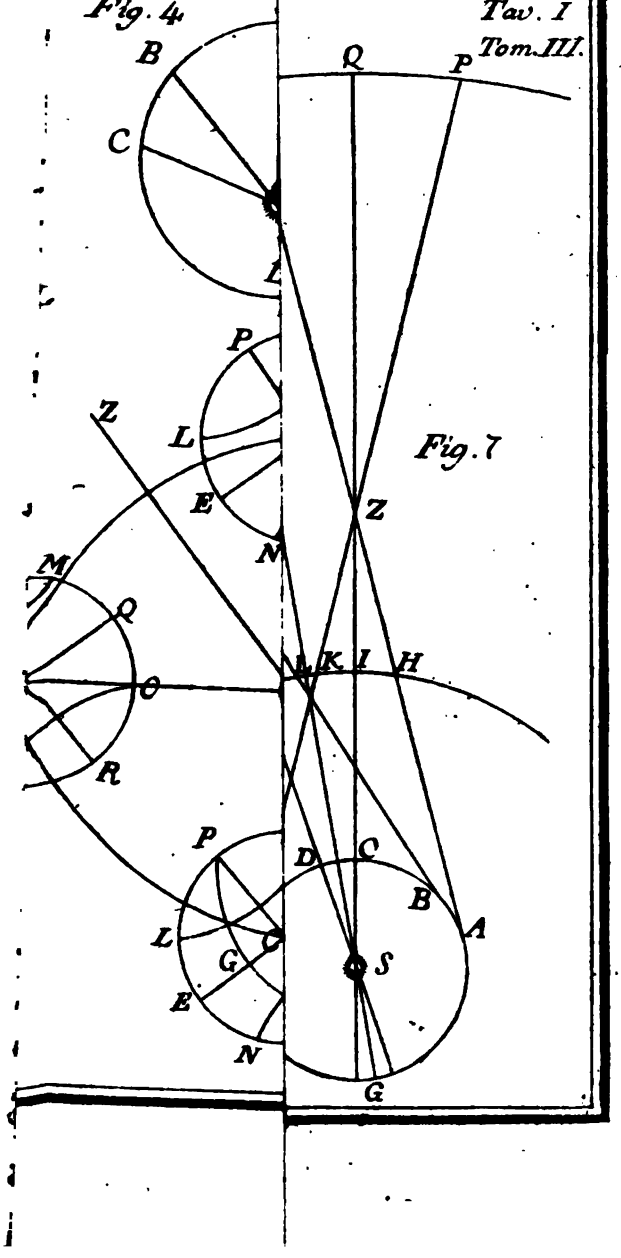
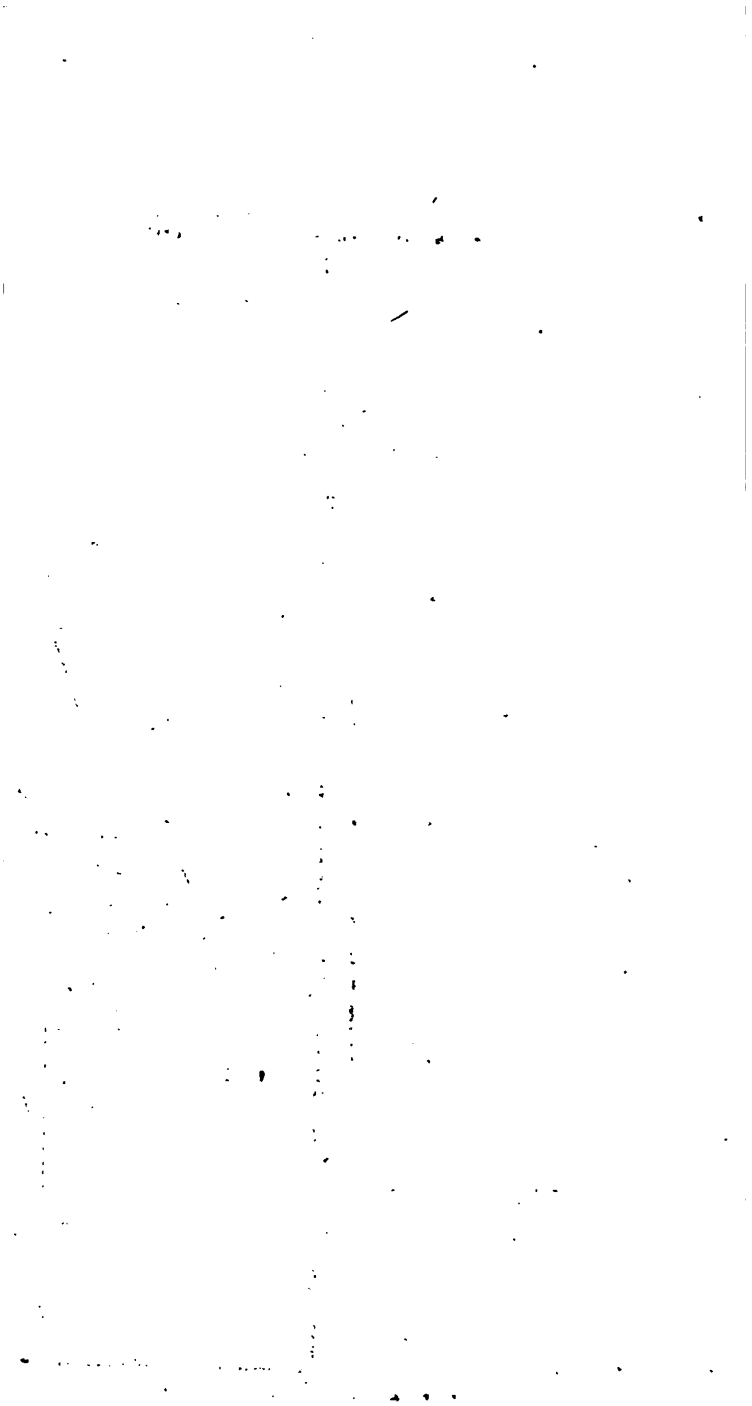
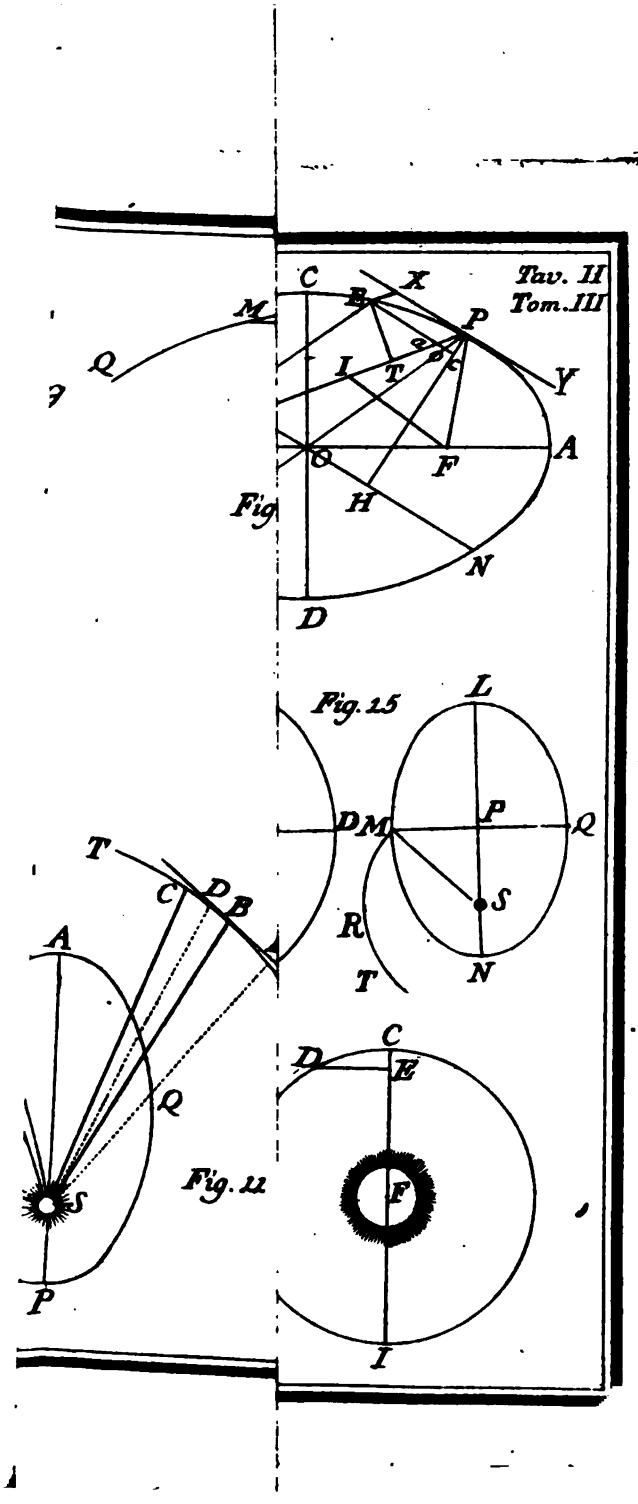
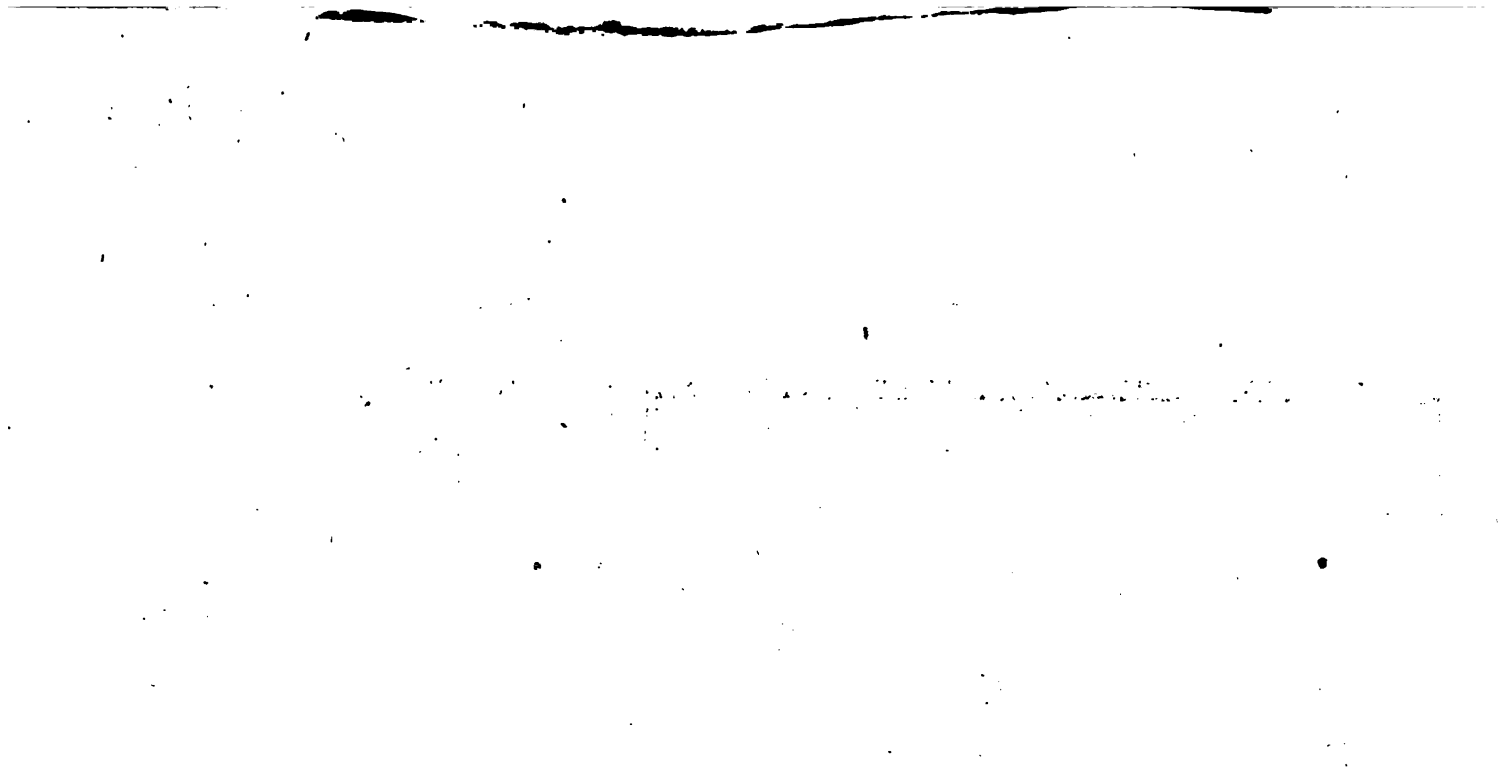
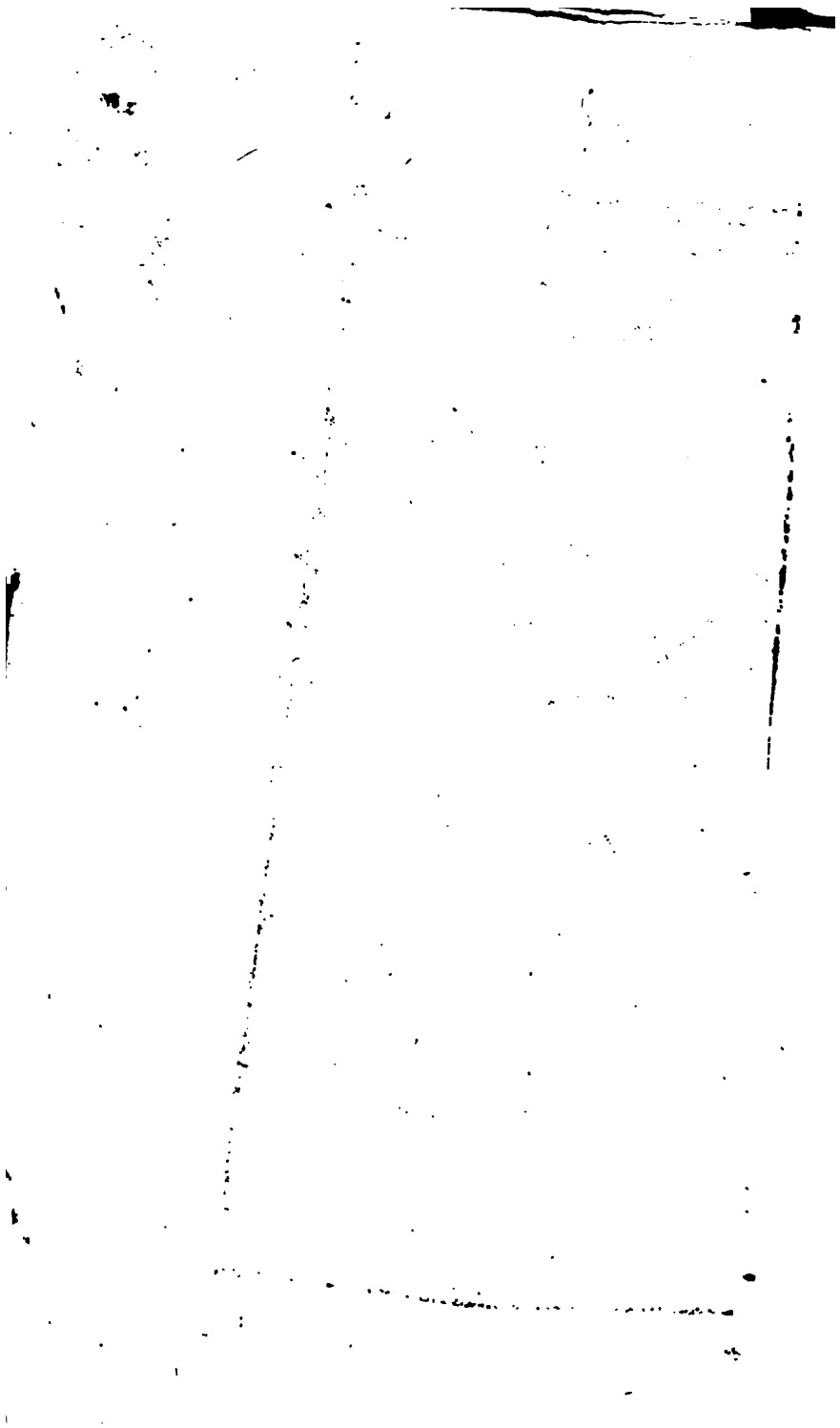


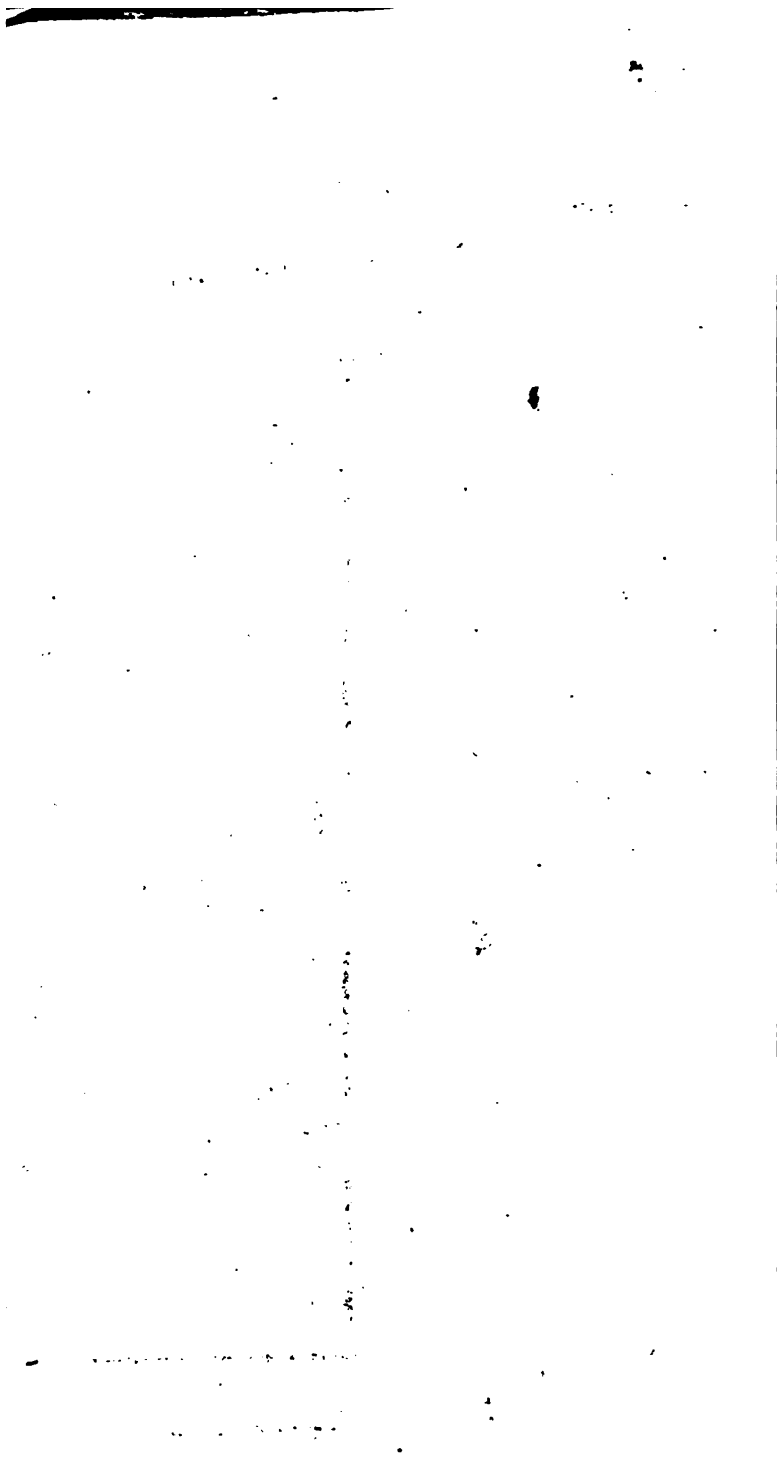
Fig. 7

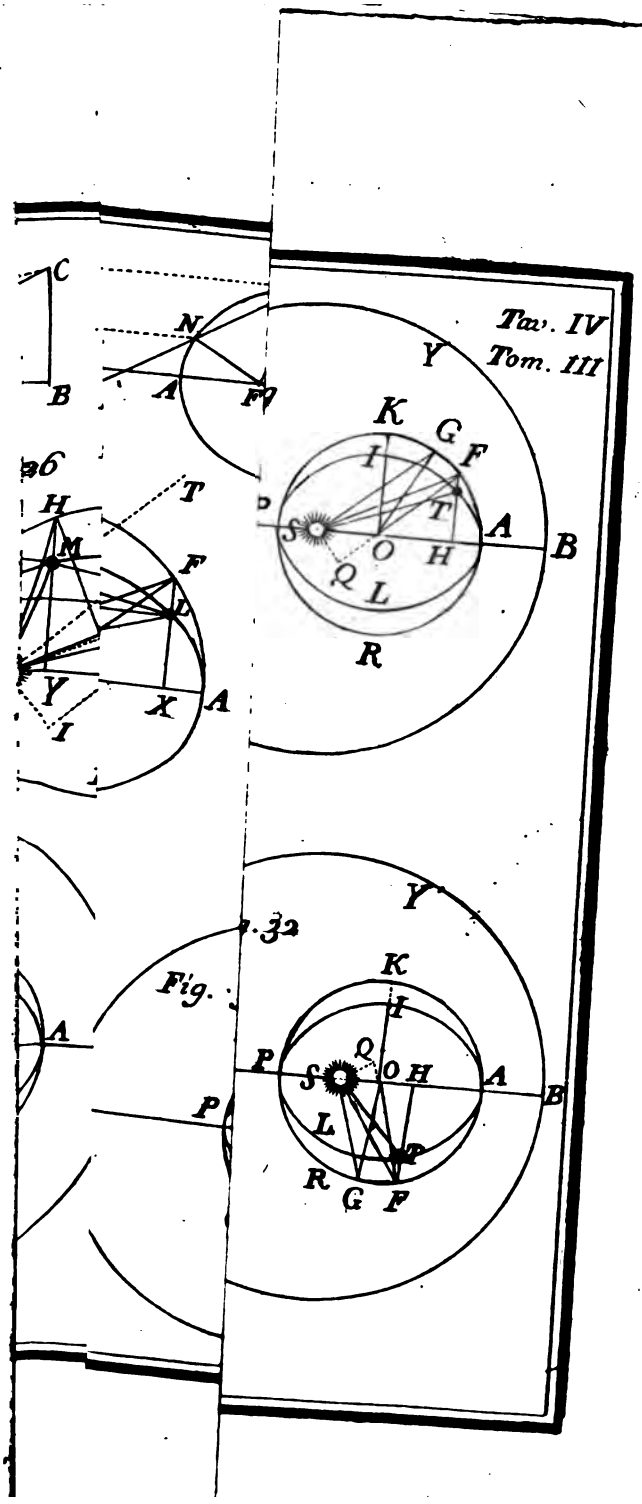



Tav. II
Tom. III
C
X
E
M
P
Q
I
T
Y
A
O
F
H
N
D
Fig
Fig. 15
L
D
M
P
Q
S
R
T
N
T
C
D
B
A
Q
S
P
Fig. 11
C
D
E
F
I








Tav. IV
Tom. III
C
B
N
A
F
Y
K
G
F
I
T
D
S
A
B
O
H
Q
L
R
H
T
M
F
L
Y
X
A
I
Fig. 32
Y
K
I
A
Q
P
S
O
H
A
B
P
L
R
G
F

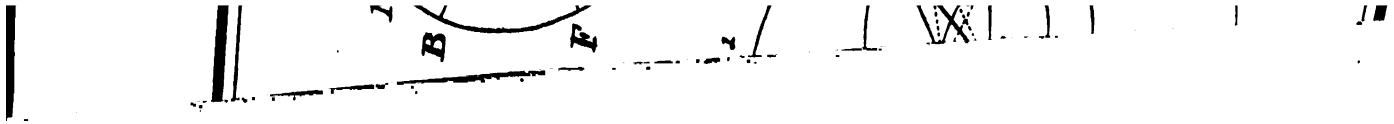
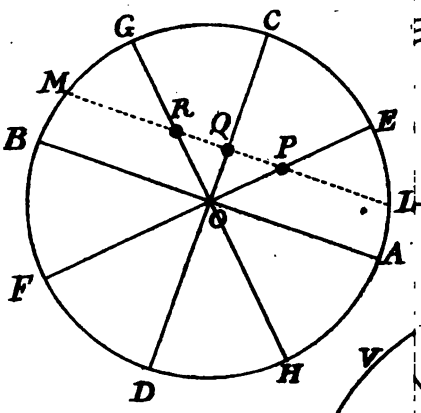
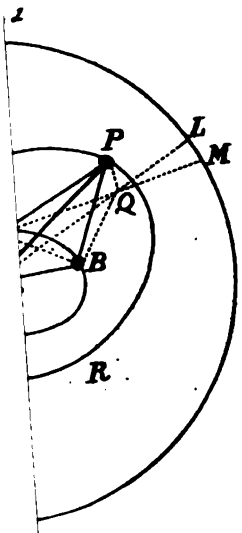

B
F

Fig. 35





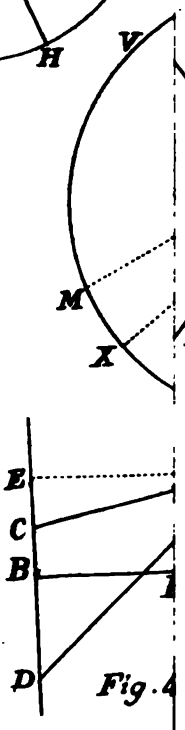
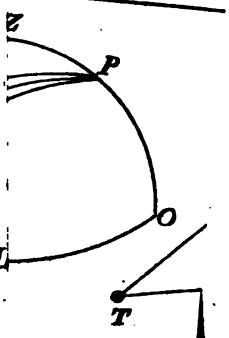
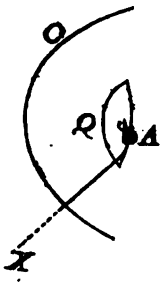


Fig. 4





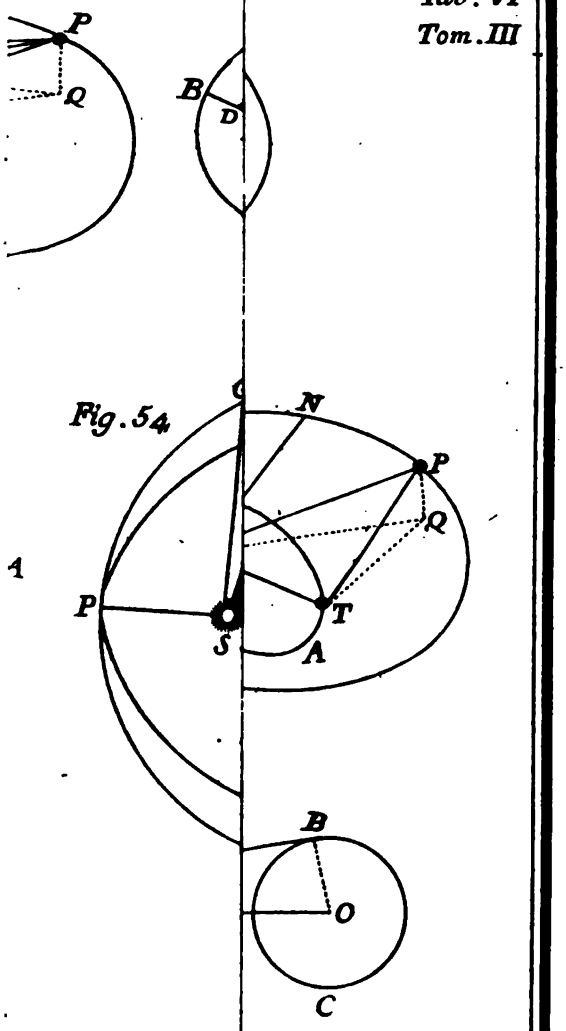


Fig. 54